

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт солнечно-земной физики  
Сибирского отделения  
Российской академии наук

На правах рукописи

УДК 533.951.3



**Михайлова Ольга Сергеевна**

**КОРОТКОПЕРИОДНЫЕ УНЧ–ВОЛНЫ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ  
КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ**

Специальность 25.00.29 —  
«физика атмосферы и гидросферы»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико–математических наук

Научный руководитель:  
кандидат физико–математических наук  
Климушкин Д.Ю.

Иркутск – 2017

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	<b>4</b>
<b>1 Экваториальный резонатор для короткопериодных УНЧ–колебаний при наличии примеси тяжелых ионов в магнитосфере</b> . . . . .	<b>37</b>
1.1 Система координат и основные уравнения . . . . .	38
1.2 Структура УНЧ–колебаний вдоль силовой линии: области прозрачности и непрозрачности . . . . .	43
1.3 Приэкваториальный резонатор . . . . .	46
1.4 Исследование экваториального резонатора при произвольных значениях $k_{\parallel}$ и $k_{\perp}$ . . . . .	49
1.5 Заключение к главе 1 . . . . .	57
<b>2 Области прозрачности и непрозрачности для УНЧ–волн в плазме с примесью тяжелых ионов</b> . . . . .	<b>62</b>
2.1 Приионосферные области прозрачности: идеально проводящая ионосфера . . . . .	64
2.2 Продольная структура УНЧ–колебаний в приионосферных областях при учете конечной проводимости ионосферы . . . . .	66
2.3 Исследование продольной структуры УНЧ–волн в областях непрозрачности . . . . .	70
2.4 Потери энергии при прохождении через точку сингулярности . . . . .	73
2.5 Заключение к главе 2 . . . . .	75

<b>3</b>	<b>Пространственная структура УНЧ–колебаний в экваториальном резонаторе, локализованном на плазмопаузе с учетом примеси тяжелых ионов в магнитосферной плазме . . . . .</b>	<b>77</b>
3.1	Основные уравнения . . . . .	78
3.2	Поперечная структура УНЧ–колебаний вблизи плазмопаузы . . . . .	81
3.3	Глубокая и мелкая потенциальные ямы . . . . .	84
3.4	Продольная структура УНЧ–волн вблизи плазмопаузы . . . . .	86
3.5	Заключение к главе 3 . . . . .	94
	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>96</b>
	<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>99</b>

# Введение

## Основные сведения о магнитосфере Земли

Магнитосфера представляет собой полость в солнечном ветре и является результатом взаимодействия магнитного поля Земли и солнечного ветра (рисунок 1). Земное магнитное поле создается токами, текущими в жидком металлическом ядре планеты. Вблизи планеты геомагнитное поле близко к дипольному. Сама же полость имеет гораздо большие размеры: около 10 радиусов Земли в подсолнечной точке, и до 3000 на ночной стороне. Границей магнитосферы является магнитопауза. Это тонкий (от 100 до 1000 км) токовый слой, который экранирует земное магнитное поле.

Поток солнечного ветра движется со сверхзвуковой скоростью (скорость солнечного ветра может достигать до 750 км/с), в результате чего возникает ударная волна. Она устанавливается на расстоянии равном 4–5 радиусам Земли ( $R_E$ ) от магнитопаузы. Между магнитопаузой и ударной волной находится переходный слой или магнитослой (в англоязычной литературе «magnetosheath»). В приполярных областях магнитосферы находятся каспы — воронкообразные полости, где силовые линии примыкают к ионосфере. Именно в каспах частицы солнечного ветра могут проникать в ионосферу [Пудовкин и др., 1975].

На ночной стороне магнитосфера вытягивается в длинный хвост, величина поля в хвосте составляет около  $20\gamma$ . Сечение хвоста имеет форму, похожую на греческую букву  $\Theta$ , оно округлой формы и разделено на две доли. В одной доле поле направлено от Земли, во второй — к Земле (рисунок 2). Между долями находится нейтральный слой, поле равно нулю, а в направлении утро–вечер течет ток. Толщи-

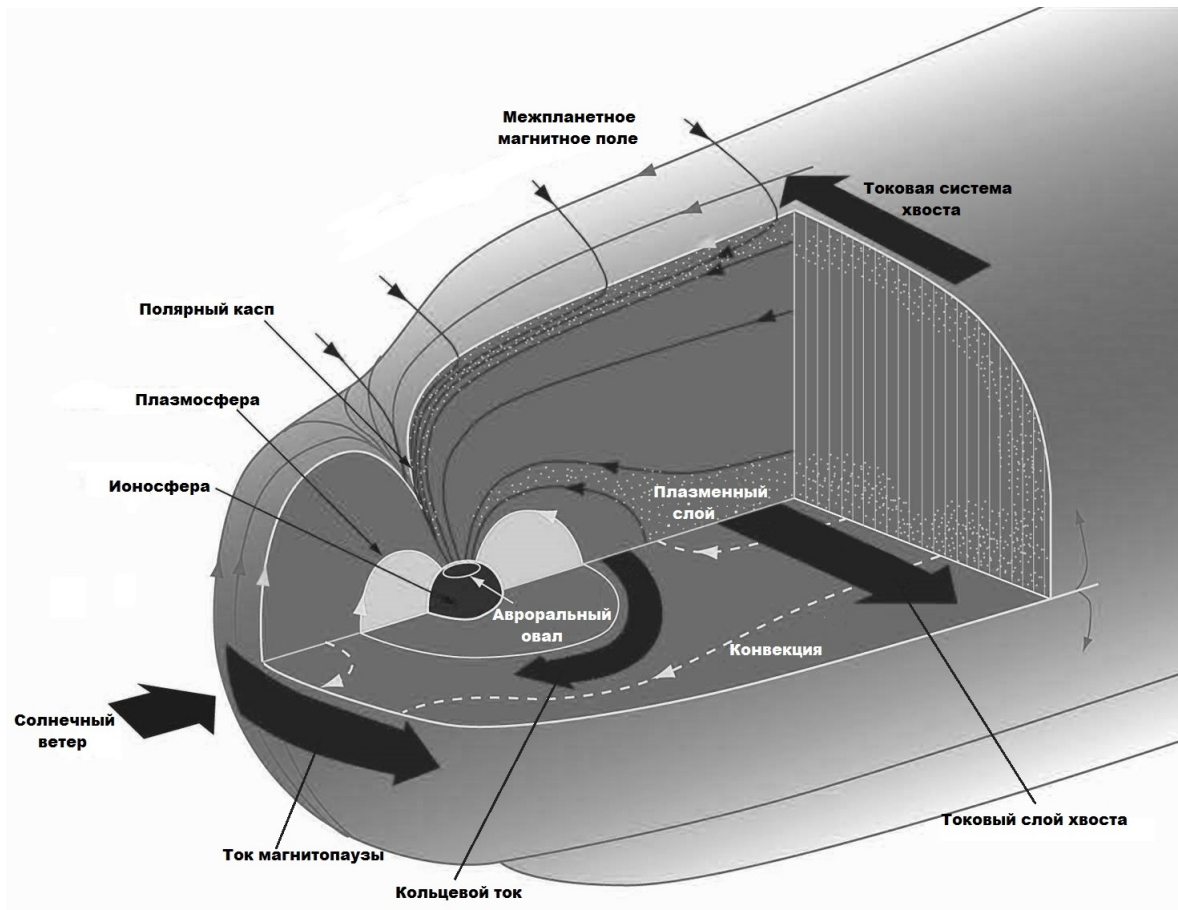


Рисунок 1. Схематичное представление строения магнитосферы и магнитосферных токов.

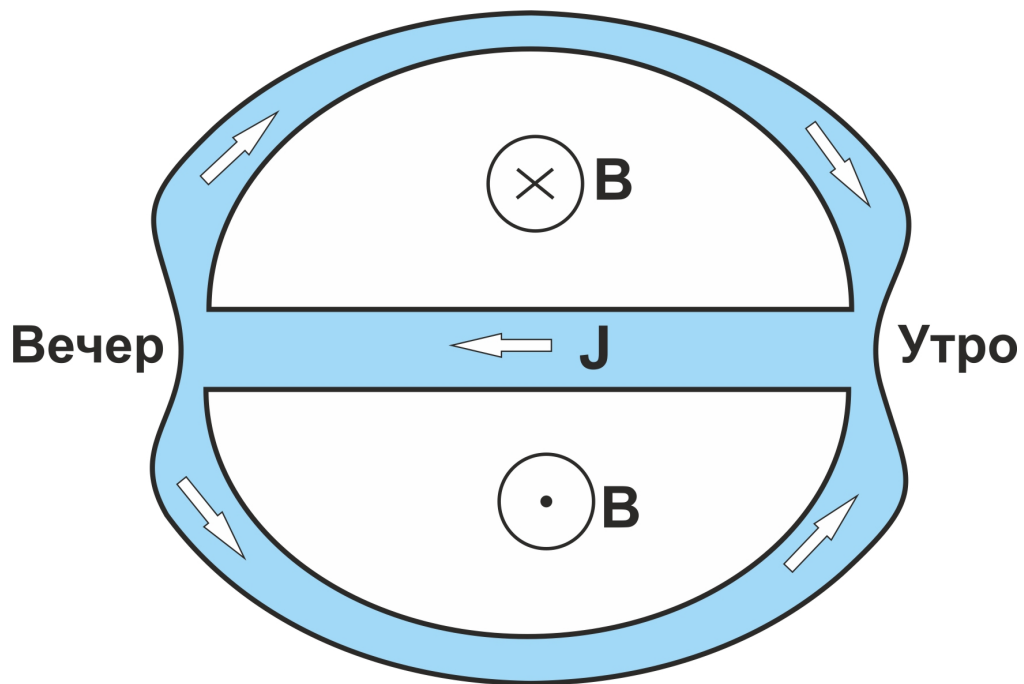


Рисунок 2. Поперечный разрез хвоста магнитосферы. Вид с ночной стороны.

на нейтрального слоя составляет всего несколько сотен километров. Поскольку в долях хвоста сильное магнитное поле, плазма вытесняется из долей в плазменный слой. Обычно считается, что плазменный слой соединяется с Землей в области аврорального овала. В области аврорального овала во время суббурь происходит высыпание частиц в атмосферу из хвоста магнитосферы. Неоднородность магнитного поля приводит к дрейфу частиц: ионы движутся в западном направлении, а электроны в восточном. Это одна из причин возникновения кольцевого тока. В конечном итоге, кольцевой ток возникает из-за неоднородности давления. Плазменный слой и кольцевой ток схематично изображены на рисунке 1. Магнитные поля кольцевого тока и Земли направлены в противоположные стороны, поэтому магнитное поле тока вычитают из земного, и Dst-вариации магнитного поля, измеряемые во время магнитосферной бури низкоширотными наземными станциями — это и есть вариации поля кольцевого тока.

Вдоль силовых линий также протекают токи, называемые продольными токами. Проводимость плазмы в магнитосфере вдоль силовой линии очень велика, и величина тока может достигать порядка 1 млн А. На самом деле, токи в хвосте

магнитосферы и продольные токи представляют собой единую токовую систему. Часть тока в плазменном слое отклоняется, и вдоль силовых линии утекает к ионосфере, где ток уменьшается. Во время подготовительной фазы суббури происходит накопление магнитного потока в долях хвоста, сопровождаемое его вытяжением и усилением тока утро–вечер в нейтральном слое. Во время взрывной фазы происходит разрыв или резкое уменьшение этого тока, что сопровождается замыканием части этого тока парой продольных токов в авроральной ионосфере. В хвосте и во всей внешней магнитосфере плазма переносится конвекцией, которая обусловлена глобальным электрическим полем в направлении утро–вечер.

Во внутренней части магнитосферы магнитное поле дипольно. Часть внутренней магнитосферы, которая заполнена холодной плазмой, называется плазмосферой. В меридиональном разрезе плазмосфера представляет собой тор, и вращается вместе с Землей — коротитрует. Границей плазмосферы является плазмопауза, которая расположена на расстоянии  $4-7 R_E$  от поверхности. Так как вдали от Земли преобладает поле утро–вечер, а вблизи коротация, то полное поле представляет собой результат комбинации этих полей. На рисунке 3 изображены эквипотенциалы поля коротации, утро–вечер, и результат их объединения. Сепаратриса определяет плазмопаузу [Данжи, 1968].

В 1961 году Дж. Данжи предложил модель обтекания магнитосферы солнечным ветром. В результате набегания плазмы солнечного ветра с южной компонентной межпланетного магнитного поля, силовые линии магнитосферы сжимаются, накапливается энергия и происходит разрыв токового слоя магнитопаузы - происходит пересоединение. В процессе пересоединения силовые линии межпланетного магнитного поля и земного соединяются. Силовые линии, соединившиеся с магнитным полем Солнца, называются открытыми. Пересоединившиеся силовые линии попадают в ионосферу в полярных областях. Это область полярной шапки. Поток магнитного поля полярной шапки равен потоку открытых силовых линий. Далее открытые силовые линии переносятся потоком плазмы магнитослоя в хвост, где снова происходит пересоединение, силовые линии снова становятся замкнутыми,

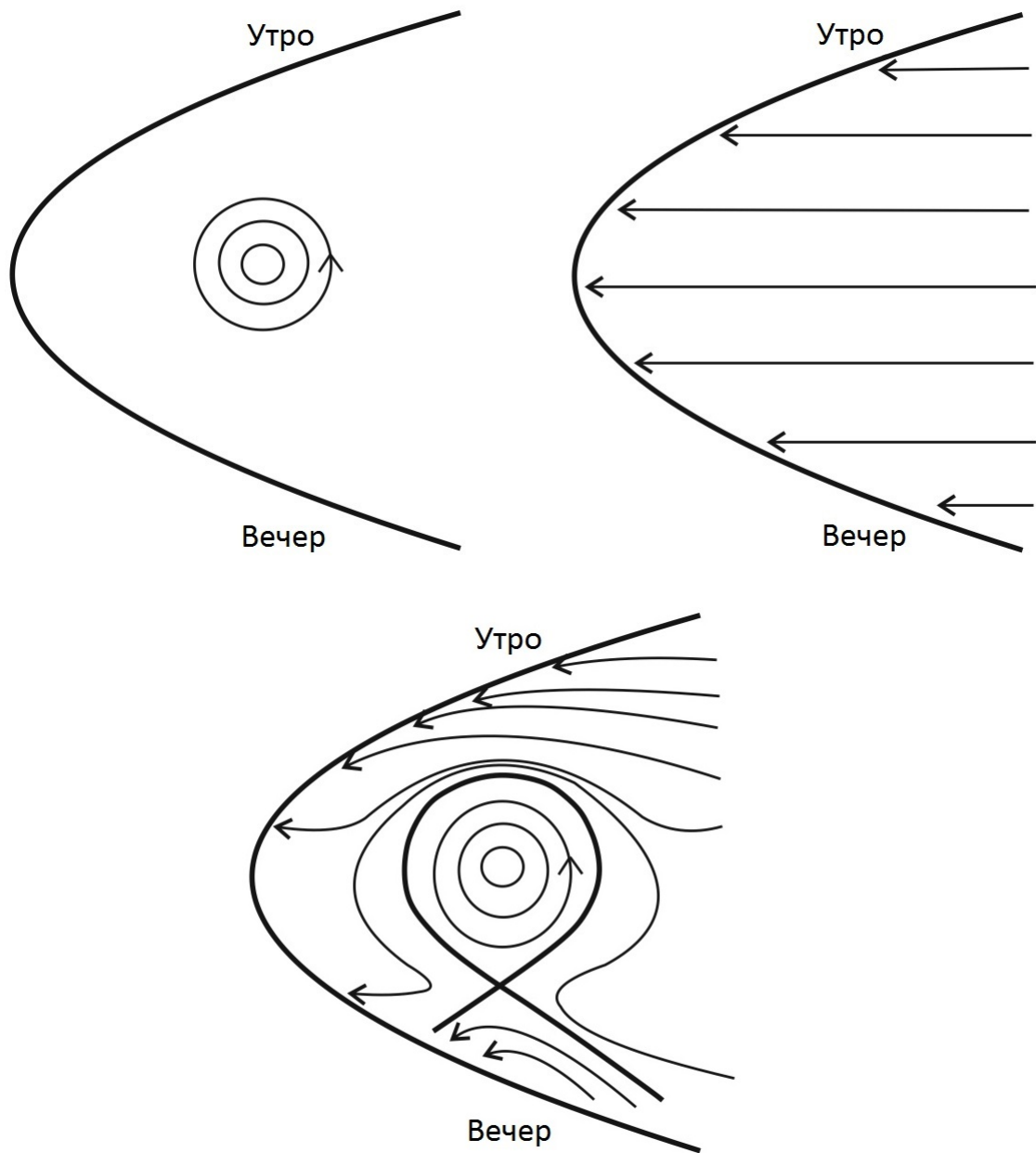


Рисунок 3. Изолинии потенциала. Электрическое поле перпендикулярно к поверхности потенциала. Полное поле образуется композицией поля коротации и поля конвекции.



и возвращаются к Земле. Такая модель объясняет наличие глобального электрического поля утро-вечер, становится понятным, что движение плазмы во всей магнитосфере происходит по направлению к Солнцу [Walker, 2005].

Многие магнитосферные явления связаны с магнитными бурями. Магнитная буря — это возмущение магнитного поля Земли, которое может длиться до нескольких суток. Обычно, магнитная буря состоит из трех фаз. Первая фаза — внезапное начало (SC). В это время станции регистрируют резкое усиление  $H$ -компоненты геомагнитного поля. Затем следует главная фаза, во время которой происходит взаимодействие магнитосферы с частицами солнечного ветра. Из-за прихода частиц наблюдается усиление кольцевого тока, в результате чего значение горизонтальной составляющей геомагнитного поля уменьшается (может уменьшиться на 50 нТл и более). Третья фаза — восстановительная фаза, во время которой происходит медленное затухание возмущения и возвращение интенсивности геомагнитного поля к его обычному уровню. Интенсивность магнитной бури определяют, рассчитывая  $Dst$ -вариации [Арыков, 1993].

### **Наблюдение геомагнитных пульсаций**

В результате взаимодействия магнитосферы с солнечным ветром и различных неустойчивостей могут генерироваться различные колебания и волны. Представителями таких волн являются геомагнитные пульсации, которые проявляются в виде вариаций геомагнитного поля. Геомагнитные пульсации — это самые низкочастотные волны, наблюдаемые в магнитосфере (ультра-низкочастотные волны — УНЧ). По своей природе это гидромагнитные волны, распространяющиеся в магнитосферной плазме. Диапазон частот пульсаций варьируется от 1 мГц до 5 Гц (вплоть до гирочастоты ионов магнитосферы). Малые значения частот колебаний соответствуют большому пространственному масштабу, например, некоторые из видов пульсаций представляют собой колебания силовой линии, соответственно, масштаб колебания соответствует масштабу магнитосферы.

История исследования геомагнитных пульсаций началась в 1741 году в североскандинавской обсерватории Упсала, когда датский исследователь А. Цельсий сравнил колебания стрелки компаса и пульсаций светимости полярных сияний. Позднее длиннопериодные колебания наблюдались в 1840х гг финским ученым Д. Нервандером и в 1859 г. английским геофизиком Б. Стюартом. К концу прошлого столетия длиннопериодные пульсации стали предметом систематического изучения [Kangas et al., 1998]. Наиболее интенсивное исследование пульсаций началось во время Международного Геофизического Года (1957-1958).

Существует множество видов геомагнитных пульсаций, которые отличаются друг от друга частотой, эволюцией во времени, характером распространения, местоположением источника и т.п. В 1963 г на XII Генеральной ассамблее МГСС (Беркли, Калифорния) принята классификация геомагнитных пульсаций, основанная на морфологических признаках. Все колебания подразделяются на два больших класса: непрерывные колебания P<sub>c</sub> (pulsations continious), характеризующиеся квазисинусоидальной структурой и устойчивым спектром, и иррегулярные или импульсные пульсации P<sub>i</sub> (pulsations irregulares). В свою очередь, каждый из этих классов подразделяется на несколько типов подклассов [Троицкая и Гульельми, 1969; Нишида, 1980]. Классификация геомагнитных пульсаций по периодам представлена в таблице 1.

Пульсации P<sub>c1</sub> представляют собой квазисинусоидальные колебания с характерной модуляцией амплитуды, в результате чего колебания наблюдаются в виде отдельных пакетов. Для этого типа пульсаций был введен специальный термин «жемчужины», поскольку их осциллограмма действительно напоминает нитку жемчужного ожерелья (см. рисунки 4, 5, 6). Амплитуды колебаний составляют 0,01–0,1 нТл. Пульсации P<sub>c1</sub> часто регистрируются во время восстановительной фазы магнитной бури, в этом случае их генерация связана с распадом кольцевого тока и высыпанием частиц в плазмосферу. Жемчужины наблюдаются также сразу после внезапного начала магнитной бури (SC — sudden commencement), в данном случае, генерация связана с резким изменением параметров плазмы (плотность,

Таблица 1. Классификация пульсаций

Обозначение	Диапазон периодов (сек)
Непрерывные	
Pc1	0.2–5
Pc2	5–10
Pc3	10–45
Pc4	45–150
Pc5	150–600
Pc6	более 600
Импульсные	
Pi1	1–40
Pi2	40–150
Pi3	более 150

концентрация) и усилением давления солнечного ветра. Изредка Pc1 наблюдают за несколько часов до SC [Троицкая и Гульельми, 1969; Гульельми и Троицкая, 1973; Kangas et al., 1998; Клейменова, 2006]. Обнаружено, что число пакетов Pc1, их основная длительность и частота увеличиваются с нарастанием интенсивности бури [Bortnik et al., 2008]. Авторы статьи [Fraser et al., 2010] обнаружили при обработке 22 магнитных бурь присутствие жемчужин во время основной фазы в 60% случаев. С другой стороны, некоторые работы указывают на наиболее вероятное возникновение Pc1 во время внезапного начала бури и в конце восстановительной фазы [Posch et al., 2010]. Дневное появление жемчужин имеет пик в вечернее время в начале восстановительной фазы, и в утреннее время в конце фазы. Обнаружено, что область, в которой регистрируются пакеты жемчужин также увеличивается с нарастанием интенсивности бури [Bortnik et al., 2008]. В магнитосопреженных точках жемчужины наблюдаются попеременно.

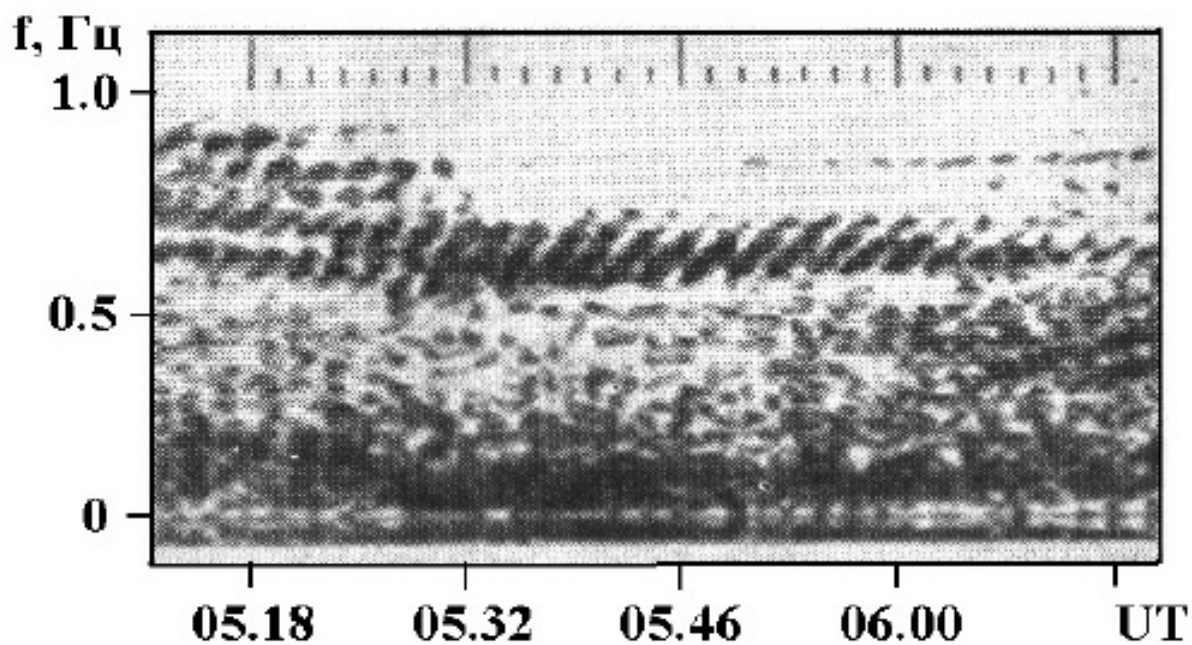


Рисунок 4. Пример динамического спектра жемчужин [Троицкая и Гульельми, 1969].

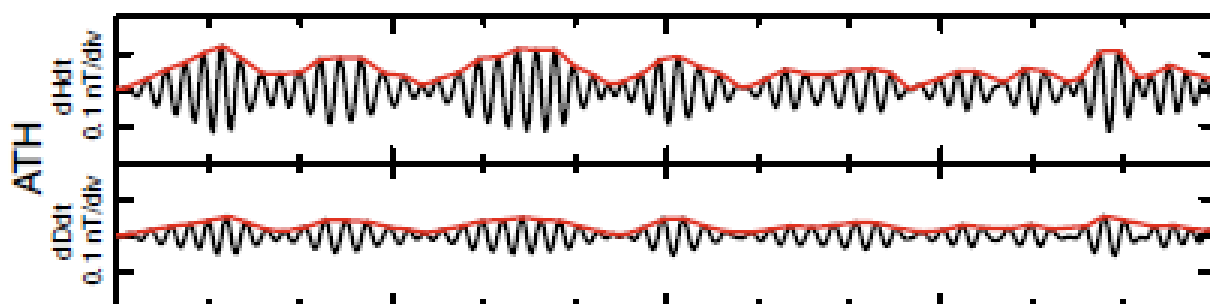


Рисунок 5. Пример осциллограммы жемчужин, зарегистрированных на станции Athabasca в Канаде 11 апреля 2010 г [Jun et al., 2014].

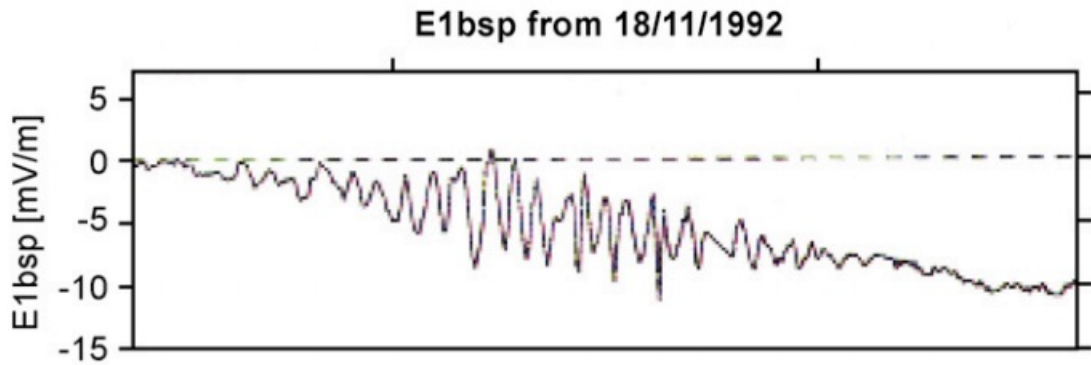


Рисунок 6. Форма волнового пакета Pc1, зарегистрированного в верхней ионосфере аппаратом Freja 18 ноября 1992 г [Mursula et al., 1994].

Жемчужины — не единственный вид пульсаций в диапазоне Pc1. К ним также относят колебания убывающего периода (КУП, в англоязычной литературе «IPDP»). Кроме того, они относятся и к частотному диапазону пульсаций Pi1, поэтому в разной литературе КУП относят к разным классам. На магнитограммах они наблюдаются, как серии пакетов, подобно жемчужинам, но в отличие от них, период КУП постепенно убывает, частота, соответственно, возрастает. Еще одно отличие КУП от пульсаций Pc1 состоит в том, что КУП появляются в магнитосопреженных точках синхронно. Колебания убывающего периода регистрируются во время интенсивных суббурь, генерируются в области восточной электроструи. Возбуждение пульсаций связано с развитием ионно–циклотронной неустойчивости плазмы магнитосферы [Троицкая и Гульельми, 1969; Гульельми и Золотухина, 1978; Золотухина, 1982; Клейменова, 2006]. В ряде работ показано, что КУП могут переходить в структурированные жемчужины Pc1 или наоборот [Золотухина, 2005; Zolotukhina and Cao, 2007].

Пульсации Pi1В или PiВ наблюдаются точно в момент начала суббури. На магнитограммах имеют вид шумовых всплесков. Длительность пульсаций около 1–3 мин, частота более 0,15 Гц. Наибольшие амплитуды наблюдаются в авроральной области. Считается, что возбуждение PiВ связано с развитием неоднородностей в той части магнитосферы, где происходит усиление продольных токов, вытекающих из ионосферы [Клейменова, 2006]. В Институте Солнечно-земной физики

была проделана большая работа по исследованию различных типов геомагнитных пульсаций. В частности, пульсации  $PiB$  исследовались в работах [Виноградов и др., 1974; Пархомов и Рахматулин, 1975; Пархомов и др., 1976].

$Pi1C$  или  $PiC$  — иррегулярные колебания с частотой 0,01–0,2 Гц. Колебания наблюдаются утром во время восстановительной фазы суббури в южной части авроральной зоны. Пульсации часто сопровождаются диффузными полярными сияниями и генерацией хоров очень низких частот (ОНЧ). Поскольку спутниками этот тип пульсаций не регистрируется, вероятно, генерация этих пульсаций происходит в ионосфере в области продольных токов [Клейменова, 2006].

$Pi2$  имеют форму затухающего цуга, частота колебаний 6–20 мГц, продолжительность 5–10 минут. Чаще всего регистрируются колебания с частотой 8–15 мГц. Пульсации  $Pi2$  четко связаны со взрывной фазой суббури. Максимальные амплитуды пульсаций наблюдаются в ночное время в авроральном овале, амплитуды порядка 10–20 нТл. Генерация пульсаций зависит от интенсивности полярных сияний (максимум амплитуды наблюдается при ярких сияниях), и связана с продольными и ионосферными токами и высыпанием частиц, происходящим во время взрывной фазы [Троицкая и Гульельми, 1969; Клейменова, 2006]. Многочисленные исследования пульсаций  $Pi2$  проводились авторами [Золотухина и Харченко, 1990; Золотухина и др., 1992].

Самыми распространенными являются колебания  $Pc2-4$ . Они наблюдаются непрерывно на освещенной стороне Земли. Пульсации наблюдаются и в экваториальных районах, и в районе полярной шапки. Амплитуда колебаний с увеличением широты возрастает. Амплитуда может меняться от десятых долей нТл в экваториальных районах до единиц и даже десятков в полярных областях.  $Pc4$ , преимущественно, наблюдаются в спокойной магнитосфере, а  $Pc2$  и  $Pc3$  в возмущенной. Считается, что механизмом генерации пульсаций  $Pc2-Pc4$  является альфвеновский резонанс силовых линий магнитного поля, возбуждаемый проникающими из-за околосемного ударного фронта волнами или неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца на магнитопаузе [Гульельми и Троицкая, 1973; Guglielmi

and Pokhotelov, 1996; Клейменова, 2006]. Диапазон неустойчивости Кельвина–Гельмгольца был впервые рассчитан в работах [Ковнер и др., 1977; Mishin, 1981], и соответствует около полудня диапазону среднепериодных пульсаций, а на флангах диапазону длиннопериодных (пульсаций Pc5 в том числе).

Пульсации Pc5 отличаются от остальных типов пульсаций большими периодами (150–600 сек), большими амплитудами (в возмущенных условиях могут достигать 300–400 нТл), а также узкой пространственной локализацией. Наблюдаются они, в основном, в высокоширотных областях во время восстановительной фазы магнитной суббури в ночное время суток. В магнитосопряженных точках колебания наблюдаются синхронно [Клейменова, 2006]. Пульсации диапазона Pc5 активно исследовались в работах [Золотухина и Харченко, 1982; Zolotukhina et al., 2008; Zolotukhina, 2010]. Более подробное описание всех видов пульсаций можно найти в обзорах [Троицкая и Гульельми, 1969; Гульельми и Троицкая, 1973; Нишида, 1980; Клейменова, 2006].

Таблица 2. Зависимость регистрации геомагнитных пульсаций от локального времени

Непрерывные	
Pc1	Утро на низких широтах Полдень на высоких широтах
Pc2–4	День
Импульсные	
PiB	Полночь
PiC	Рассвет
КУП	Вечер

## Теоретическое описание УНЧ-волн

Геомагнитные пульсации или УНЧ-волны генерируются многообразием процессов в магнитосфере. Для теоретического описания УНЧ волн, в основном, используются уравнения двухжидкостной магнитной гидродинамики (МГД). Линеаризованные уравнения МГД в представлении плоских волн преобразуются в дисперсионное соотношение для МГД-волн, которое выглядит как [Swanson, 1989]:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2\right) \left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\perp} - k^2\right) = \frac{\omega^4}{c^4}\eta^2, \quad (1)$$

где  $\omega$  — частота волны,  $c$  — скорость света,  $\varepsilon_{\perp}$ ,  $\eta$  — диагональная и недиагональная компоненты тензора диэлектрической проницаемости, соответственно,  $k_{\parallel}$  — компонента волнового вектора, направленная вдоль магнитного поля,  $k = \sqrt{k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2}$  — модуль волнового вектора. Здесь  $k_{\perp}$  — поперечная компонента волнового вектора. В квазипродольном приближении ( $k_{\perp}^2/k_{\parallel}^2 \rightarrow 0$ ) решения дисперсионного соотношения записываются как  $k_{\parallel\pm}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_{\perp} \pm \eta)$ . Выражение со знаком «плюс» описывает ионно-циклотронную волну, со знаком «минус» — электронно-циклотронную.

В холодной плазме, когда газовое давление плазмы пренебрежимо мало, дисперсионное соотношение выглядит как

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2\right) \left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\perp} - k^2\right) = 0. \quad (2)$$

Из дисперсионного соотношения (2), предполагая, что частота колебаний намного меньше гирочастоты протонов и ионов, можно получить два уравнения

$$\begin{aligned} \omega^2 &= k_{\parallel}^2 A^2, \\ \omega^2 &= k^2 A^2, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $A = B_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$  — альфвеновская скорость. Здесь  $B_0$  — равновесное (невозмущенное) магнитное поле,  $\rho_0$  — невозмущенная плотность. Первое уравнение описывает альфвеновскую волну, ее групповая скорость направлена вдоль магнитного поля, возмущенные поля перпендикулярны к направлению распространения волны. В поперечном направлении плазма несжимаема, то есть альфвеновские волны представляют собой колебания силовой линии, подобно колебаниям струны.



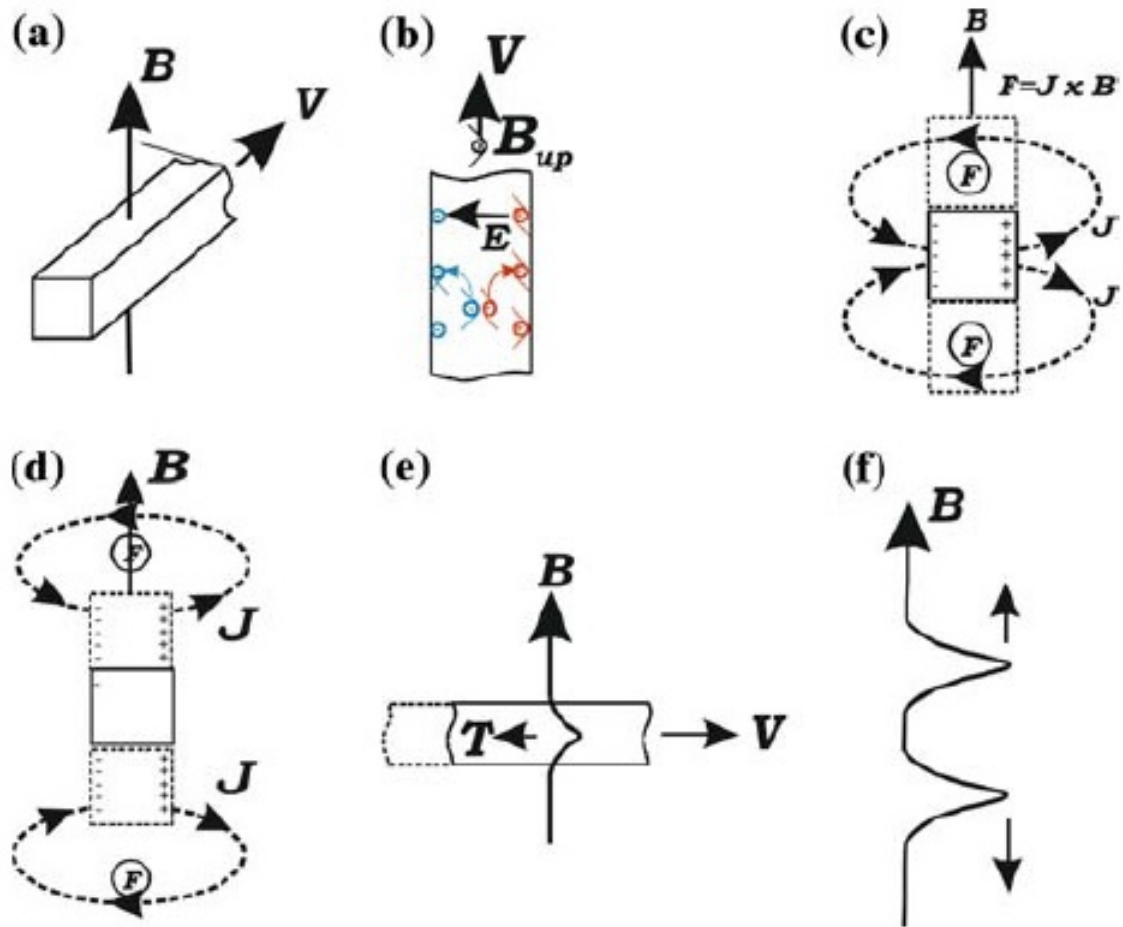


Рисунок 7. Последовательный механизм генерации альфвеновской волны на примере смещения бруска плазмы [Alfvén and Fälthammar, 1963].

Шведский физик Ханнес Альфвен описал простой механизм возбуждения УНЧ-волны, распространяющейся вдоль силовой линии магнитного поля. Модель генерации альфвеновской волны представлена на рисунке 7 [Alfvén and Fälthammar, 1963].

Рассматривается бесконечный объем полностью ионизированного водорода. Выделяется область плазмы в виде прямоугольного параллелепипеда. Назовем эту область бруском. Брусок движется в плазме со скоростью  $\vec{v}$ , перпендикулярной к внешнему магнитному полю  $\vec{B}$  (рисунок 7а). Так как заряды начинают двигаться, на них действует сила Лоренца  $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ , где  $q$  – заряд частиц плазмы. На рисунке 7б показано, что электроны движутся влево, а протоны – вправо. Это

разделение зарядов создает электрическое поле  $\vec{E}$ , которое ортогонально и к  $\vec{v}$ , и к  $\vec{B}$ . Если бы брусок находился в вакууме, то движение зарядов прекратилось бы по мере того, как все заряды достигли краев бруска. Но поскольку вокруг бруска тоже плазма, то это движение зарядов вызывает электрический ток  $\vec{J}$  (рисунок 7с). Этот ток течет поперек магнитного поля сверху и снизу бруска, вызывая силу  $\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}$ . Сила  $\vec{F}$  направлена в сторону  $\vec{v}$ . Соответственно, плазма сверху и снизу начинает двигаться.

Аналогично и для двух движущихся брусков. Точно также, сверху и снизу от брусков начинают течь токи (рисунок 7d), и плазма приходит в движение. Поскольку плазма и магнитное поле заморожены, смещение плазмы вызывает искривление магнитного поля. В результате этого, возникает обратная сила, стремящаяся восстановить структуру магнитного поля, эта сила останавливает движение бруска, и возвращает его в начальное положение (рисунок 7e). Движущиеся бруски сверху и снизу от начального бруска аналогичным образом искривляют магнитное поле, в результате чего появляются два импульса, распространяющиеся в противоположные стороны вдоль магнитного поля. Эти импульсы и называются альфвеновскими волнами [Alfven and Falthammar, 1963; McPherron, 2005].

Второе уравнение системы (3) описывает быстрый магнитный звук (БМЗ). Групповая скорость БМЗ направлена вдоль волнового вектора  $\vec{k}$  и не зависит от направления магнитного поля, поэтому БМЗ часто называют изотропной модой, в то время как альфвеновская волна — направляемая.

Альфвеновская волна и БМЗ из-за неоднородности магнитосферы не существуют по отдельности. Обычно в работах рассматривают волну, свойства которой близки к альфвеновской в одной области пространства, и к БМЗ в другой области. Но неизбежно существует такая область, где обе волны неразрывно связаны. На определенной резонансной поверхности, где частота волны БМЗ совпадает с частотой альфвеновской волны, произойдет альфвеновский резонанс, или резонанс силовых линий. Монохроматическая БМЗ волна падает на резонансную поверхность, ее частота совпадает с частотой альфвеновской волны, амплитуда волны

резко возрастает до бесконечности, и волна приобретает свойства альфвеновской волны по другую сторону от резонанса. Бесконечность амплитуды регулируется диссипацией, дисперсией и другими эффектами [Southwood, 1974; Chen and Hasegawa, 1974; Leonovich and Mazur, 1989].

В земной магнитосфере УНЧ-колебания представляются в виде тороидальных и полоидальных колебаний силовых линий магнитного поля. Начав осциллировать, силовые линии будут продолжать колебаться до тех пор, пока диссипативные процессы не заглушат колебания. Колебания силовых линий подобны колебаниям струны. Основания силовых линий также закреплены благодаря свойству вмерзности плазмы. Концы силовой линии вмерзены в ионосферу. Существуют две основные моды колебаний силовой линии: тороидальная и полоидальная моды. Тороидальная мода образуется при смещении в азимутальном направлении. Полоидальная мода образуется при радиальном смещении. Наиболее часто наблюдаемой является тороидальная мода. Основные процессы, приводящие к резонансу силовых линий: УНЧ-волны солнечного ветра, которые прошли сквозь магнитопаузу, и распространяются вглубь магнитосферы, волны, возбуждающиеся на магнитопаузе, затухающие в магнитосфере, резкий скачок скорости течения плазмы во время суббурь, а также неустойчивости космической плазмы [McPherron, 2005].

Иногда для рассмотрения МГД-колебаний можно использовать одножидкостное приближение (например, для плазмы, которая состоит из электронов и ионов одного сорта, скорость и плотность всей плазмы будут определяться скоростью и плотностью ионов, масса которых значительно превышает массу электронов). В горячей плазме ( $\beta \sim 1$ ) дисперсионное соотношение для альфвеновской волны остается прежним, а выражение для БМЗ переходит в

$$\omega^4 - \omega^2 k^2 (A^2 + S^2) + k_{\parallel}^2 k^2 A^2 S^2 = 0, \quad (4)$$

где  $\beta = 8\pi P_0 / B_0^2$  — плазменная бета, показывающая отношение газового давления плазмы к давлению магнитного поля,  $S = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0}$  — скорость звука,  $\gamma$  — показатель адиабаты, а  $P_0$  — невозмущенное давление плазмы. Это уравнение описывает две ветки гидромагнитных колебаний: БМЗ и медленный магнитный звук

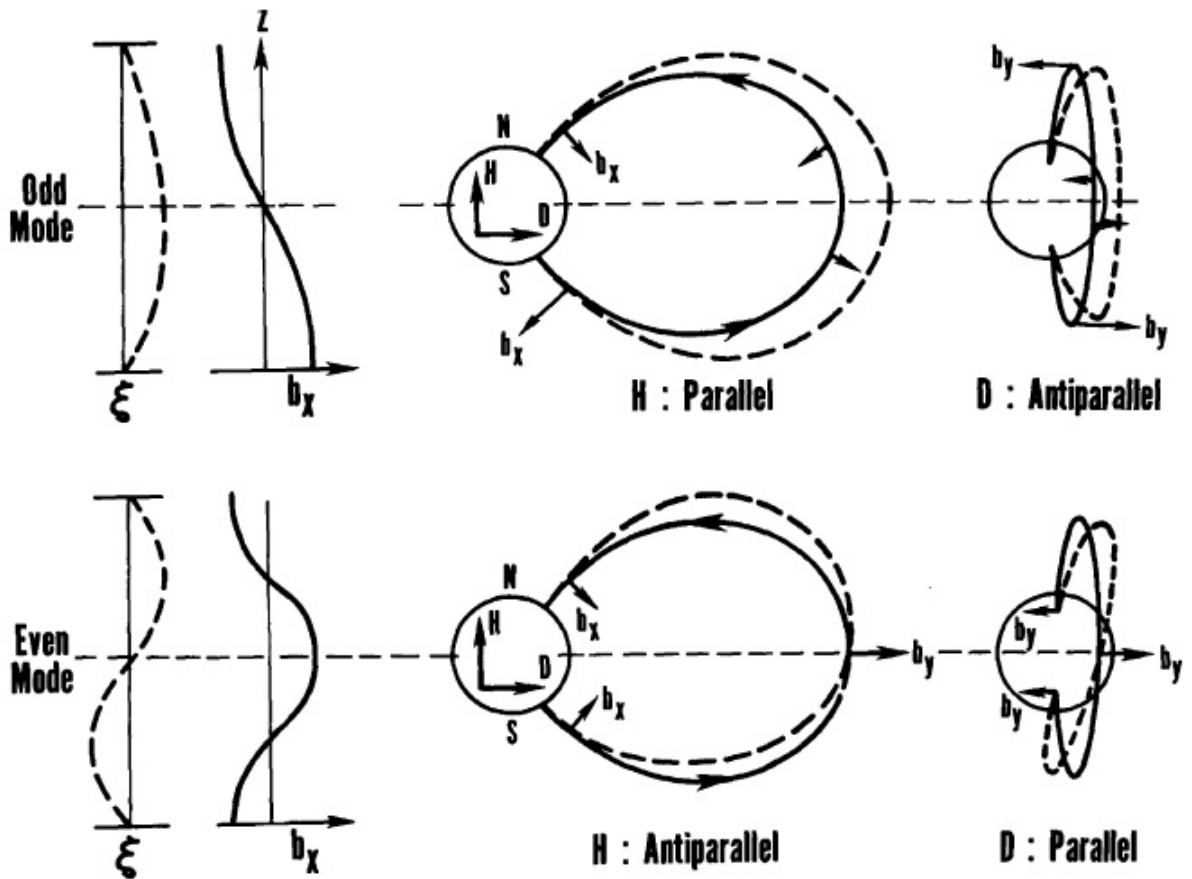


Рисунок 8. На панелях слева показано, что колебания силовых линий аналогичны колебаниям струны. Средние панели изображают полоидальные колебания, правые — тороидальные. Показаны нечетная (сверху) и четная (снизу) гармоники [McPherron, 2005].

(ММЗ). Групповая скорость ММЗ направлена вдоль магнитного поля, и колебания представляют собой звуковые колебания, распространяющиеся внутри трубки силовой линии. ММЗ, как и альфвеновскую волну называют направляемой модой [Леонович и Мазур, 2010]. Следует уточнить, что ММЗ не точно описываются в МГД. Полное описание содержит кинетические члены, из которых следует также существование дрейфово-компрессионной и зеркальной мод.

Дрейфово-компрессионная мода возбуждается в горячей плазме при наличии неоднородности плазмы поперек магнитного поля [Mikhailovskii and Fridman, 1967]. Частота возбуждаемой волны по порядку совпадает с частотой диамагнитного дрейфа. Такая волна также может сцепляться с альфвеновской волной

[Klimushkin and Mager, 2011; Klimushkin et al., 2012; Chelpanov et al., 2016]. Зеркальная мода также имеет компрессионный характер, представляет собой возмущение продольного магнитного поля. Как и дрейфово-компрессионная мода, зеркальная мода существует при больших значениях  $\beta$  [Hasegawa, 1969].

## Генерация и распространение пульсаций Pc1

Наибольший интерес для работы, изложенной в текущей диссертации, представляют геомагнитные пульсации диапазона Pc1. Структурированные и неструктурированные Pc1 пульсации уже более 60 лет являются предметом тщательного изучения [Гульельми, 1979; Пархомов и Рахматулин, 1979; Беспалов, 1987; Kangas et al., 1998; Трахтенгерц и Демехов, 2002; Demekhov, 2007; Zolotukhina and Cao, 2007; Parkhomov et al., 2015], однако, даже по истечении такого большого количества времени, все еще остается не вполне ясным механизм генерации пульсаций и формирование волнового пакета колебаний [Guglielmi et al., 2001; Гульельми, 2015].

Обычно считается, что пульсации Pc1 являются электромагнитными ионно-циклотронными волнами, которые возбуждаются в магнитосфере в результате циклотронной неустойчивости протонов кольцевого тока с анизотропным распределением по скоростям. Распространяются пакеты Pc1 вдоль силовых линий. Ионно-циклотронная неустойчивость — неустойчивость, при которой вектор возмущенного электрического поля волны с круговой поляризацией и частица вращаются вокруг магнитной силовой линии с одинаковой частотой. Протоны и ионы плазмы очень сильно влияют на волну. При увеличении частоты альфвеновская волна превращается в левополяризованную ионно-циклотронную волну и ее фазовая скорость падает до нуля по мере того, как частота волны приближается к гирочастоте протонов. Если частота выше гирочастоты протонов, волна не распространяется вовсе. Если волна распространяется вдоль магнитного поля от экватора к полюсу со скоростью  $A$ , а ион в противоположном направлении со скоростью  $v_{\parallel}$ , то

частота волны будет претерпевать доплеровский сдвиг

$$\omega' = \left(1 + \frac{v_{\parallel}}{A}\right) \omega. \quad (5)$$

Когда доплер-смещенная частота волны совпадает с гирочастотой иона, возникает резонанс. Если при этом электрическое поле волны и скорость иона направлены в противоположные стороны (имеется в виду поперечная составляющая скорости иона-протона), то частица будет замедляться, а волна наращивать свою энергию. Во время этого питч-угол протона будет уменьшаться до тех пор, пока частица не отдаст всю свою поперечную энергию и не уйдет в конус потерь. Понятно, что в среднем прирост энергии волны будет больше, если большее количество частиц будет иметь большие питч-углы. Максимальный рост энергии волны дает частица, имеющая питч-угол  $90^\circ$ . Существуют два магнитосферных явления, которые предоставляют необходимое распределение по питч-углам. Первый — высыпание частиц в атмосферу, т.е. частицы, обладающие малыми питч-углами, попадают в конус потерь. Второй — магнитосферная конвекция. Под воздействием электрического поля конвекции частицы наращивают поперечную энергию и, соответственно, скорость. Их продольная скорость тоже увеличивается, но не так сильно, как поперечная [Cornwall et al., 1965].

Ионосфера оказывает огромное влияние на волны Pc1, регистрируемые наземными станциями. Во-первых, сами по себе регистрируемые на земле волны не являются теми гидромагнитными волнами, которые генерируются в магнитосфере. На земле регистрируются электромагнитные волны, которые излучаются ионосферными токами, конкретнее, холловскими токами [McPherron, 2005].

Во-вторых, эти же токи существенно меняют поляризацию волны. Приведем пример: исходная тороидальная волна имела поляризацию восток-запад. Альфвеновская волна управляет продольным током. Продольные токи замыкаются в направлении север-юг через токи Педерсена. Педерсеновские токи нивелируют практически все эффекты, вызываемые продольными токами. Из-за токов Педерсена возникают силы  $\vec{J} \times \vec{B}$ , эти силы управляют вихревыми потоками в ионосфере и вызывают токи Холла, текущие в противоположном направлении. Магнитные

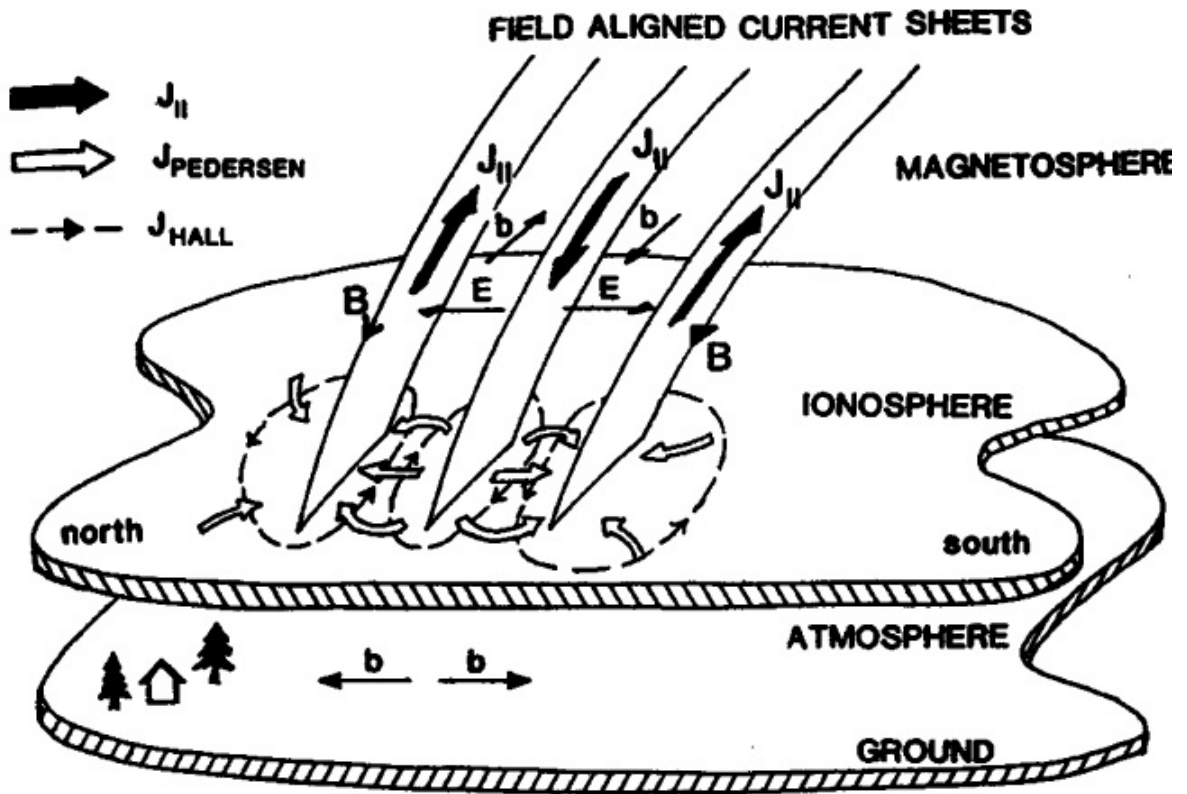


Рисунок 9. Из-за эффектов ионосферных токов альфвеновская волна меняет поляризацию на  $90^\circ$  [Hughes, 1983].

эффекты холловского тока наблюдаются наземными станциями в виде магнитного возмущения, повернутого на  $90^\circ$  относительно начальной ионно-циклотронной волны. Таким образом, тороидальная волна с поляризацией восток-запад в магнитосфере на земной поверхности оказывается электромагнитной волной с поляризацией север-юг (см. рисунок 9). Если ширина резонанса будет меньше толщины ионосферы, тогда волна будет значительно затухать из-за фильтрующих свойств ионосферы [Hughes, 1983].

В-третьих, в ионосфере существует волновод. Быстрое увеличение массы молекул при движении от верхней части ионосферы к нижней приводит к тому, что величина альфвеновской скорости падает. На самых нижних слоях ионосферы из-за резкого уменьшения числа заряженных частиц альфвеновская скорость может вырастать вплоть до скорости, равной скорости света. В результате возникает слой, где величина альфвеновской скорости не очень высока. Эта область известна как

ионосферный волновод. Считается, что благодаря этому волноводу волны Pc1 переносятся из высоких широт в более низкие [Greifinger, 1972].

В течение многих лет основной моделью для описания формирования пакета жемчужин являлась модель бегущего волнового пакета (БВП, см. работы [Cornwall et al., 1965; Jacobs, 1970; Gendrin et al., 1971; Гульельми, 1967; Троицкая и Гульельми, 1969; Гульельми, 1979]). Суть этой модели в следующем: в экваториальной части силовой линии в результате ионно–циклотронной неустойчивости возбуждается альфвеновская волна, пакет которой «убегает» вдоль силовой линии к ионосфере, отражается от нее, и «бежит» в обратном направлении, попутно усиливаясь в экваториальной области. Таким образом, неустойчивость в вершине силовой линии работает, как усилитель бегущих пакетов [Kangas et al., 1998]. Пакет Pc1 представляется в виде суперпозиции таких отражающихся от магнитосопряженных точек ионосферы альфвеновских пакетов. Схематично перемещение бегущего волнового пакета представлено на рисунке 10. В пользу этой модели указывают наземные наблюдения того, что пульсации в магнитосопряженных точках наблюдаются, в большинстве случаев, попеременно [Gendrin and Troitskaya, 1965; Obayashi, 1965; Saito, 1969].

По мере развития спутниковых наблюдений стало ясно, что модель бегущего волнового пакета имеет ряд недостатков. Сомнения в применимости этой модели основаны, главным образом, на проблемах удвоения периода повторения волнового пакета, регистрируемого наземными станциями, и малого отражения от ионосферы [Erlandson et al., 1992, 1996; Mursula, 2007]. Дело в том, что период повторения жемчужин оказался одинаковым и на спутниковых измерениях, и на наземных, в то время, как на земной поверхности должен наблюдаться удвоенный период. Это означает, что спутники не наблюдают отраженный от ионосферы волновой пакет.

Второй момент, который аргументирует не в пользу модели бегущего волнового пакета — измерения потока Пойнтинга для волн, зарегистрированных на спутниках. Авторы статей [Erlandson et al., 1992, 1996] вычислили поток Пойнтин-



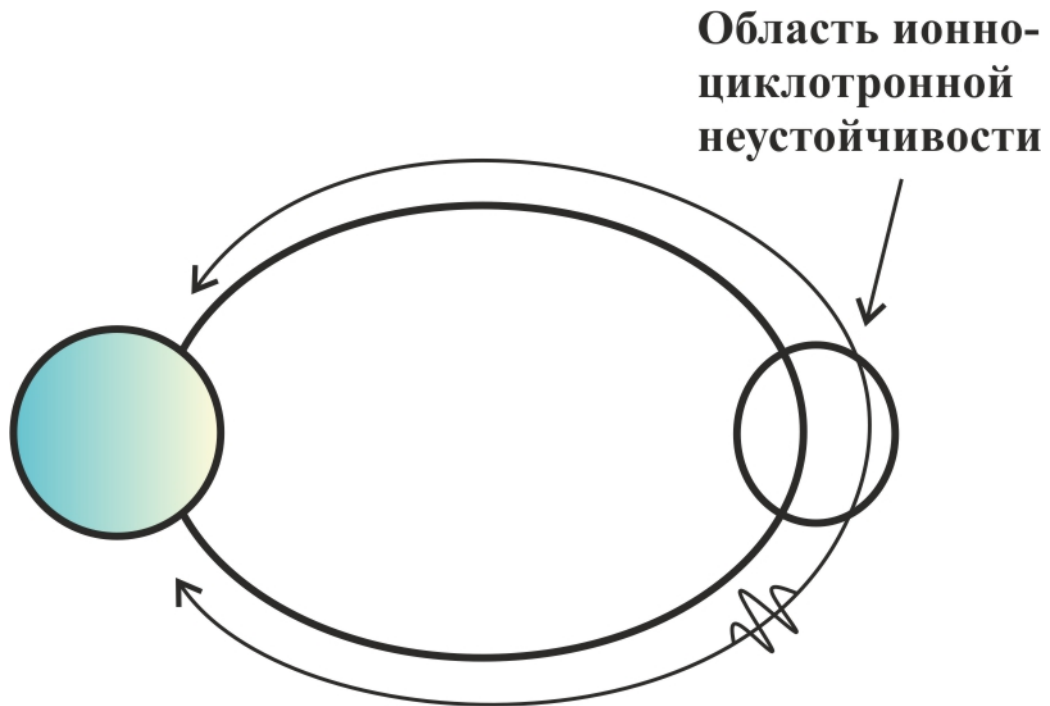


Рисунок 10. Схематичное представление перемещения бегущего волнового пакета.

га, используя данные спутника Viking. Они наблюдали структурированные пакеты пульсаций Pc1 вблизи плазмопаузы на высоте около 13500 км. Они обнаружили, что поток энергии направлен большей частью вниз вдоль силовой линии, обратный поток энергии, направленный вверх, оказался в 5–10 раз меньше. К. Мурсула [Mursula, 2007] получил подобные результаты, обрабатывая данные со спутника Polar. Авторы работы [Fraser et al., 1996] обрабатывали данные спутника CRRES и обнаружили поток Пойнтинга, направленный к магнитному экватору, но только в достаточной узкой области вблизи экватора. Авторы статьи [Lotoániu, 2005] нашли волновые пакеты сравнимой амплитуды, распространяющиеся в экваториальном и в обратном направлениях в диапазоне широт MLAT менее 11 градусов. В то же время поток Пойнтинга был направлен извне этой области.

Кроме того, авторы работ [Mursula, 2007; Lotoániu, 2005], используя модель бегущего волнового пакета, рассчитали время продолжительности серий жемчужин. Это время также не совпало с тем, что наблюдается спутниками. Это еще один аргумент против модели бегущего волнового пакета. Рассчитанное время пробега

волны между магнитосопряженными ионосферами и обратно составило примерно 220 сек, однако, наблюдаемое время оказалось всего 100 сек и на поверхности Земли, и на орбите спутника. Все это привело к необходимости поиска альтернативной модели формирования пакета жемчужин.

Одну из альтернативных гипотез формирования пакета Pc1 предложил Мурсула в работе [Mursula, 2007]. Он заметил, что одновременно со всплесками Pc1 на спутнике наблюдались длиннопериодные пульсации Pc3–4. Период этих пульсаций составлял 90–100 сек, что совпадало в периодом повторения жемчужин. Мурсула предположил, что длиннопериодные колебания модулируют амплитуду Pc1, в результате, формируя характерный пакет жемчужин. В пользу этой гипотезы также свидетельствуют работы [Rasinkangas et al., 1994; Lotoániu, 2005]. Однако, данная модель еще не доработана, и нуждается в дальнейшем рассмотрении.

Другая модель, объясняющая формирование пакета жемчужин Pc1, была предложена Гульельми и Потаповым [Guglielmi et al., 2000, 2001]. Они показали, что из-за наличия в плазме тяжелых ионов на силовой линии могут возникать области непрозрачности. Наличие тяжелых ионов необходимо учитывать, так как многие исследования указывают на большое содержание ионизованного кислорода в областях магнитосферы, где регистрируются пульсации Pc1 [Fraser et al., 2005; Yang et al., 2010]. Большая концентрация ионов кислорода наблюдается во время магнитных бурь, когда происходит впрыскивание частиц. Гирочастоты кислорода близки к частотам пульсаций Pc1. Области непрозрачности отделены от области распространения волн точками поворота. О существовании точек поворота сообщалось еще в работах прошлого века по пульсациям Pc1 [Smith and Brice, 1964; Fraser and McPherron, 1982; Rauch and Roux, 1982]. Продольная структура пульсаций Pc1 (вдоль силовой линии) при наличии точек поворота рассматривалась в работах [Guglielmi et al., 2000, 2001; Guglielmi and Potapov, 2012; Vincena et al., 2013]. В этих работах показано, что в районе магнитного экватора вдоль силовой линии формируется резонатор, ограниченный точками отражения с обеих сторон. Частоты возбуждаемых в нем волн определяются собственными частотами резона-

тора. В самом деле, ряд работ подтверждает генерацию волн Pc1 в экваториальной области силовой линии [Fraser et al., 1996; Lotoániu, 2005; Mursula, 2007; Pilipenko et al., 2012].

Еще одна модель, объясняющая формирование жемчужин, была предложена Дмитриенко и Мазуром в работах [Дмитриенко и Мазур, 1983; Dmitrienko and Mazur, 1985; Дмитриенко и др., 1986; Dmitrienko and Mazur, 1992; Dmitrienko, 1992]. Авторы показали, что, в области плазмопаузы, из-за конечной инерции иона, может сформироваться волновод (резонатор) в направлении поперек магнитных оболочек. Тогда квазипериодическая структура жемчужин, вероятно, является результатом суперпозиции множества различных гармоник этого резонатора. Область плазмопаузы выбрана не случайно: в районе плазмопаузы наблюдается минимум радиального профиля альфвеновской скорости, что делает образование резонатора в этой области возможным [Leonovich et al., 1983; Dmitrienko and Mazur, 1985; Dmitrienko and Mazur, 1992; Dmitrienko, 1992]. Спутниковые наблюдения подтверждают частую регистрацию пульсаций Pc1 в районе плазмопаузы [Fraser and Nguyen, 2001; Engebretson et al., 2002]. Авторы работы [Usanova et al., 2008] наблюдали пульсации одновременно на поверхности Земли, и на трех спутниках THEMIS D, C и E. Они обнаружили, что источник ионно–циклотронных волн заключен внутри плазмопаузы.

Как уже говорилось выше, считается, что механизмом генерации пульсаций Pc1 является ионно–циклотронная неустойчивость. Эта неустойчивость может развиваться для квазипродольного распространения волны ( $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$ ), что предполагает малость радиальной и азимутальной компонент волнового вектора. В резонаторе, расположенном на плазмопаузе, радиальная компонента волнового вектора также мала, поскольку волны заперты между точками поворота поперек магнитных оболочек [Dmitrienko and Mazur, 1992].

Ранее распространение Pc1 волн в присутствии ионов кислорода изучалось и теоретически [Queau et al., 1993; Pokhotelov et al., 1997] и экспериментально [Fraser and McPherron, 1982; Engebretson et al., 2007], но логически последовательной, со-

гласующейся с наблюдениями модели построено не было. В данной диссертационной работе предпринята попытка объяснить принцип формирования пакета жемчужин, наблюдаемых космическими аппаратами, используя гипотезу Гульельми и Потапова о продольном резонаторе и идею Дмитриенко и Мазура о возбуждении волн в поперечном резонаторе. Исследуются продольная и поперечная структуры волн Pc1 с учетом наличия примеси тяжелых ионов в плазме магнитосферы.

УНЧ-колебания были обнаружены также в магнитосферах Меркурия, Юпитера и Сатурна. На Юпитере их период составляет 10–20 минут. На Сатурне зарегистрированы альфвеновские волны продолжительностью, соизмеримой с периодом вращения планеты. На Меркурии периоды колебаний порядка нескольких секунд [Glassmeier et al., 2004], что одного порядка с периодом колебаний Pc1. Таким образом, результаты и выкладки, полученные в данной диссертационной работе, могут быть применимы к УНЧ-волнам на Меркурии.

## **Цели и задачи работы**

Данная диссертационная работа направлена на решение следующих задач:

1. Исследовать продольную структуру УНЧ-волн диапазона Pc1 в квазипоперечном приближении при учете в составе магнитосферной плазмы тяжелых ионов. Исследовать продольный экваториальный резонатор, пояснить его роль в формировании пакета волны Pc1.
2. Рассмотреть области прозрачности и непрозрачности. Изучить продольную структуру УНЧ-волн в диапазоне Pc1, локализованных вблизи ионосферы. Выяснить возможность возбуждения собственных мод колебаний в приионосферных областях прозрачности и в областях непрозрачности.
3. Исследовать в квазипродольном приближении пространственную структуру короткопериодных УНЧ-волн, локализованных вблизи плазмопаузы в присутствии в плазме тяжелых ионов.

## **Актуальность темы исследования**

В настоящее время нет качественной модели для жемчужин Pc1, которая могла бы ответить на вопросы об их генерации, распространении, формировании пакета и периода повторения пакетов. Данная диссертационная работа является попыткой объяснить механизм формирования волнового пакета тех Pc1, которые наблюдаются космическими аппаратами. Важную роль в исследовании играет учет наличия тяжелых ионов в магнитосферной плазме.

Результаты работы могут быть применимы для изучения УНЧ-волн, наблюдаемых в магнитосфере Меркурия, где роль тяжелых ионов играет натрий. У Меркурия силовые линии короткие, поэтому периоды колебаний порядка нескольких секунд [Glassmeier et al., 2004]. Благодаря этому собственные частоты колебаний довольно высокие, сопоставимы с гирочастотой ионов, особенно натрия, которого там много. Величина гирочастоты ионов натрия порядка 2,3 Гц, в то время как для кислорода на Земле  $\sim 1$  Гц.

В 2018 году планируется запуск космической миссии BepiColombo к Меркурию. При полете к Меркурию от транспортного модуля отделятся две станции, одна из которых будет изучать поверхность планеты, а вторая — Mercury Magnetospheric Orbiter, будет исследовать магнитосферу ближайшей к Солнцу планеты. В свете этого, тема диссертационной работы приобретает дополнительную актуальность, а результаты работы принесут определенный вклад в изучение УНЧ-пульсаций магнитосферы Меркурия.

## **Научная новизна**

1. Впервые исследована продольная структура и спектр УНЧ-колебаний диапазона Pc1 при наличии примеси тяжелых ионов в магнитосфере в квазипоперечном приближении. Исследованы точки отражения (поворота) волны при любых значениях компонент волнового вектора.

2. Впервые сделано аналитическое исследование областей непрозрачности, и областей, прилегающих к ионосфере, с учетом наличия в плазме тяжелых ионов. Выкладки сделаны для квазипоперечного приближения.
3. Впервые изучена пространственная структура и спектр УНЧ–волн диапазона Pc1, локализованных вблизи плазмопаузы в радиальном направлении, с учетом наличия примеси тяжелых ионов в магнитосферной плазме. Показано, что структура колебаний определяется и продольным и поперечным квантовыми числами.

### **Научная и практическая значимость работы**

Проведено аналитическое исследование продольной и поперечной структур короткопериодных УНЧ–колебаний в магнитосферной плазме с учётом примеси тяжелых ионов. Показано существование экваториального резонатора, где возбуждается одновременно большое количество гармоник. В поперечном направлении волна локализована вблизи центра плазмопаузы. Это позволяет описать полную структуру волны и принцип формирования волнового пакета Pc1, определить спектр собственных частот резонатора, которые оказались сопоставимыми с частотой волн Pc1. Эти собственные гармоники резонатора, возбуждаемые и в продольном и в поперечном направлениях, формируют сложную картину биений, имеющих характерную форму жемчужин. Проведено аналитическое исследование приионосферных областей прозрачности и областей непрозрачности. Показана невозможность установления в приионосферном волноводе собственных колебаний.

Появилась возможность оценить местоположение областей прозрачности, где волны Pc1 могут быть зарегистрированы космическими аппаратами.

Полученные результаты представляют один из возможных вариантов механизма формирования тех пакетов жемчужин Pc1, которые наблюдаются космическими аппаратами в магнитосфере. Представленные в работе результаты являются обобщением результатов более ранних работ, посвященных аналогичным исследова-

ниям, и позволили объединить разные подходы к решению поставленных задач. Модель экваториального резонатора — это еще один шаг к построению общей модели формирования и распространения волны Pc1 в магнитосфере, и пониманию процессов, происходящих в околоземном космическом пространстве. Результаты диссертационной работы могут быть экстраполированы для исследования УНЧ-волн в магнитосферах Меркурия и других планет Солнечной системы, обладающих магнитосферой.

### **Достоверность результатов**

Достоверность результатов, представленных в данной диссертационной работе, обусловлена использованием строгих методов математического анализа и теории возмущений. Результаты работы согласуются с предыдущими исследованиями, а в предельных случаях конечные результаты сводятся к известным классическим выражениям. Численные оценки частот колебаний Pc1 и расположение областей прозрачности относительно силовой линии согласуются с данными космических аппаратов в реальной магнитосфере.

### **Личный вклад автора**

Решение задач, поставленных и выполненных в данной диссертационной работе, получено лично автором либо при его непосредственном участии. Все аналитические выкладки и численные оценки выполнены диссертантом. Все таблицы, графики и рисунки, за исключением тех, что ссылаются на определенные источники, выполнены автором диссертации. Автор принимал участие в обсуждении и интерпретации полученных результатов, подготовке статей для публикации и представлял устные и стендовые доклады на конференциях.

## Основные положения, выносимые на защиту

1. Показано, что при наличии в плазме магнитосферы существенной примеси ионов гелия или кислорода, вблизи геомагнитного экватора формируется резонатор для квазипоперечных альфвеновских волн со спектром собственных частот в диапазоне геомагнитных пульсаций Pc1.
2. Установлено, что в присутствии тяжелых ионов существуют дополнительные области прозрачности для квазипоперечной альфвеновской волны, локализованные вблизи ионосферы. Область прозрачности ограничена высокопроводящей ионосферой и сингулярной точкой поворота.
3. На основе анализа пространственной структуры квазипродольных ионно-циклотронных волн показано, что продольный и поперечный размер резонатора для этих волн, и частоты его собственных колебаний определяются массой и концентрацией тяжелых ионов в магнитосфере.

## Апробация работы

Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных мероприятиях:

- 18th Open Young Scientists' Conference on Astronomy and Space Physics, Киев, Украина (2011).
- БШФФ-2011. XII Конференция молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом», Иркутск(2011).
- First European School on “Fundamental processes in Space Weather: a challenge in numerical modeling”, Спинето, Таскания, Италия (2012).
- 12-я Украинская конференция по космическим исследованиям, Евпатория, Крым, Украина (2012).



- X Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования», ИКИ РАН, Москва (2013).
- ILWS Workshop on "Space Weather Research with Space and Ground-Based Observations Irkutsk (2013).
- БШФФ-2013. XIII Конференция молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом», Иркутск (2013).
- Всероссийская конференция по солнечно-земной физике, посвящённая 100-летию со дня рождения В.Е.Степанова, Иркутск(2013),

и на семинарах в ИФЗ РАН и ИСЗФ СО РАН.

Диссертационная работа выполнялась при поддержке гранта РФФИ №16-05-00254.

## Публикации

Материалы, используемые в диссертации, опубликованы в 9 печатных работах:

1. Мариловцева О.С., Климушкин Д.Ю. Ультра–низкочастотные колебания в мультикомпонентной космической плазме // Вестник Иркутского университета. — 2009. — С. 310–311.
2. Klimushkin Dmitri Yu., Mager Pavel N., Marilovtseva Olga S. Parallel structure of Pc1 ULF oscillations in multi–ion magnetospheric plasma at finite ion gyrofrequency // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. — 2010. — Vol. 72. — P. 1327–1332.
3. Мариловцева О.С., Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Приэкваториальный резонатор для УНЧ–колебаний с учетом примеси тяжелых ионов в магнитосфере // Солнечно-земная физика. — 2010. — Т. 16 (129). — С. 82–87.
4. Mikhailova Olga, Klimushkin D.Yu., Mager P.N. Pc1–pulsations: the parallel structure in the plasma with the admixture of the heavy ions // Advances in Astronomy and Space Physics. — 2012. — Vol. 2. — P. 88–90.

5. Михайлова О.С., Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Область локализации резонатора для УНЧ–волн при наличии в плазме тяжелых ионов как функция поперечного волнового вектора // Сборник Трудов XII Конференции молодых ученых "Взаимодействие полей и излучения с веществом". — Иркутск, 2011. — С. 233–235.
6. Михайлова О.С. О возможности локализации волн Pc1 вблизи ионосферы с учетом наличия тяжелых ионов в магнитосфере // Солнечно–земная физика. — 2011. — Т. 19 (132). — С. 83–87.
7. Михайлова О.С. Исследование структуры УНЧ–колебаний вблизи плазмопаузы при наличии в магнитосферной плазме тяжелых ионов // Солнечно–земная физика. — 2013. — Т. 23 (136). — С. 84–90.
8. Михайлова О.С., Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Система волновых уравнений для МГД–волн с примесью тяжелых ионов и конечным давлением // Труды Всероссийской конференции по солнечно–земной физике, посвященной 100–летию со дня рождения члена–корреспондента РАН В.Е. Степанова. — Иркутск, 2013. — С. 175–177.
9. Mikhailova Olga S. The spatial structure of ULF–waves in the equatorial resonator localized at the plasmopause with the admixture of the heavy ions // Journal of Atmospheric and Solar–Terrestrial Physics. — 2014. — Vol. 108. — P. 10–16.

из них 2 статьи в журналах, входящих в международные базы цитирования Web of Science и Scopus, и рекомендованных ВАК для публикации результатов диссертаций. В первых публикациях автор использует фамилию Мариловцева, которая впоследствии была изменена на фамилию Михайлова, в связи со вступлением в брак.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

В главе 1 для нахождения продольной структуры используется квазипоперечное приближение. Спутниковые наблюдения пульсаций Pc1 показали узкую широтную и долготную локализацию колебаний. Локализация по широте может составлять от десятков до 100 км [Engebretson et al., 2008; Pilipenko et al., 2012]. Ввиду этих данных, квазипоперечное приближение не только оправдано, но и требует отдельного рассмотрения. В главе показано, что хотя изначальные условия задачи отличны от задачи, рассматриваемой в работах [Guglielmi et al., 2000, 2001], где использовалось квазипродольное приближение, конечный результат согласуется с результатами Гульельми и Потапова. В обоих случаях, в результате учета тяжелых ионов, естественным образом, возникают точки поворота, формирующие резонатор в районе магнитного экватора. Физическая картина представляется следующей: в экваториальном резонаторе возбуждаются собственные моды колебаний, частота которых не сильно отличается, это приводит к возникновению биений. Показано, что часть энергии волн может в туннельном режиме проникать сквозь области непрозрачности, и, в результате отражения от ионосферы, между ионосферой и точкой сингулярности образуется стоячая волна. Частота волны определяется собственными частотами резонатора. Какая-то часть волн может проникать через ионосферу на земную поверхность, где регистрируется наземными станциями.

В главе 2 исследуются области прозрачности, прилегающие к ионосфере, а также области, непрозрачные для распространения волны. Целями, поставленными в данной главе, были исследовать продольную структуру колебаний, локализованных в приионосферных областях прозрачности, а также выяснить, возможно ли возбуждение волн в областях непрозрачности, возможно ли установление собственных колебаний в приионосферных областях. Показано, что в области непрозрачности одновременно не существует такого линейно независимого решения, которое могло бы указывать на наличие собственных колебаний в приионосферной области. В области вблизи ионосферы образуется стоячая волна, источником которой является та часть волновой энергии, которая утекла из экваториального резонатора и в туннельном режиме проникла через области непрозрачности.

Глава 3 диссертации содержит исследование пространственной структуры пульсаций  $Pc1$  в двухмерном резонаторе. Вдоль силовой линии этот резонатор ограничен точками поворота, о которых говорилось выше, в поперечном направлении резонатор образуется благодаря резкому скачку параметров плотности и концентрации частиц. Этот скачок наблюдается в районе плазмопаузы, из-за чего в этой области наблюдается минимум альфвеновской скорости. Во всей работе ключевым моментом является наличие примеси тяжелых ионов в магнитосферной плазме.

В Заключении сформированы основные выводы и результаты диссертационной работы.

Объем диссертации составляет 111 страниц, включая 36 рисунков, 3 таблицы. Список литературы содержит 120 наименований.

## Глава 1

# Экваториальный резонатор для короткопериодных УНЧ–колебаний при наличии примеси тяжелых ионов в магнитосфере

В данной главе исследуется структура УНЧ–колебаний вдоль силовой линии при учете наличия тяжелых ионов в плазме. Как отмечалось в [Yang et al., 2010], ионов кислорода в земной магнитосфере может быть так же много, как и протонов. В последние годы регулярно наблюдаются ионно–циклотронные волны в присутствии примеси тяжелых ионов [Min et al., 2015; Yu et al., 2015; Saikin et al., 2015]. Гульельми и Потапов уже рассматривали продольную структуру для пульсаций в случае квазипродольного распространения ( $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$ ) и в присутствии тяжелых ионов [Guglielmi et al., 2001; Guglielmi and Potapov, 2012]. Авторы показали, что в экваториальной области может сформироваться резонатор в продольном направлении. Они предположили также, что собственные частоты резонатора, возбуждаемые в нем, могут сформировать волновой пакет, который может перемещаться между точками поворота, и отождествили период пробега волнового пакета с периодом повторения жемчужин.

Однако ряд наблюдений указывает на сильную поперечную локализацию Pc1 волн [Engebretson et al., 2002, 2008; Mursula, 2007; Yahnin et al., 2007]. Это озна-

чает, что модуль компоненты волнового вектора, перпендикулярной к магнитному полю,  $|k_{\perp}|$  велик. Поэтому необходимо рассмотреть структуру короткопериодных УНЧ–волн в квазипоперечном приближении, когда  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ . Этой задаче и посвящена данная глава. Выкладки, приведенные в главе 1, основаны на уравнениях, полученных Климушкиным Д.Ю. и Магером П.Н. в статье [Glassmeier et al., 2003]. Кроме того, обобщает результаты, полученные в статье [Klimushkin et al., 2006], для случая двумерно–неоднородной модели магнитосферы с многокомпонентной плазмой и неоднородным магнитным полем в направлениях вдоль силовой линии.

## 1.1 Система координат и основные уравнения

В рамках всей диссертационной работы будет использоваться аксиально–симметричная модель магнитосферы. Введем ортогональную систему координат, связанную с магнитным полем  $\{x^1, x^2, x^3\}$ , в которой координатные поверхности  $x^1 = const$  совпадают с магнитными оболочками, координата  $x^2$  отмечает конкретную силовую линию на магнитной оболочке, а координата  $x^3$  направлена вдоль силовой линии. Система координат ортогональна, поэтому недиагональные компоненты метрического тензора равны нулю. Диагональные компоненты, обозначаются как  $g_i$ , а  $\sqrt{g_i}$  являются коэффициентами Ламэ. Детерминант метрического тензора определяется как  $g = g_1 g_2 g_3$ . В такой системе элемент длины задается выражением

$$dl^2 = g_1(dx^1)^2 + g_2(dx^2)^2 + g_3(dx^3)^2.$$

Нижние и верхние индексы обозначают ковариантные и контравариантные компоненты вектора соответственно. Эти компоненты связаны соотношением  $a^j = a_j/g_j$  (повторяющийся индекс здесь не означает суммирование). «Физическая» компонента вектора, измеряемая в обычной евклидовой системе координат, определяется как  $\hat{a}_i = a_i/\sqrt{g_i} = \sqrt{g_i}a^i$ .

Рассматривается УНЧ–волна с частотой  $\omega$ , распространяющаяся в холодной плазме. Элементы тензора диэлектрической проницаемости в таком случае  $\hat{\epsilon}$  за-

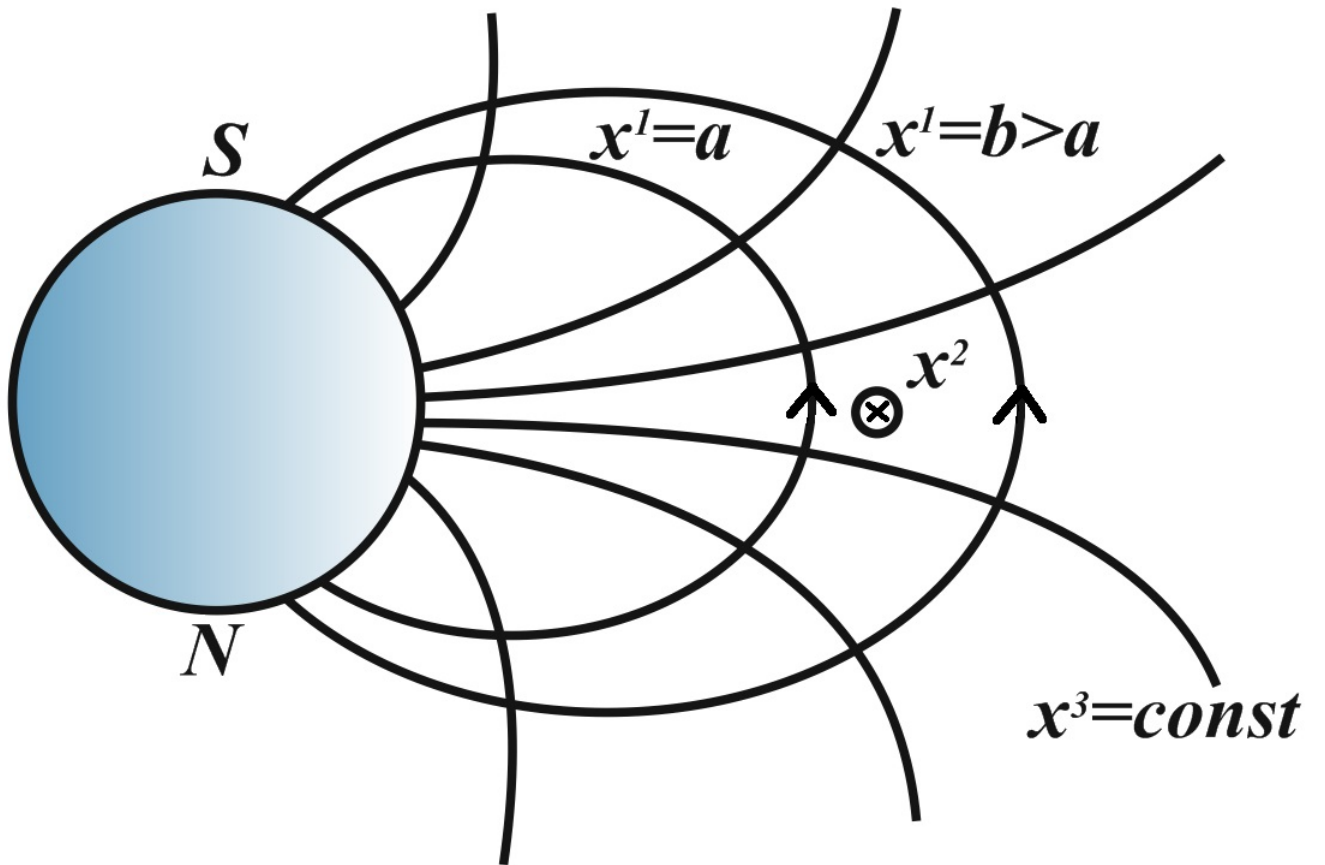


Рисунок 11. Система координат.

писываются следующим образом:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\parallel} &= 1 - \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega^2} - \sum \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega^2} \\ \varepsilon_{\perp} &= 1 - \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_{ce}^2} - \sum \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega_{ci}^2}, \\ \eta &= -\Omega_{ce}^2 - \omega^2 \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_{ce}^2} + \sum \frac{\Omega_{ci}}{\omega} \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega_{ci}^2},\end{aligned}$$

где  $\Omega_p$  и  $\Omega_c$  плазменная и циклотронная частоты, а второй индекс обозначает частицу:  $e$  — электрон,  $i$  — ион;  $\varepsilon_{\perp}$  и  $\varepsilon_{\parallel}$  — диагональные компоненты диэлектрического тензора,  $\eta$  — недиагональная компонента [Stix, 1962]. Если частота волны значительно ниже, чем циклотронная частота электронов  $\Omega_{ch} \lesssim \omega \ll \Omega_{ce}$ , и в плазме присутствуют легкие (протоны) и тяжелые ионы, тогда диэлектрический тензор

перепишется в виде

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\parallel} &= -\infty, \\ \varepsilon_{\perp} &= \frac{\Omega_{pp}^2}{\Omega_{cp}^2 - \omega^2} + \frac{\Omega_{ph}^2}{\Omega_{ch}^2 - \omega^2}, \\ \eta &= \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega\Omega_{ce}} - \frac{\Omega_{cp}}{\omega} \frac{\Omega_{pp}^2}{\Omega_{cp}^2 - \omega^2} - \frac{\Omega_{ch}}{\omega} \frac{\Omega_{ph}^2}{\Omega_{ch}^2 - \omega^2},\end{aligned}\tag{1.1}$$

здесь индексы  $p$  и  $h$  обозначают вид иона: протон и тяжелый ион, соответственно. Продольная компонента тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{\parallel} \rightarrow -\infty$ , так как масса электрона считается малой и близкой к нулю. Следует напомнить, что гирочастота определяется как

$$\Omega_c = \frac{eB}{mc},$$

где  $e$  и  $m$  — заряд и масса частицы, соответственно, а  $B$  и  $c$  — магнитное поле и скорость света.

Используя уравнения Максвелла можно найти уравнение на электрическое поле волны  $\vec{E}$  с частотой  $\omega$ :

$$\frac{\omega^2}{c^2} \hat{\varepsilon} \vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{E}.\tag{1.2}$$

Правая часть уравнения (1.2) записывается в контравариантных компонентах следующим образом:

$$\begin{aligned}\left(\text{rot rot } \vec{E}\right)^1 &= \sqrt{\frac{g_1}{g}} \left[ \partial_2 \left( \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_1 E_2 \right) - \partial_2 \left( \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_2 E_1 \right) - \partial_3 \left( \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_3 E_1 \right) \right], \\ \left(\text{rot rot } \vec{E}\right)^2 &= -\sqrt{\frac{g_2}{g}} \left[ \partial_1 \left( \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_1 E_2 \right) - \partial_1 \left( \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_2 E_1 \right) + \partial_3 \left( \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_3 E_2 \right) \right], \\ \left(\text{rot rot } \vec{E}\right)^3 &= \sqrt{\frac{g_3}{g}} \left[ \partial_1 \left( \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_3 E_1 \right) + \partial_2 \left( \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_3 E_2 \right) \right],\end{aligned}\tag{1.3}$$

здесь  $\partial_i = \partial/\partial x_i$ . Система уравнений (1.3) является системой дифференциальных уравнений в частных производных для радиальной  $E_1$  и азимутальной  $E_2$  компонент вектора электрического поля  $\vec{E} = (E_1, E_2, 0)$ . Компонента электрического поля, направленная вдоль магнитного поля, будет равна нулю, так как  $\varepsilon_{\parallel} = -\infty$ .

В случае, когда частота рассматриваемой волны  $\omega \ll \Omega_{ch}$ , и тензор диэлектрической проницаемости  $\hat{\varepsilon}$  для холодной плазмы диагонален (недиагональные ком-



поненты равны нулю), система уравнений (1.2) примет вид

$$\partial_2 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_1 E_2 - \partial_2 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_2 E_1 - \partial_3 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_3 E_1 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \frac{\sqrt{g}}{g_1} E_1 = 0, \quad (1.4)$$

$$\partial_1 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_1 E_2 - \partial_1 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_2 E_1 + \partial_3 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_3 E_2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \frac{\sqrt{g}}{g_2} E_2 = 0. \quad (1.5)$$

В случае однородной плазмы ( $g_i = 1$ ,  $\partial_i = ik_i$  и  $\partial_2 = 0$ ) уравнение (1.4) переходит в уравнение для альфвеновской волны

$$k_{\parallel}^2 E_1 = \frac{\omega^2}{A^2} E_1,$$

а уравнение (1.5) переходит в уравнение для БМЗ–быстрого магнитного звука

$$(k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2) E_2 = \frac{\omega^2}{A^2} E_2.$$

В рассматриваемом в данной работе случае, когда частота волны лежит в диапазоне  $\Omega_{ch} \lesssim \omega \ll \Omega_{ce}$  и тензор диэлектрической проницаемости задается системой (1.1), система уравнений (1.2) принимает вид

$$\partial_2 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_1 E_2 - \partial_2 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_2 E_1 - \partial_3 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_3 E_1 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \frac{\sqrt{g}}{g_1} E_1 + i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3} E_2 = 0, \quad (1.6)$$

$$\partial_1 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_1 E_2 - \partial_1 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_2 E_1 + \partial_3 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_3 E_2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \frac{\sqrt{g}}{g_2} E_2 + i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3} E_1 = 0. \quad (1.7)$$

Введем новые обозначения:

$$\hat{L}_T = \partial_3 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_3 + \frac{\sqrt{g}}{g_1} \varepsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (1.8)$$

$$\hat{L}_P = \partial_3 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_3 + \frac{\sqrt{g}}{g_2} \varepsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (1.9)$$

Эти операторы называются тороидальным и полоидальным операторами, соответственно. Тогда, система (1.6, 1.7) примет вид

$$\partial_2 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_1 E_2 - \partial_2 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_2 E_1 - \hat{L}_T E_1 + i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3} E_2 = 0, \quad (1.10)$$

$$\partial_1 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_1 E_2 - \partial_1 \frac{g_3}{\sqrt{g}} \partial_2 E_1 + \hat{L}_P E_2 + i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3} E_1 = 0. \quad (1.11)$$

Теорема Гельмгольца говорит о том, что произвольный вектор поля можно разложить на сумму потенциальной и вихревой компонент поля [Morse and Feshbach, 1953]. Применяв эту теорему к вектору двумерного поля  $\vec{E}$ , можно получить

$$\vec{E} = -\nabla_{\perp}\Phi + \nabla_{\perp} \times \vec{e}_{\parallel}\Psi, \quad (1.12)$$

где  $\vec{e}_{\parallel} = \vec{B}/B$ , и  $\nabla_{\perp}$  — двумерный оператор набла в координатах  $(x^1, x^2)$ . В случае однородной плазмы волновые функции  $\Phi$  и  $\Psi$  будут описывать электрические поля альфвеновских волн и быстрого магнитного звука, соответственно [Климушкин, 1994].

Преобразуем систему (1.10,1.11) в систему уравнений для  $\Phi$  и  $\Psi$ . Для этого запишем (1.12) в ортогональной криволинейной системе координат:

$$\begin{aligned} E_1 &= -\partial_1\Phi + \frac{g_1}{\sqrt{g}}\partial_2\Psi, \\ E_2 &= -\partial_2\Phi - \frac{g_2}{\sqrt{g}}\partial_1\Psi. \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения и действуя оператором  $\partial_i$  на систему (1.10,1.11), получаем

$$\begin{aligned} &\left[\partial_1\hat{L}_T\partial_1 + \partial_2\hat{L}_P\partial_2\right]\Phi - i\frac{\omega^2}{c^2}\left[\partial_1\sqrt{g_3}\eta\partial_2 - \partial_2\sqrt{g_3}\eta\partial_1\right]\Phi = \\ &= i\frac{\omega^2}{c^2}\left[\partial_1\sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\eta\partial_1 + \partial_2\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\eta\partial_2\right]\Psi + \left[\partial_1\hat{L}_T\frac{g_1}{\sqrt{g}}\partial_2 - \partial_2\hat{L}_P\frac{g_2}{\sqrt{g}}\partial_1\right]\Psi. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Путем воздействия на систему оператором  $-\epsilon^{kj}\partial_k/\sqrt{g}$ , где  $\epsilon^{kj}$  — антисимметричный псевдотензор,  $\epsilon^{12} = -\epsilon^{21} = 1$  и  $\epsilon^{11} = \epsilon^{22} = 0$ , получаем

$$\begin{aligned} &\left[\partial_2\frac{g_1}{\sqrt{g}}\hat{L}_T\partial_1 - \partial_1\frac{g_2}{\sqrt{g}}\hat{L}_P\partial_2\right]\Phi - i\frac{\omega^2}{c^2}\left[\partial_1\sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\eta\partial_1 + \partial_2\sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\eta\partial_2\right]\Phi = \\ &= \left[\partial_1\frac{g_2}{\sqrt{g}}\hat{L}_T\frac{g_2}{\sqrt{g}}\partial_1 + \partial_2\frac{g_1}{\sqrt{g}}\hat{L}_P\frac{g_1}{\sqrt{g}}\partial_2\right]\Psi - i\frac{\omega^2}{c^2}\left[\partial_1\frac{\eta}{\sqrt{g_3}}\partial_2 - \partial_2\frac{\eta}{\sqrt{g_3}}\partial_1\right]\Psi + \\ &+ \Delta_{\perp}\frac{g_3}{\sqrt{g}}\Delta_{\perp}\Psi, \end{aligned} \quad (1.14)$$

где  $\Delta_{\perp} = \partial_1(g_2/\sqrt{g})\partial_1 + \partial_2(g_1/\sqrt{g})\partial_2$  — поперечный лапласиан. Из этой системы видно, что источником альфвеновских волн является БМЗ, в то время, как источником БМЗ является альфвеновская волна. Эти две моды "завязаны между собой". Уравнения (1.13, 1.14) уже были получены ранее в статье [Glassmeier et al., 2003].

В однородной плазме система (1.13, 1.14) сводится к известному дисперсионному соотношению для УНЧ–волн [Swanson, 1989]:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2\right) \left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2\right) = \frac{\omega^4}{c^4}\eta^2. \quad (1.15)$$

## 1.2 Структура УНЧ–колебаний вдоль силовой линии: области прозрачности и непрозрачности

В поперечном ВКБ–приближении волна представима в виде  $\exp[i \int k_1(x^1) dx^1 + ik_2 x^2]$ , где  $k_1$  и  $k_2$  — радиальная и азимутальная компоненты поперечного волнового вектора, соответственно. Магнитосфера предполагается аксиально симметричной, поэтому в качестве координаты  $x^2$  может быть использован азимутальный угол  $\varphi$ , а азимутальное волновое число  $m$  играет роль азимутальной компоненты волнового вектора  $k_2$ . Квадрат поперечной компоненты волнового вектора выражается как

$$k_{\perp}^2 = \frac{k_1^2}{g_1} + \frac{k_2^2}{g_2}.$$

Рассмотрим квазипоперечное приближение ( $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ ).

Получим выражение для тороидально–поляризованной волны, когда  $\hat{k}_1 \gg \hat{k}_2$ . В этом случае система (1.13, 1.14) принимает вид

$$\begin{aligned} \hat{L}_T(\omega)\Phi &= i\frac{\omega^2}{c^2}\sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\eta\Psi, \\ -k_1^2\frac{g_2^2}{g}\frac{g_3}{\sqrt{g}}\Psi &= -i\frac{\omega^2}{c^2}\sqrt{\frac{g_2}{g_1}}\eta\Phi, \end{aligned}$$

Выразив  $\Psi$  из второго уравнения и подставив в первое, получим

$$\hat{L}_T(\omega)\Phi + \frac{\omega^4}{c^4}\sqrt{g}\frac{\eta^2}{k_1^2}\Phi = 0. \quad (1.16)$$

В квазипоперечном пределе это уравнение выглядит следующим образом:

$$\hat{L}_T(\omega)\Phi = 0. \quad (1.17)$$

Продельвая аналогичные действия для полоидально–поляризованной волны ( $\hat{k}_2 \gg \hat{k}_1$ ), находим уравнение

$$\hat{L}_P(\omega)\Phi = 0. \quad (1.18)$$

Заметим, что в волновые уравнения (1.17, 1.18) не входят недиагональные члены тензора диэлектрической проницаемости  $\eta$ . Это отличает данные уравнения от используемых в работах [Guglielmi et al., 2000, 2001]. Дело в том, что авторы этих статей рассматривали квазипродольный случай  $k_{\perp}/k_{\parallel} \rightarrow 0$ . В этом случае, дисперсионное соотношение (1.15) принимает вид

$$\left[ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right]^2 = \frac{\omega^4}{c^4} \eta^2.$$

Решения дисперсионного соотношения  $k_{\parallel\pm}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{\perp} \pm \eta)$  соответствуют выражению из статьи [Guglielmi et al., 2001]. В квазипоперечном же приближении ( $k_{\perp}/k_{\parallel} \gg 1$ ) дисперсионное соотношение (1.15) принимает форму

$$\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 = -\frac{\eta^2 \omega^4}{k_{\perp}^2 c^4},$$

который соответствует уравнению (1.16) или его полоидальному аналогу, а в пределе  $k_{\perp}/k_{\parallel} \rightarrow \infty$  переходит в уравнение (1.17) или (1.18).

Граничное условие получим в приближении идеальной проводимости ионосферы:

$$\Phi|_{\pm l_I} = 0, \quad (1.19)$$

здесь  $\pm l_I$  — точки, где силовая линия соединяется с ионосферой.

Так как операторы  $\hat{L}_T$  и  $\hat{L}_P$  различны, уравнения (1.17, 1.18) будут иметь различные собственные функции. Однако выражение для квадрата продольного волнового вектора ( $k_{\parallel}^2 = k_3^2/g_3$ ) в продольном ВКБ-приближении будет одинаково и для тороидальной, и для полоидальной мод:

$$k_{\parallel}^2 = \frac{\omega^2}{A_p^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{cp}^2}\right)} + \frac{\omega^2}{A_h^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2}\right)}. \quad (1.20)$$

Здесь  $A_{p,h}$  — альфвеновские скорости, определенные для протонов и тяжелых ионов, соответственно:

$$A_{p,h} = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi n_{p,h} m_{p,h}}},$$

где  $n_{p,h}$  и  $m_{p,h}$  — концентрации и массы протонов и тяжелых ионов.

Следует заметить, что здесь, как и во всей работе, предполагается, что  $\Omega_{cp} \gg \Omega_{ch}$ . Гирочастоты  $\Omega_{cp}$  и  $\Omega_{ch}$  меняются в зависимости от продольной координаты

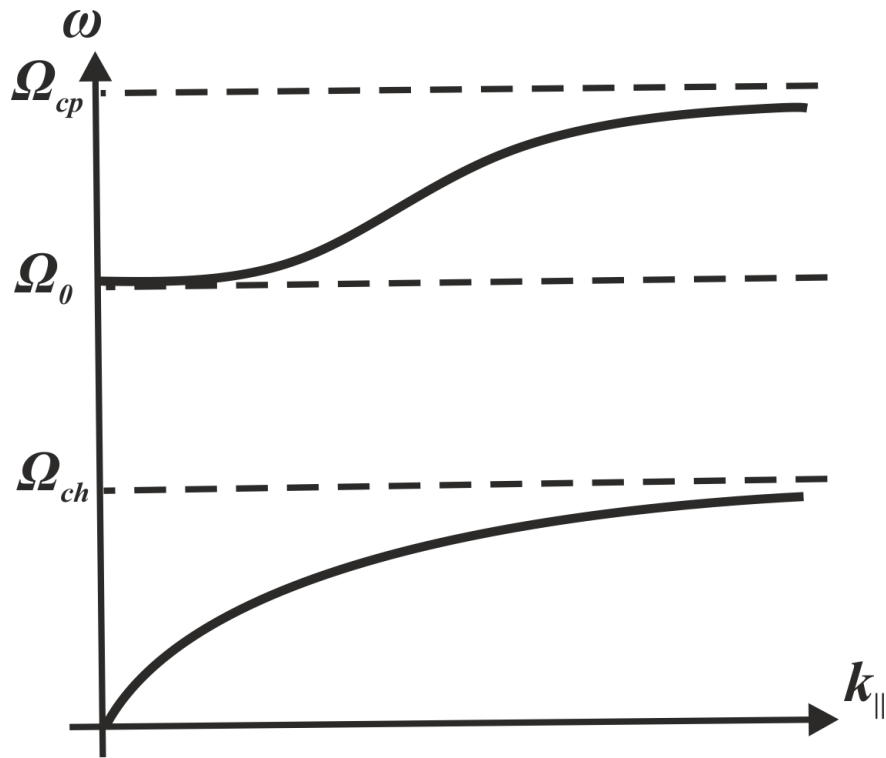


Рисунок 12. Схематичное представление зависимости частоты колебаний  $\omega$  от продольной компоненты волнового вектора  $k_{\parallel}$ .

*l*. Если условие  $\omega < \Omega_{ch}$  выполняется на протяжении всей длины силовой линии, то этот случай соответствует тривиальной МГД-волне, а случай  $\omega > \Omega_{cp}$  выходит за рамки приближения МГД и потому далее рассматриваются волны с частотами ниже гирочастоты протонов  $\omega < \Omega_{cp}$  (см. рисунок 12). На силовой линии всегда найдется точка, где частота волны совпадет с гирочастотой тяжелых ионов  $\omega = \Omega_{ch}$ , продольная компонента волнового вектора в этой точке стремится к бесконечности,  $|k_{\parallel}^2| \rightarrow \infty$ . Назовем эту точку точкой сингулярности  $l_s$ . На экваторе магнитное поле минимально и увеличивается по мере приближения к ионосфере. Таким образом, по мере удаления от экватора вдоль силовой линии, подходим к точке сингулярности, где  $k_{\parallel}^2 \rightarrow -\infty$ . На экваторе оба слагаемых из уравнения (1.20) положительны до тех пор, пока  $k_{\parallel}^2 > 0$ . Где-то между экватором и точкой сингулярности должна быть точка, где  $k_{\parallel}^2 = 0$ , назовем ее точкой отражения (поворота)  $l_0$ . Ее положение определяется уравнением  $\omega = \Omega_0(l)$ , где  $\Omega_0$  — частота

отражения.

$$\Omega_0^2 = \Omega_{ch}^2 \left( 1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right), \quad (1.21)$$

где  $\rho_{hp} = n_{h,p} m_{h,p}$  — плотности тяжелых ионов и протонов, соответственно [Klimushkin et al., 2006].

Получается следующая картина: в экваториальной области силовой линии находится область прозрачности — резонатор, ограниченный двумя точками поворота  $\pm l_0$  (предполагается симметрия север-юг). К резонатору примыкают две области непрозрачности, ограниченные точками сингулярности. Далее расположены две области прозрачности, ограниченные ионосферой Северного и Южного полушарий с одной стороны и точкой сингулярности с другой (см. рисунок 13).

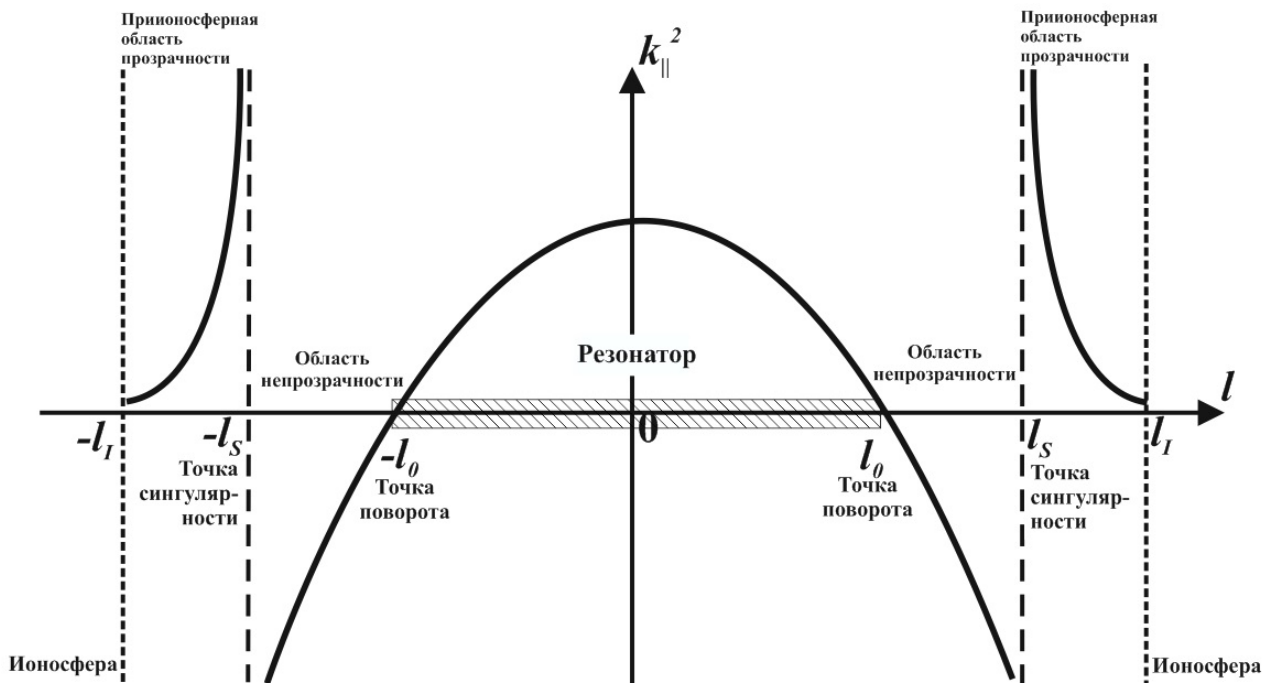


Рисунок 13. Схематическое представление зависимости квадрата продольной компоненты волнового вектора  $k_{||}^2$  от продольной координаты  $l$ .

### 1.3 Приэкваториальный резонатор

Приэкваториальный резонатор служит резервуаром волновой энергии. Собственные частоты резонатора определяют частоты возбуждаемых в нем волн.

Вблизи экватора разложение в ряд  $k_{\parallel}^2(l)$  выглядит так

$$k_{\parallel}^2(\omega, l) = k_{\parallel eq}^2 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2(k_{\parallel}^2)}{\partial l^2} \right|_{eq} \cdot l^2. \quad (1.22)$$

Здесь индекс  $eq$  означает значение на экваторе. Точка отражения определяется из  $l_0(\omega_n) = \sqrt{-2k_{\parallel eq}^2/(k_{\parallel eq}^2)''}$ . Собственная частота  $\omega_n$ , где  $n$  — продольное волновое число, получаемое из правила квантования Бора–Зоммерфельда

$$\int_{-l_0(\omega_n)}^{l_0(\omega_n)} k_{\parallel}(\omega_n) dl = \pi \left( n + \frac{1}{2} \right). \quad (1.23)$$

Выражение для  $k_{\parallel}^2$  задается выражением (1.20), тогда вторая производная с учетом того, что на экваторе  $\Omega'_{ch} = 0$ :

$$(k_{\parallel}^2)'' = -2 \frac{\omega^4 \Omega''_{ch}}{A_i^2 \Omega_{ch}^3 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)^2}. \quad (1.24)$$

Подставляя выражение (1.24) в (1.22) и интегрируя, получаем уравнение

$$\frac{\omega^4 \Omega''_{ch}}{A_i^2 \Omega_{ch}^3 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)^2} = \frac{k_{\parallel eq}^4}{(2n + 1)^2}. \quad (1.25)$$

Понижая степень этого уравнения, получаем

$$\frac{\omega^2 \sqrt{\Omega''_{ch}}}{A_i \Omega_{ch}^{3/2} \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} = \pm \frac{k_{\parallel eq}^2}{(2n + 1)}, \quad (1.26)$$

здесь выбираем знак «минус», чтобы учесть только реальные значения частоты. В случае выбора положительного знака, мы выйдем за пределы реально существующих частот. Подставляя в качестве экваториального значения волнового числа

$$k_{\parallel eq}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp},$$

где

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{c^2}{A_p^2} \left[ 1 + \frac{A_p^2}{A_h^2 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} \right],$$

поскольку предполагается, что  $\Omega_{ch} \lesssim \omega \ll \Omega_{cp}$ . Получаем уравнение для частоты

$$-A_h^2 \frac{\Omega_{ch}^{3/2}}{\sqrt{\Omega''_{ch}}} \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right) \left[ \frac{1}{A_p^2} + \frac{1}{A_h^2} \frac{1}{\left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} \right] = 2n + 1.$$

Остается только решить это уравнение и найти выражение для спектра частот

$$(\omega_n)^2 = \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right) \Omega_{ch}^2 + (2n + 1) \frac{\rho_h}{\rho_p} \sqrt{\Omega_{ch} \Omega_{ch}''} A_h. \quad (1.27)$$

Для всех величин, которые зависят от продольной координаты  $(\Omega_{ch}, A_{h,p}, \rho_{h,p})$ , берутся значения на экваторе. Штрих здесь означает дифференцирование по продольной координате  $((\dots)' = (\partial(\dots))/\partial l)$ . Заметим, что спектр частот (1.27) качественно совпадает со спектром, полученным для случая квазипродольного приближения (для примера, см. работы [Guglielmi et al., 2000, 2001]).

Спектр частот очень плотный:  $|\omega_{n+1} - \omega_n| \ll \omega_n$  (рис. 14). Поскольку одновременно возбуждаются все собственные гармоники резонатора, в результате формируются биения. Моделирование таких биений представлено на рисунке 15. Биения по своей форме похожи на структуру жемчужин. Полуширина резонатора определяется выражением

$$l_0 \approx r_{eq} \sqrt{\frac{(2n + 1) A_h}{(1 + \rho_p/\rho_h) \Omega_{ch} r_{eq}}}, \quad (1.28)$$

а точка сингулярности

$$l_s \approx r_{eq} \sqrt{2} \left[ (1 + \rho_h/\rho_p)^{1/2} - 1 \right]^{1/2}. \quad (1.29)$$

где  $r_{eq}$  — экваториальный радиус кривизны силовой линии. Сделаем некоторые количественные оценки. Считая, что роль тяжелых ионов в магнитосфере играет кислород  $O^+$ , и взяв  $A_h \approx A_p = 10^3$  км/с, а  $L = 6.6$ , то для основной гармоники ( $n = 0$ ) имеем результаты:  $\omega_0 \approx 1$  с<sup>-1</sup>,  $l_0 \approx 0.23 r_{eq} = 0.5 R_E$  и  $l_s = 0.9 r_{eq}$ . Полученная частота попадает в диапазон частот Pc1. Опять же, по порядку величины, все согласуется с результатами работ [Guglielmi et al., 2000, 2001; Гульельми, 2007; Guglielmi and Kangas, 2007].

В заключение этого раздела следует сказать, что для того, чтобы воспользоваться правилом квантования Бора–Зоммерфельда (1.23) предполагалось, что области непрозрачности широкие, и резонатор хорошо отделен от областей прозрачности, локализованных вблизи ионосферы. Это предположение, прежде всего, необходимо и для использования ВКБ–приближения. Тогда отдаленные от резонатора приионосферные области прозрачности могут внести только экспоненциально малые



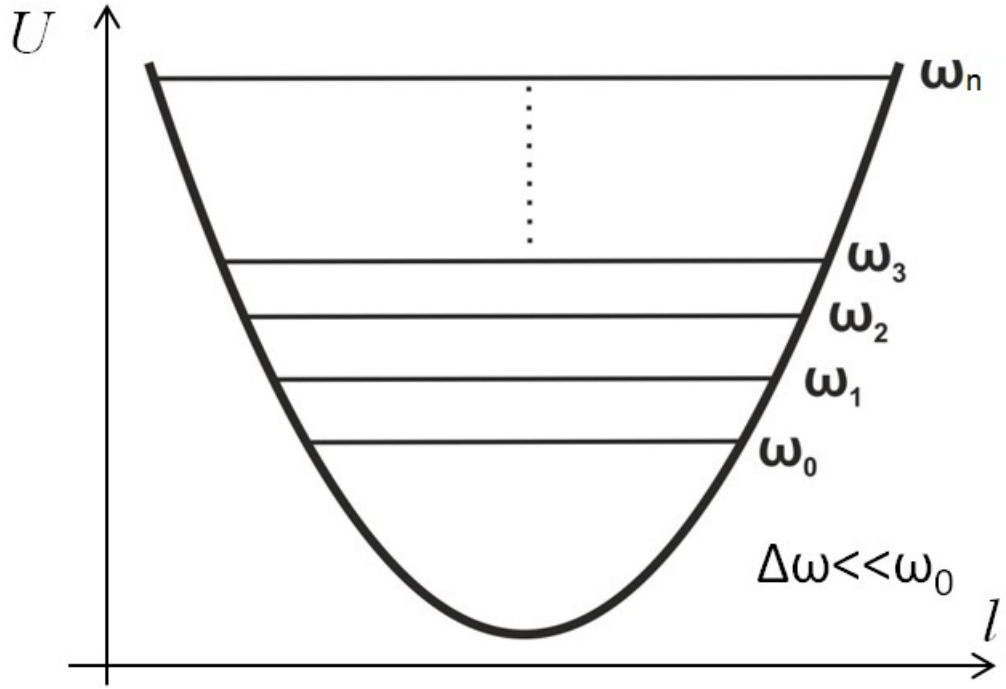


Рисунок 14. Дискретный спектр частот колебаний, возбуждающихся в экваториальном резонаторе (схематичное представление), здесь  $U$  — потенциал.

поправки в значения собственных частот. Противоположный случай (близкие области прозрачности) требует численных расчетов и не был рассмотрен в рамках данной диссертационной работы.

#### 1.4 Исследование экваториального резонатора при произвольных значениях $k_{\parallel}$ и $k_{\perp}$

В квазипоперечном приближении система уравнений (1.13, 1.14) записывается как

$$\left[ \partial_1 \hat{L}_T \partial_1 + \partial_2 \hat{L}_P \partial_2 \right] \Phi = i \frac{\omega^2}{c^2} \left[ \partial_1 \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \partial_1 + \partial_2 \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \eta \partial_2 \right] \Psi, \quad (1.30)$$

$$\Delta_{\perp} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \Delta_{\perp} \Psi = -i \frac{\omega^2}{c^2} \left[ \partial_1 \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \partial_1 + \partial_2 \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \eta \partial_2 \right] \Phi. \quad (1.31)$$

Видно, что

$$\left[ \partial_1 \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \partial_1 + \partial_2 \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \eta \partial_2 \right] = \Delta_{\perp} \eta \sqrt{g_3},$$

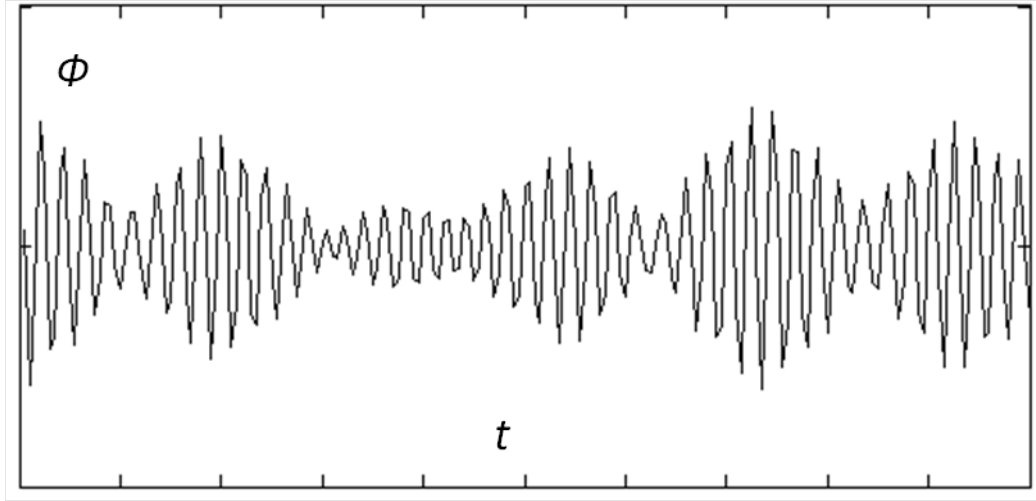


Рисунок 15. Моделирование биений в резонаторе. Для наглядности осциллограмма построена с использованием простейшей модели биений колебаний  $\Phi(t) = \cos(\omega_0 t) + \cos(\omega_1 t)$ . Коэффициенты предполагаются равными единице,  $\omega_0$  и  $\omega_1$  получены из выражения (1.27) для  $n = 0$  и  $n = 1$ , соответственно.

тогда оба уравнения (1.30,1.31) упрощаются

$$\left[ \partial_1 \hat{L}_T \partial_1 + \partial_2 \hat{L}_P \partial_2 \right] \Phi = i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3} \Delta_{\perp} \Psi, \quad (1.32)$$

$$\Delta_{\perp} \Psi = -i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{\frac{g}{g_3}} \Phi. \quad (1.33)$$

После подстановки (1.33) в (1.32) получаем волновое уравнение для альфвеновской моды

$$\partial_1 \hat{L}_T \partial_1 \Phi + \partial_2 \hat{L}_P \partial_2 \Phi - \sqrt{g} \left( \frac{\omega^2}{c^2} \eta \right)^2 \Phi = 0. \quad (1.34)$$

Заметим, что уравнение (1.16) является частным случаем уравнения (1.34) для тороидально–поляризованной волны.

Используем ВКБ–приближении по координате  $x^1$ . Магнитосфера считается аксиально–симметричной. В таком случае, уравнение (1.34) примет вид

$$\sqrt{g} \left( \frac{k_1^2}{g_1} + \frac{k_2^2}{g_2} \right) \left( -\frac{k_3^2}{g_3} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \right) \Phi - \sqrt{g} \left( \frac{\omega^2}{c^2} \eta \right)^2 \Phi = 0. \quad (1.35)$$

Поскольку  $k_{\perp}^2 = \frac{k_1^2}{g_1} + \frac{k_2^2}{g_2}$ , а  $k_{\parallel}^2 = \frac{k_3^2}{g_3}$ , продольная компонента волнового вектора может быть выражена следующим образом

$$k_{\parallel}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} + \frac{\eta^2}{k_{\perp}^2} \left( \frac{\omega^2}{c^2} \right)^2. \quad (1.36)$$

Как и в предыдущем разделе, используем модель идеальной МГД, граничные условия предполагают идеально-проводящую ионосферу. Схематично график функции (1.36) представлен на рисунке (16). Точки  $l_{el}$  и  $-l_{el}$  отмечают координаты точек поворота,  $\pm l_{res}$  — координаты точек резонанса, а точки  $\pm l_1$  — координаты точек, где  $k_{\parallel}^2 = 0$ .

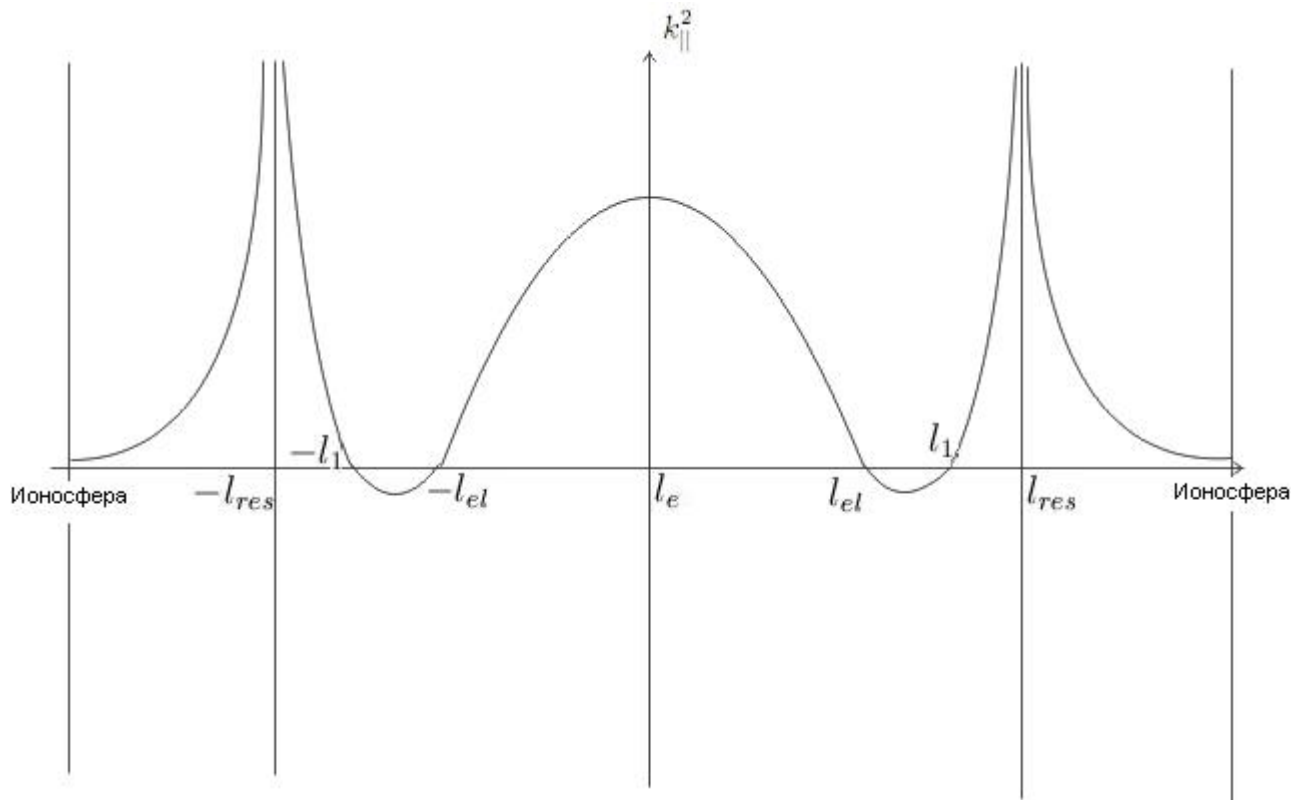


Рисунок 16. Схематичное представление зависимости квадрата продольного волнового вектора  $k_{\parallel}^2$  от продольной координаты  $l$  (для любых значений компонент волнового вектора).

Мы рассматриваем диапазон частот, в котором частота волны близка к гирочастоте тяжелых ионов и намного меньше гирочастоты протонов. В таком случае,

элементы тензора диэлектрической проницаемости принимают вид

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{c^2}{A_p^2} \left[ 1 + \frac{A_p^2}{A_h^2 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} \right], \quad (1.37)$$

$$\eta = \frac{c^2}{\omega} \left[ \frac{\Omega_{ce}}{A_e^2} - \frac{\Omega_{cp}}{A_p^2} - \frac{\Omega_{ch}}{A_h^2 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} \right]. \quad (1.38)$$

Как и раньше, для того, чтобы найти частотный спектр колебаний, воспользуемся правилом квантования Бора–Зоммерфельда (1.23), предполагая, что ширина областей непрозрачности достаточна велика. Разложение  $k_{\parallel}^2$  в ряд вблизи экватора выглядит аналогично выражению (1.22), только в этом случае выражение для  $k_{\parallel}^2$  задается выражением (1.36). В таком случае вторая производная  $(k_{\parallel}^2)''$ , с учетом того, что на экваторе  $\Omega'_{ch} = 0$ , выглядит как

$$(k_{\parallel}^2)'' = -2 \left[ \frac{\omega^4 \Omega_{ch}''}{A_h^2 \Omega_{ch}^3 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)^2} - \frac{\omega^2 \Omega_{ch} \Omega_{ch}''}{k_{\perp}^2 A_h^4 \left( 1 - \frac{\Omega_{ch}^2}{\omega^2} \right)^2} - \frac{2 \Omega_{ch}^3 \Omega_{ch}''}{k_{\perp}^2 A_h^4 \left( 1 - \frac{\Omega_{ch}^2}{\omega^2} \right)^3} \right]. \quad (1.39)$$

Для всех величин (включая  $k_{\perp}$ ) взяты их экваториальные значения. Подставляя это выражение в (1.22), а затем в (1.23), и интегрируя, получаем уравнение на частоту

$$\frac{\omega^4 \Omega_{ch}''}{A_h^2 \Omega_{ch}^3 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)^2} - \frac{\omega^2 \Omega_{ch} \Omega_{ch}''}{A_h^4 k_{\perp}^2 \left( 1 - \frac{\Omega_{ch}^2}{\omega^2} \right)^2} - \frac{2 \Omega_{ch}^3 \Omega_{ch}''}{A_h^4 k_{\perp}^2 \left( 1 - \frac{\Omega_{ch}^2}{\omega^2} \right)^3} = \frac{k_{\parallel e}^4}{(2n+1)^2}. \quad (1.40)$$

Чтобы решить уравнение (1.40), необходимо воспользоваться теорией возмущений. Будем придерживаться следующей схемы решения: представим все выражение в виде некоторого оператора

$$L(\omega) = \beta,$$

где

$$L(\omega) = L^{(0)} + L^{(1)}.$$

При этом частота волны запишется в виде

$$\omega_n = \omega_n^{(0)} + \omega_n^{(1)}. \quad (1.41)$$

Здесь  $\omega_n^{(0)}$  — решение уравнения главного порядка, определяется квазипоперечным приближением, когда  $k_{\perp} \rightarrow \infty$ ;  $\omega_n^{(1)}$  — решение для уравнения первого порядка, определяемое конечным значением поперечной компоненты волнового вектора.

Тогда, учитывая (1.41), получаем разложение

$$L^{(0)}(\omega^{(0)}) + \frac{\partial L^{(0)}}{\partial \omega} \omega_n^{(1)} + L^{(1)}(\omega^{(0)}) = \beta.$$

Тем самым из уравнения для главного порядка

$$L^{(0)}(\omega^{(0)}) = \beta,$$

получим частоту  $\omega_n^{(0)}$ , а затем выразим частоту  $\omega_n^{(1)}$  как

$$\omega_n^{(1)} = - \frac{L^{(1)}(\omega^{(0)})}{\left. \frac{\partial L^{(0)}}{\partial \omega} \right|_{\omega^{(0)}}}. \quad (1.42)$$

Тогда уравнение главного порядка принимает вид

$$\frac{\omega^2 \sqrt{\Omega_{ch}''}}{A_h \Omega_{ch}^{3/2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2}\right)} = \pm \frac{k_{\parallel e}^2}{(2n+1)}. \quad (1.43)$$

Данное выражение уже было получено для квазипоперечного приближения, и в точности соответствует уравнению (1.26). Соответственно, спектр частот главного порядка также совпадает со спектром частот в квазипоперечном приближении (1.27):

$$(\omega_n^{(0)})^2 = \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right) \Omega_{ch}^2 + (2n+1) \frac{\rho_h}{\rho_p} \sqrt{\Omega_{ch} \Omega_{ch}''} A_h. \quad (1.44)$$

Теперь, для того, чтобы найти частоты первого порядка, подставляем полученное выражение (1.44) в (1.42). Таким образом, получаем

$$\omega_n^{(1)} = - \frac{(\omega_n^{(0)})^3}{4k_{\perp}^2 A_h^2} - \frac{(\omega_n^{(0)})^5}{4k_{\perp}^2 A_h^2 \Omega_{ch}^2}. \quad (1.45)$$

Тогда, полное выражение для частоты запишется в виде

$$\omega_n = \omega_0 - \frac{\omega_0^3}{4k_{\perp}^2 A_h^2} - \frac{\omega_0^5}{4\Omega_{ch}^2 k_{\perp}^2 A_h^2}. \quad (1.46)$$

здесь использовано обозначение  $\omega_o = \omega_n^{(0)}$ . Очевидно, в общем случае, спектр частот более сложный, чем в квазипоперечном приближении, хотя и основной вклад

вносит та часть выражения, которая совпадает со спектром частот для квазипоперечного приближения. Немного упростим выражение (1.46), для этого воспользуемся разложением

$$\omega_n^{(0)} = \tilde{\omega}_n^{(0)} + \delta_n,$$

где  $\tilde{\omega}_n^{(0)}$  — новое обозначение. Таким образом, поправка к основной частоте будет выглядеть как

$$\omega_n^{(1)} = -\tilde{\omega}_n^{(0)} \frac{\left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right) \Omega_{ch}^2}{4k_{\perp}^2 A_h^2} \left(2 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right). \quad (1.47)$$

Используем дисперсионное соотношение (1.15) для нахождения точек отражения продольного и поперечного резонаторов. Решение дисперсионного уравнения относительно  $k_{\parallel}^2$  выглядит следующим образом:

$$k_{\parallel 1,2}^2 = \frac{1}{2} \left( 2 \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\perp}^2 \pm \sqrt{k_{\perp}^4 + 4 \frac{\omega^4}{c^4} \eta^4} \right). \quad (1.48)$$

Используя данное выражение, найдем точки отражения, ограничивающие продольный резонатор. Будем исходить из условия  $k_{\parallel}^2 = 0$ . В таком случае получим уравнение

$$2 \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\perp}^2 \pm \sqrt{k_{\perp}^4 + 4 \frac{\omega^4}{c^4} \eta^4} = 0.$$

Решая это уравнение, получаем

$$k_{\perp}^2 = \frac{\omega^2 \varepsilon_{\perp}^2 - \eta^2}{c^2 \varepsilon_{\perp}}. \quad (1.49)$$

В квазипродольном случае, если  $k_{\perp} = 0$ , получаем резонатор, свойства которого описаны в работах [Гульельми, 1967; Guglielmi et al., 2000, 2001; Гульельми, 2007], а если  $k_{\perp} \rightarrow \infty$ , то резонатор, рассмотренный в предыдущем разделе.

Поскольку мы рассматриваем такой диапазон частот, когда частота волны близка к гирочастоте тяжелых ионов и намного меньше гирочастоты протонов ( $\Omega_{ch} \lesssim \omega \ll \Omega_{cp}$ ) и элементы тензора диэлектрической проницаемости принимают вид (1.37, 1.38), то функция (1.49) будет вести себя, как представлено на рисунке (17). Функция (1.49) сингулярна в точке  $\omega_0^2 = \Omega_{ch}^2 \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right)$ . Это частота волны в точке отражения для резонатора, полученного при рассмотрении квазипоперечного

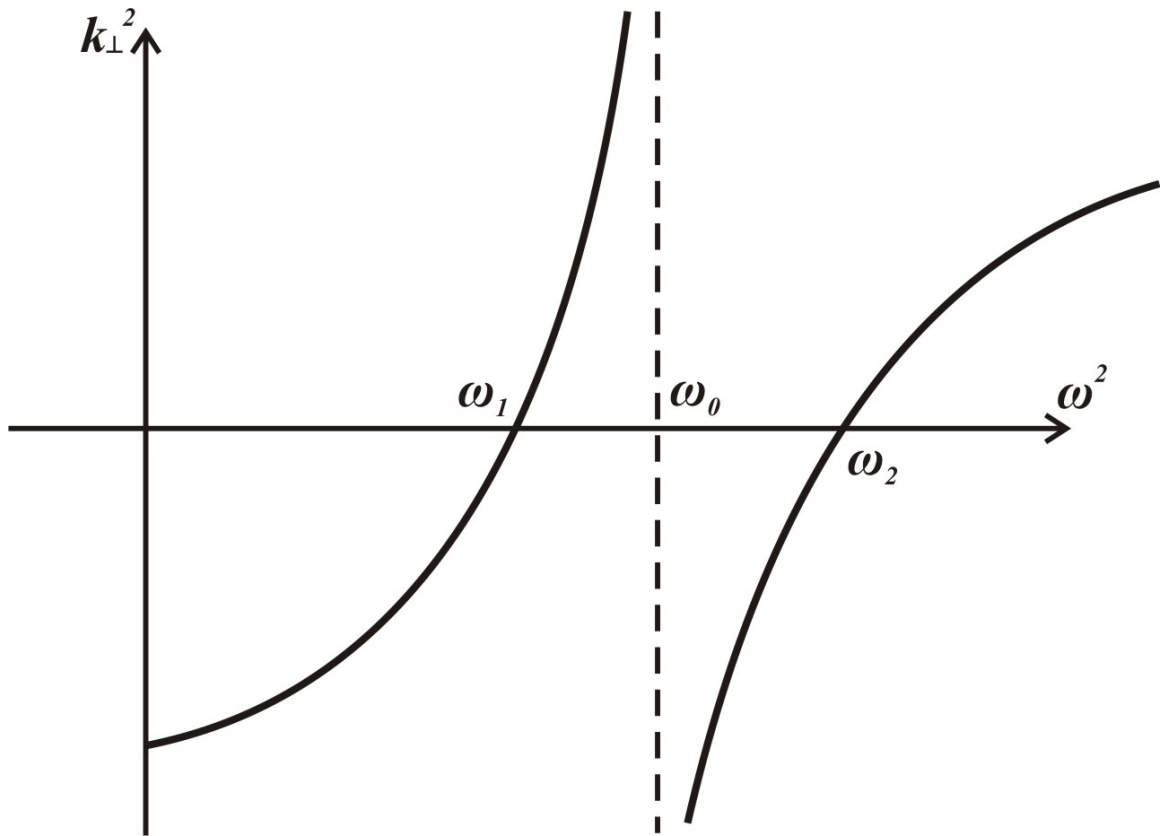


Рисунок 17. Зависимость квадрата поперечной компоненты волнового вектора от частоты.

приближения. Частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  определяются из условия равенства  $\varepsilon_{\perp}^2$  и  $\eta^2$  и определяют точки отражения для резонатора Гульельми.

В зависимости от значения поперечной компоненты волнового вектора меняется частота отражения, а соответственно, и координата точки отражения. На разных силовых линиях ширина резонатора отличается. Зависимость квадрата радиальной компоненты волнового вектора получена в работе [Klimushkin et al., 2006] и представлена на рисунке 18. Координаты  $x_1$  и  $x_2$  отмечают координаты точек, в которых волна имеет полоидальную поляризацию, а точка  $x_0$  — тороидальную. То есть, при прохождении волны поперек магнитных оболочек волна может сменить поляризацию с полоидальной на тороидальную. Из рисунка также видно, что область  $x_0 < x < x_2$  — область непрозрачности, волна здесь распространяться не может. Полуширина резонатора, как функция квадрата поперечной компоненты

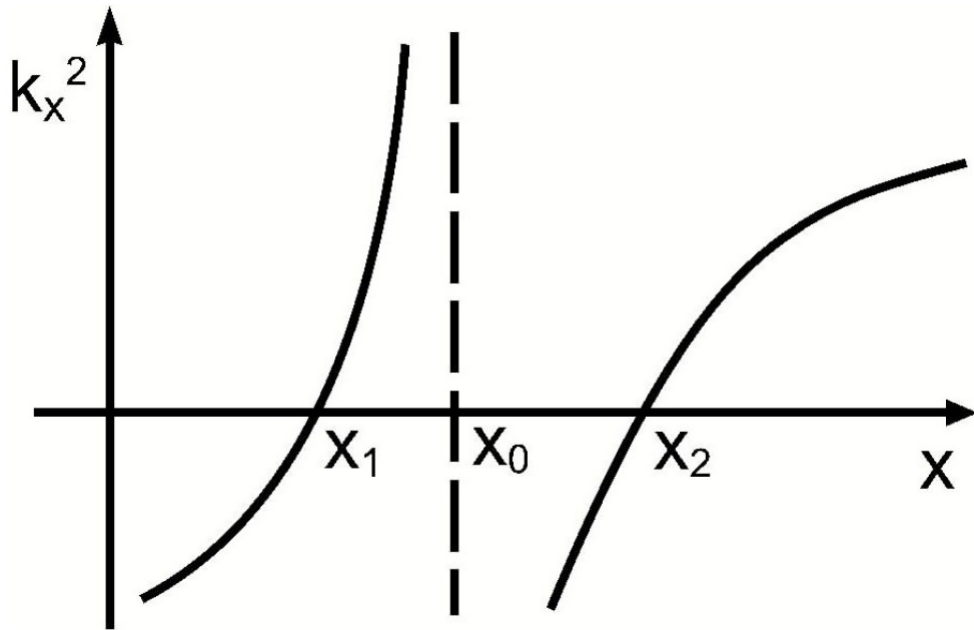


Рисунок 18. Зависимость квадрата радиальной компоненты волнового вектора от радиальной координаты. Взято из работы [Klimushkin et al., 2006].

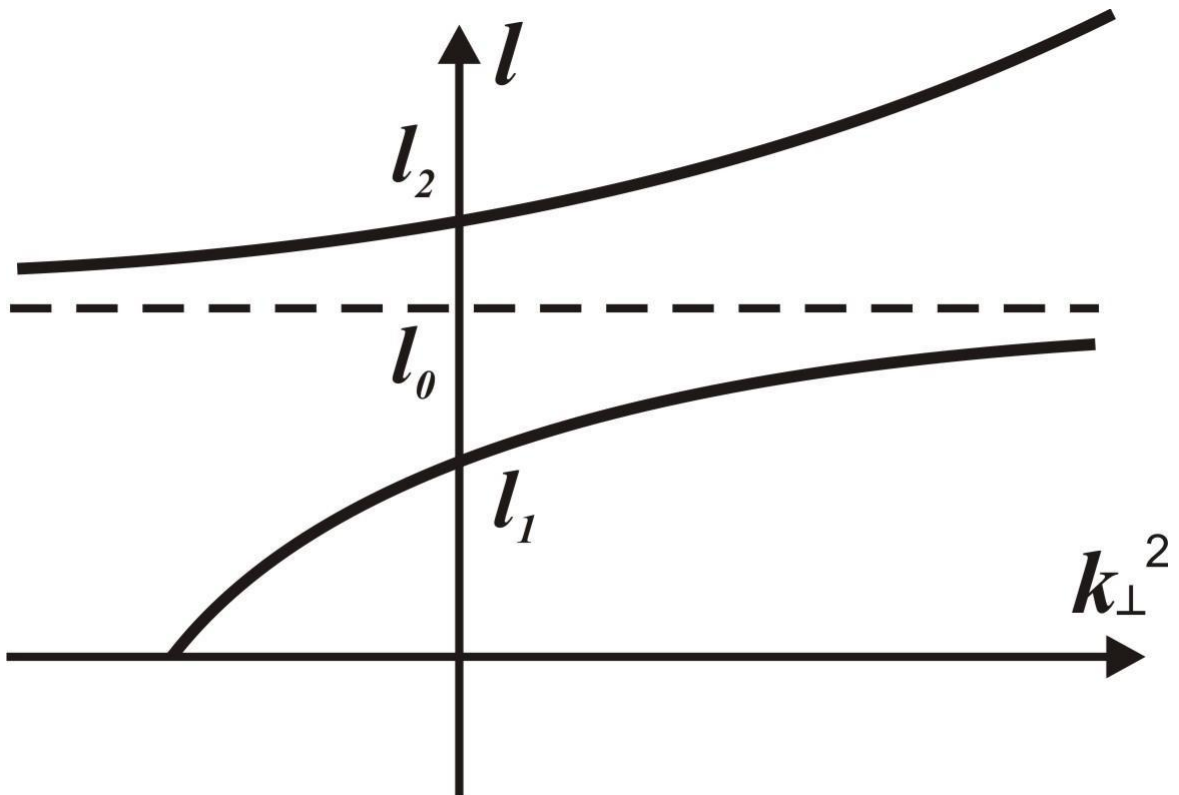


Рисунок 19. Зависимость полуширины резонатора от квадрата поперечной компоненты волнового вектора.



волнового вектора показана на рисунке (19). Полуширина резонатора меняется с изменением магнитной оболочки.

Можно представить область распространения волны на плоском графике: отложим по оси абсцисс поперечную компоненту  $x^1$ , вдоль оси ординат продольную длину  $l_{\parallel}$ . В результате получился «двумерный» график (рисунок 20), показывающий область возможного существования волны. Область существования волны показана серым цветом. Область искривлена, так как точка  $l_1$  непостоянна, и «плавает» в зависимости от концентрации частиц, находящихся в плазме. Как правило, эта точка смещается к точке резонанса. Ширина резонатора, определяемая точками отражения также может изменяться в зависимости от поперечной координаты. Это естественно, поскольку на разных магнитных оболочках частоты и, соответственно, координаты точек отражения отличаются. Вблизи поверхности, где волна имеет тороидальную поляризацию, с координатой  $x_0^1$  квадрат поперечной компоненты волнового вектора  $k_{\perp}^2 \rightarrow \infty$ , что означает квазипоперечное распространение волны. Вблизи поверхности  $x_1^1$ , наоборот,  $k_{\perp}^2 = 0$ , здесь структуру колебаний следует искать через квазипродольное приближение. Это означает, что противоположные случаи  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$  и  $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$  могут просто относиться к структуре одной и той же волны на различных магнитных оболочках. Структура волны при переходе от одной оболочки к другой слегка изменяется.

## 1.5 Заключение к главе 1

Подведем итог первой главы данной диссертационной работы. Исследовалась продольная структура УНЧ-волн с частотой порядка гирочастоты тяжелых ионов (диапазон Pc1). По разные стороны от экватора формируются две области непрозрачности. Их существование препятствует распространению волнового пакета вдоль силовой линии с последующим отражением от ионосферы. Волны оказываются заперты в экваториальном резонаторе. На рисунке 21 показано, как выглядит область прозрачности вдоль силовой линии в отсутствие тяжелых ионов (рис. 21а) и с наличием примеси тяжелых ионов в плазме (рис. 21б). В первом случае вся

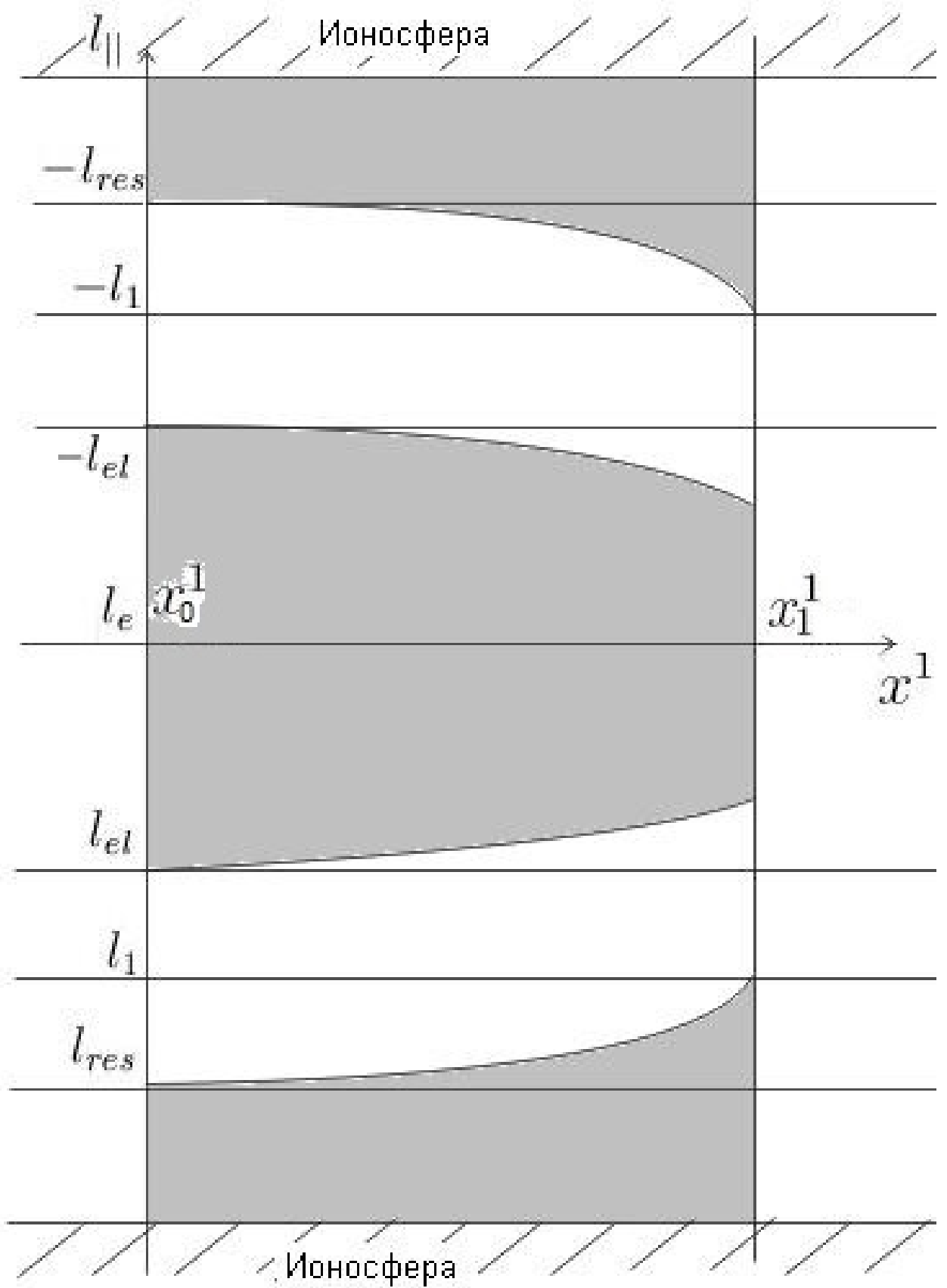


Рисунок 20. Область существования волны поперек и вдоль магнитного поля.

силовая линия прозрачна для распространения волнового пакета, и пакет свободно перемещается вдоль силовой линии между магнитосопреженными ионосферами. При впрыскивании тяжелых ионов область прозрачности "сжимается" до узкой области, локализованной вблизи магнитного экватора. Это область резонатора. В резонаторе возбуждаются собственные моды колебаний. Поскольку спектр частот очень плотный, и все гармоники возбуждаются одновременно, формируются биеения, по своей форме напоминающие структуру жемчужин (см. 6). В то же время, гармоники с более высокими частотами в резонаторе могут образовать волновой пакет, перемещающийся между точками поворота в резонаторе. Частота возбуждаемых в резонаторе колебаний соответствует частотному диапазону пульсаций Pc1. Однако, наличие экваториального резонатора — не единственное следствие добавления примеси тяжелых ионов. Вблизи ионосфер формируются дополнительные области прозрачности, ограниченные с одной стороны ионосферой, с другой — сингулярной точкой поворота. Вероятно, часть волновой энергии просачивается сквозь стенки резонатора и после проникновения сквозь области непрозрачности оказывается в приионосферных областях прозрачности. В приионосферных областях формируется стоячая волна между ионосферой и точкой сингулярности. Упомянутые результаты получены впервые и опубликованы в работах [Klimushkin et al., 2010; Мариловцева и др., 2010]. Подробно области непрозрачности и приионосферные области будут рассмотрены в главе 2.

Полученные результаты подтверждают результаты работ [Guglielmi et al., 2000, 2001], в которых рассматривался продольный резонатор для ионно-циклотронных УНЧ-волн в многокомпонентной плазме, локализованный на экваторе. Эти статьи имели дело со случаем, отличным от нашего. Как уже было отмечено выше, волновые уравнения, изучаемые там, соответствуют дисперсионному соотношению (1.15) с отброшенным  $k_{\perp}$ , то есть, было изучено квазипродольное приближение. В главе 1 же, наоборот, рассматривается случай, аналогичный резонансу силовых линий ( $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ ). Кроме того, количественные оценки характеристик приэкваториального резонатора (собственные частоты, ширина) в данной работе согласуются и

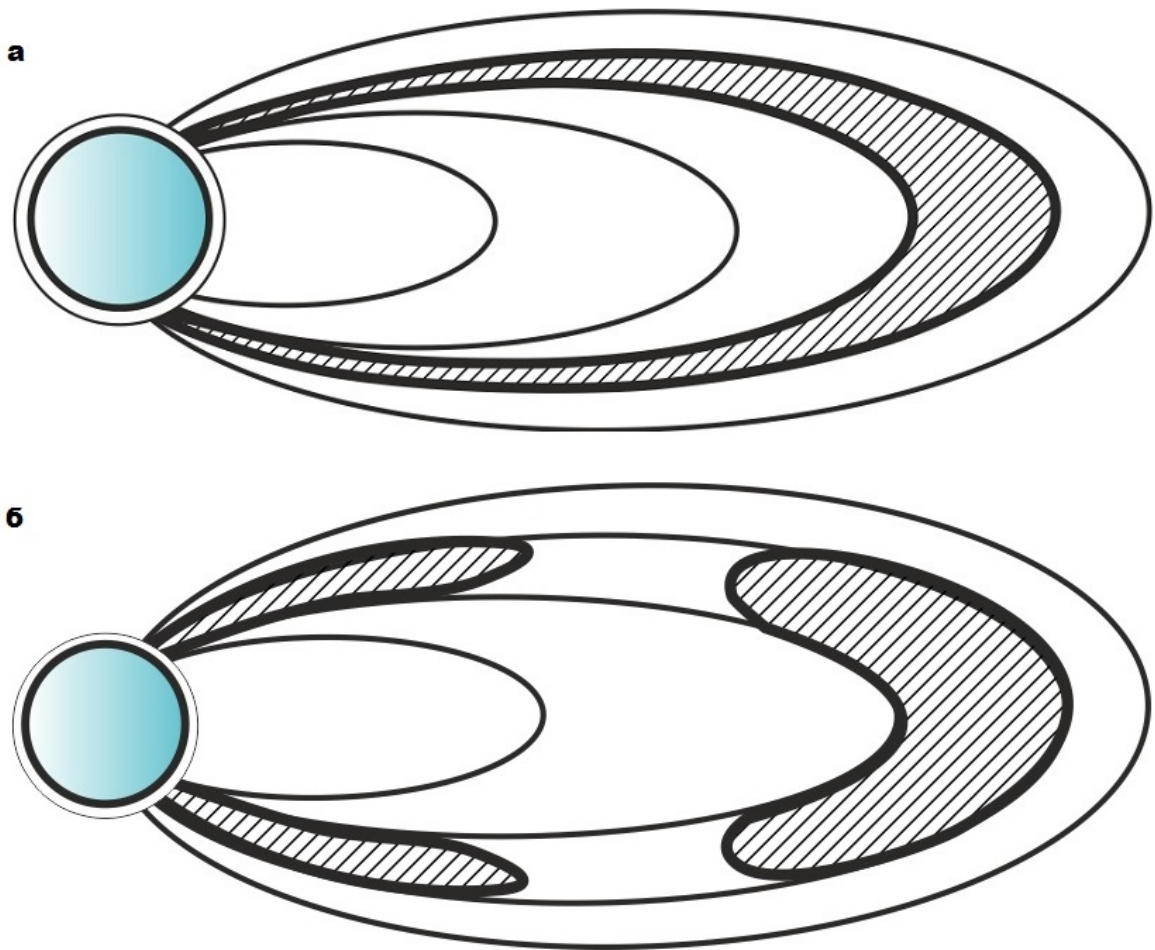


Рисунок 21. Области прозрачности вдоль силовой линии в отсутствие тяжелых ионов (а), и с примесью тяжелых ионов (б).

по порядку величины совпадают с полученными в вышеупомянутых работах. Это подтверждает то, что приэкваториальный резонатор возникает не из-за применения квазипродольного приближения, а реальная особенность УНЧ-волн в мультиионной космической плазме. Заметим, что случай с квазипоперечным волновым вектором рассматривался ранее в работе [Guglielmi et al., 1975]. Авторы показали, что из-за немонотонного распределения протонов по поперечным скоростям на гармониках гирочастоты протонов могут возбуждаться колебания. Наличие тяжелых ионов в составе магнитосферы в этой работе, однако, не учитывалось, что отличает этот случай от нашего.

Выкладки и результаты, полученные в главе 1, опубликованы в работах [Мариловцева и Климушкин, 2009; Klimushkin et al., 2010; Мариловцева и др., 2010; Михайлова, 2011; Михайлова и др., 2011; Mikhailova et al., 2012].

## Глава 2

# Области прозрачности и непрозрачности для УНЧ–волн в плазме с примесью тяжелых ионов

Одним из основных результатов работы, изложенных в главе 1 стало то, что добавление даже небольшой примеси тяжелых ионов приводит к тому, что на силовой линии появляются области непрозрачности, препятствующие распространению волнового пакета вдоль силовой линии. Будучи сгенерированным на экваторе, пакет заперт в резонаторе между точками поворота. Подробно экваториальный резонатор рассмотрен в главе 1. Однако, кроме резонатора существуют еще две дополнительные области прозрачности. Они локализованы вблизи ионосферы и ограничены высокопроводящей ионосферой с одной стороны и точкой сингулярности с другой (см. рисунок 22). Одним из возможных вариантов проникновения волн в приионосферные области является просачивание резонаторных мод в туннельном режиме через области непрозрачности. В экваториальной области в результате неустойчивости генерируется волна, частота которой обусловлена собственными частотами резонатора. При определенных условиях стенки резонатора оказываются неплотными и небольшая доля энергии в проникает сквозь область непрозрачности. Математически в области непрозрачности вблизи точки поворота существует некоторое спадающее решение, которое в результате дает возможность для установления колебаний в приионосферной области проводимости.

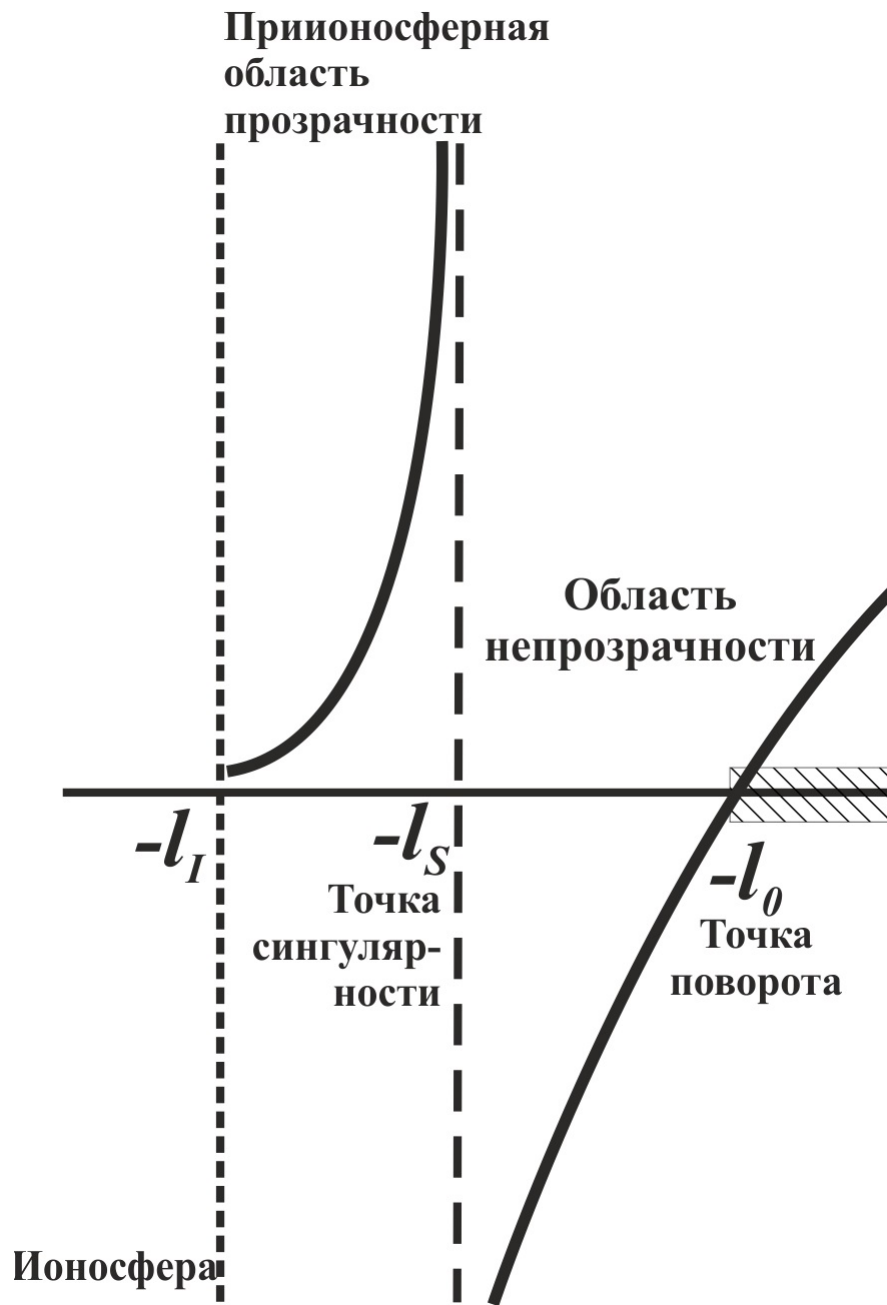


Рисунок 22. Приионосферная область прозрачности ограничена ионосферой с одной стороны и сингулярной точкой поворота с другой.

Данная глава посвящена исследованию продольной структуры волн в областях прозрачности, локализованных вблизи ионосфер, и в областях непрозрачности. Одной из основных задач было выяснить, возможно ли возбуждение собственных колебаний в областях прозрачности, локализованных вблизи ионосферы. Для этого необходимо решить волновое уравнение в области непрозрачности и установить, существует ли линейно независимое решение в окрестности точки сингулярности,

и определить потери энергии, теряемые при прохождении волны через точку сингулярности. Структура волны в приионосферной области ищется с использованием приближения ВКБ, но вблизи точки сингулярности ВКБ–приближение неприменимо. Поэтому в окрестности точки сингулярности решение волнового уравнения будем искать в виде функций Бесселя.

Как и в предыдущей главе воспользуемся квазипоперечным приближением, однако полученные результаты справедливы и для квазипродольного распространения, но в этом случае потребуются небольшая корректировка. Выкладки, изложенные в данной главе являются естественным продолжением выкладок из главы 1.

## 2.1 Приионосферные области прозрачности: идеально проводящая ионосфера

Продольная структура УНЧ–волны в квазипоперечном приближении задается уравнением

$$\left( \partial_3 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_3 + \frac{\sqrt{g}}{g_1} \varepsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2} \right) \Phi = 0, \quad (2.1)$$

это уже знакомое нам уравнение (1.17). Проведем замену продольной координаты  $x^3$  на  $\xi$

$$d\xi = \frac{\sqrt{g}}{g_2} dx^3.$$

Тогда уравнение (2.1) примет вид

$$\frac{\partial^2 \Phi}{d\xi^2} + V(\xi) \Phi = 0, \quad (2.2)$$

где функция

$$V(\xi) = \frac{g_2}{g_1} \varepsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2}$$

ведет себя примерно как  $k_{\parallel}^2(l)$  на рисунке 13. Будем решать уравнение (2.2), применяя ВКБ–приближение к приионосферной области, а в качестве граничных условий будем рассматривать идеально проводящую ионосферу (1.19). Для удобства, пусть начало продольной координаты будет в точке  $-\xi_I = 0$ . Тогда в ВКБ–приближении



решение будет выглядеть как

$$\Phi_{WKB} = \frac{a_0}{V^{1/4}} \sin S(\xi), \quad (2.3)$$

где фаза

$$S(\xi) = \int_0^\xi \sqrt{V(\xi')} d\xi', \quad (2.4)$$

а  $a_0$  — амплитуда волны.

В окрестности точки сингулярности  $\xi_S$  ВКБ–решение не действительно, здесь функция  $V$  представима в виде

$$V = \frac{\alpha}{\xi_S - \xi}, \quad (2.5)$$

здесь  $\alpha$  — положительная константа. Вблизи точки сингулярности общее решение уравнения (2.2) записывается в виде

$$\Phi_{Bes} = \sqrt{\xi_S - \xi} \left[ a_1 J_1(2\sqrt{\alpha(\xi_S - \xi)}) + a_2 Y_1(2\sqrt{\alpha(\xi_S - \xi)}) \right], \quad (2.6)$$

где  $J_1$  и  $Y_1$  — функции Бесселя (рисунок 23). Сравнение (сшивка) выражения (2.6) с ВКБ–решением (2.3) дает константы  $a_1$  и  $a_2$ :

$$a_1 = a_0 \sqrt{\pi} e^{i\pi/4} \cos S_0,$$

$$a_2 = a_0 \sqrt{\pi} e^{i\pi/4} \sin S_0,$$

где  $S_0 \equiv S(\xi_S)$  — полное дополнение фазы волны между ионосферой и точкой сингулярности.

Поле волны, найденное из уравнений (2.3, 2.6), изображено сплошной линией на рисунке 24. Вблизи точки сингулярности продольная структура волны имеет вид (асимптотическое разложение)

$$\Phi_{Bes} = a_0 \sqrt{\pi} e^{-i\pi/4} \sin S_0 \left[ \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} (\xi_S - \xi) \ln (\xi_S - \xi) - \frac{1}{\sqrt{\alpha}\pi} \right]. \quad (2.7)$$

Видно, что амплитуда волны в окрестности точки сингулярности имеет конечное значение.

В области применимости ВКБ–приближения дисперсионное соотношение аналогично дисперсионному соотношению для альфвеновских волн  $k_{\parallel} \approx \omega/A$ , где

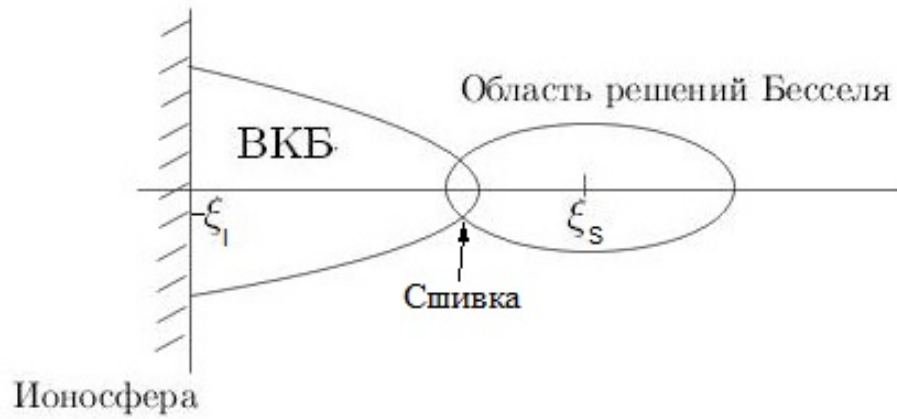


Рисунок 23. Области применимости ВКБ–приближения и Бесселя.

$A = B/\sqrt{4\pi(\rho_p + \rho_h)}$ ). Тогда, продольная компонента волнового вектора для первой гармоники экваториального резонатора будет иметь вид

$$k_{\parallel} \approx \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right)^{1/2} \frac{\Omega_{ch}}{A}.$$

Для плазмы с  $A_h \approx A_p = 10^3$  км/с,  $L = 6,6$ , и примесью ионов кислорода, получается длина волны  $\lambda = 0,8R_E$ .

## 2.2 Продольная структура УНЧ–колебаний в приионосферных областях при учете конечной проводимости ионосферы

В предыдущем разделе исследована продольная структура колебаний при таких граничных условиях, когда ионосфера обладает бесконечной проводимостью. В таком случае, волна полностью отражается от границы ионосферы. В данном разделе рассмотрим случай, когда проводимость ионосферы конечна. Геомагнитные пульсации повсеместно наблюдаются наземными станциями, это означает, что волны частично отражаются и частично проникают вглубь ионосферы. Это приводит к необходимости рассмотреть структуру УНЧ–волн при конечной ионосферной проводимости.

В этом случае граничные условия записываются в виде [Leonovich and Mazur, 1993]

$$\Phi|_{\xi_{i\pm}} = \mp i \frac{\nu_{\pm}}{\omega} \frac{\partial \Phi}{\partial x^3} \Big|_{\xi_{i\pm}}, \quad (2.8)$$

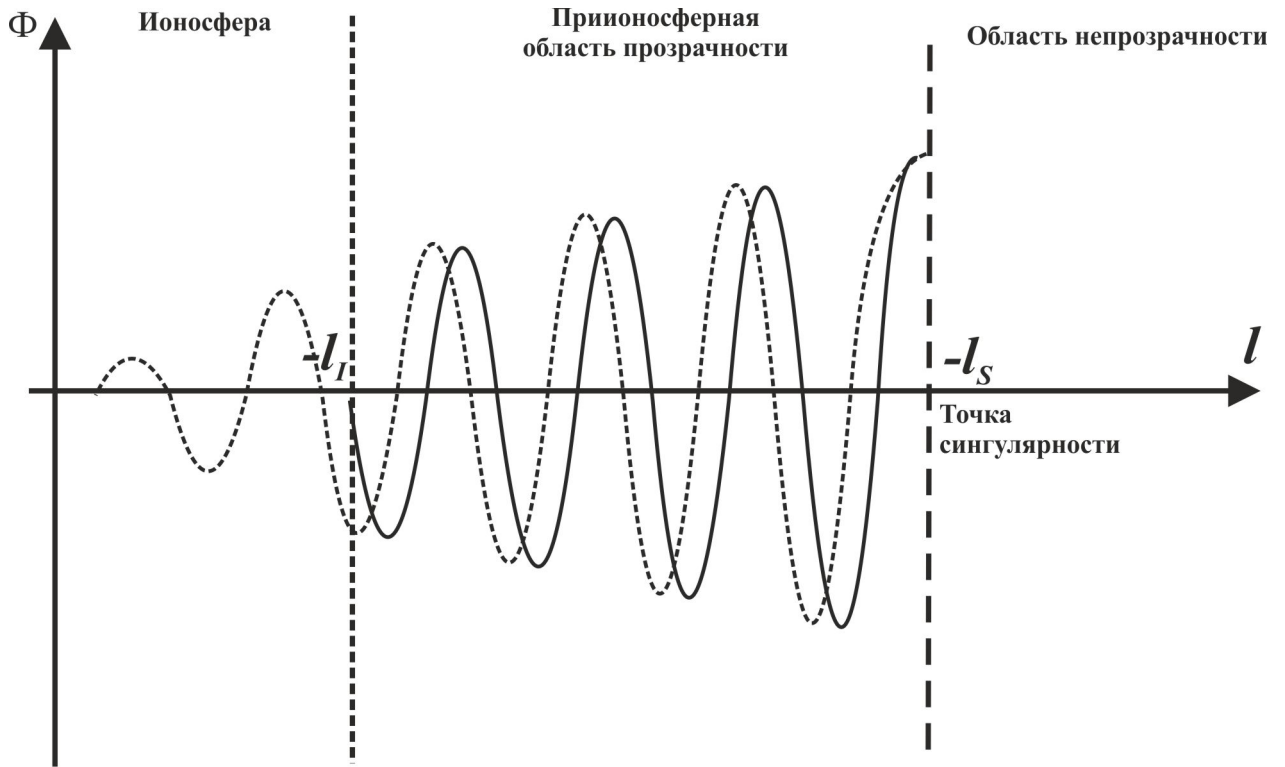


Рисунок 24. Зависимость волновой функции от продольной координаты в области прозрачности при разных граничных условиях: сплошная линия — идеально проводящая ионосфера, пунктирная — ионосфера с конечной проводимостью.

где  $\xi_i$  — координата ионосферы,  $\nu_{\pm} = \frac{c^2 \cos(X_{\pm})}{4\pi \Sigma_p^{\pm}}$ , (знаки "плюс" и "минус" относятся к ионосферам разных полушарий),  $X$  — угол между магнитной силовой линией и вертикалью к ионосфере, а  $\Sigma_p^{\pm}$  — интегральная педерсеновская проводимость ионосферы. Будем рассматривать только одну область, поэтому можем выбрать граничные условия с одним знаком (области симметричны относительно экватора).

Представим ВКБ-решение (2.3) в виде

$$\Phi = \frac{A_1}{(V(\xi))^{1/4}} \exp\left(i \int_0^{\xi} \sqrt{V(\xi)} d\xi\right) + \frac{A_2}{(V(\xi))^{1/4}} \exp\left(-i \int_0^{\xi} \sqrt{V(\xi)} d\xi\right). \quad (2.9)$$

С учетом граничных условий, несложно найти соотношение между коэффициентами

$$A_1 = -A_2 e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i - \xi_s)}} \left[ \frac{4\omega(\xi_i - \xi_s) - (i\nu - 4\nu\sqrt{\alpha}\sqrt[4]{\xi_i - \xi_s})\frac{\sqrt{g}}{g_2}}{4\omega(\xi_i - \xi_s) + (i\nu - 4\nu\sqrt{\alpha}\sqrt[4]{\xi_i - \xi_s})\frac{\sqrt{g}}{g_2}} \right], \quad (2.10)$$

Зависимость соотношения коэффициентов от параметра  $\nu$  показана на рисунке 25.

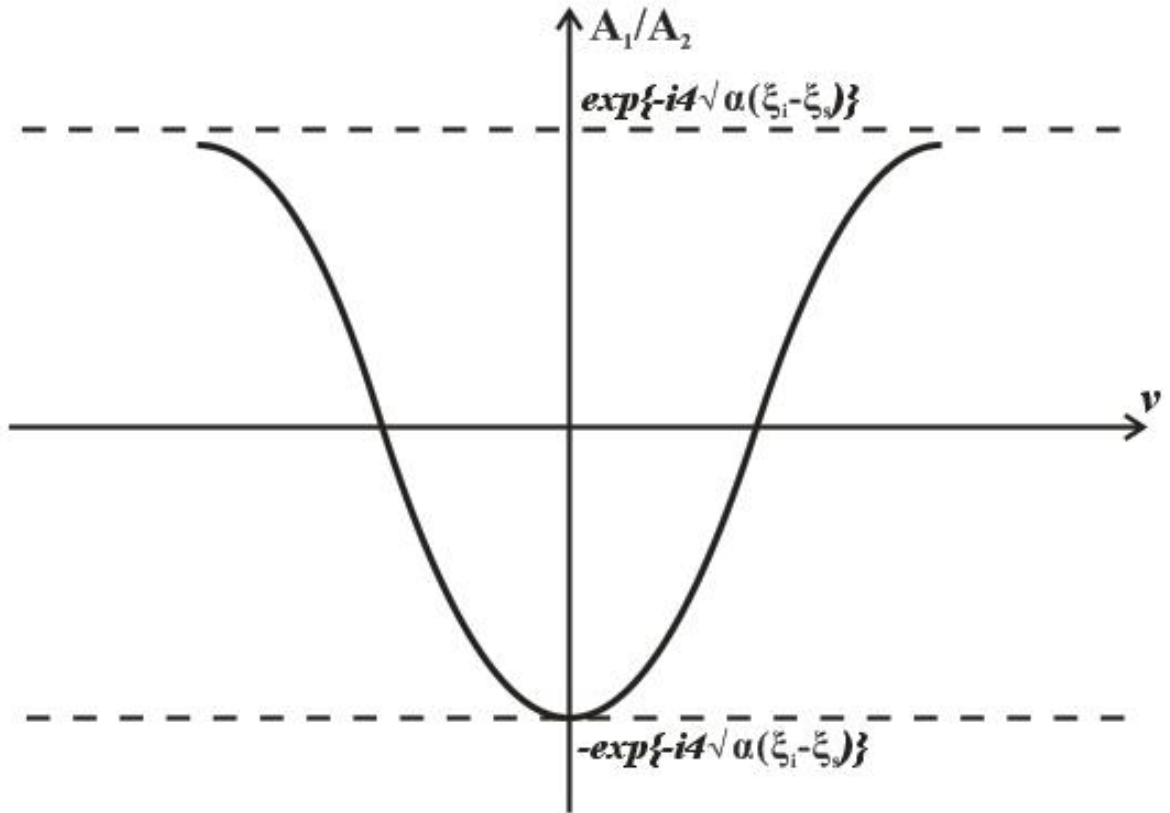


Рисунок 25. Соотношение коэффициентов  $A_1/A_2$  в зависимости от параметра  $\nu$

В предыдущем разделе показано, что ВКБ–решение (2.9) справедливо вдали от точки сингулярности. В окрестности точки сингулярности поведение функции потенциала меняется на

$$V(\xi) = \frac{\alpha}{\xi - \xi_s}. \quad (2.11)$$

Тогда решение (2.9) запишется в виде

$$\Phi = \frac{A_1(\xi - \xi_s)}{\alpha^{1/4}} e^{i2\sqrt{\alpha(\xi - \xi_s)}} + \frac{A_2(\xi - \xi_s)}{\alpha^{1/4}} e^{-i2\sqrt{\alpha(\xi - \xi_s)}}. \quad (2.12)$$

Решение (2.3), найденное с использованием ВКБ–приближения, несправедливо вблизи точки сингулярности. В этой области уравнение (2.2) следует рассматривать как уравнение Бесселя. Тогда его решение запишется следующим образом

$$\Phi = (\xi - \xi_s)^{1/2} \left[ a_1 J_1 \left( 2\sqrt{\alpha(\xi - \xi_s)} \right) + a_2 Y_1 \left( 2\sqrt{\alpha(\xi - \xi_s)} \right) \right], \quad (2.13)$$

где  $J_1$  и  $Y_1$  – функции Бесселя,  $a_1$  и  $a_2$  – неопределенные коэффициенты. При отдалении от точки сингулярности функции Бесселя можно разложить в асимпто-

тический ряд. В таком случае, выражение (2.13) примет вид

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{(\xi - \xi_s)^{1/4}}{2\sqrt{\pi}\alpha^{1/4}} (a_1 - e^{i\frac{\pi}{2}}a_2) e^{-i\frac{3\pi}{4}} e^{i2\sqrt{\alpha(\xi-\xi_s)}} + \\ & + \frac{(\xi - \xi_s)^{1/4}}{2\sqrt{\pi}\alpha^{1/4}} (a_1 + e^{i\frac{\pi}{2}}a_2) e^{i\frac{3\pi}{4}} e^{-i2\sqrt{\alpha(\xi-\xi_s)}}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Далее, необходимо сшить это выражение с решением (2.12), и тогда с учетом соотношения между коэффициентами (2.10), несложно получить соотношение между коэффициентами  $a_1$  и  $a_2$ :

$$a_1 = -a_2 \left[ \frac{1 - e^{i\frac{3\pi}{2}} e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i-\xi_s)}} \Theta}{1 + e^{i\frac{3\pi}{2}} e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i-\xi_s)}} \Theta} \right], \quad (2.15)$$

где  $\Theta$  — выражение, стоящее в квадратных скобках из соотношения (2.10).

Структура поля волны в зависимости от продольной координаты показана на рисунке 24. В зависимости от граничных условий меняется и структура волны.

Для того чтобы найти структуру волны в области непрозрачности, нужно выполнить аналитическое продолжение полученного решения через особенность (точку сингулярности). Таким образом, получаем структуру волны вблизи точки сингулярности:

$$\begin{aligned} \Phi = & a_2 \sqrt{\xi - \xi_s} \times \\ & \times \left\{ I_1(2\sqrt{\alpha(\xi - \xi_s)}) \left[ \frac{1 - e^{i\frac{3\pi}{2}} e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i-\xi_s)}} \Theta}{1 + e^{i\frac{3\pi}{2}} e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i-\xi_s)}} \Theta} + e^{i\frac{3\pi}{2}} \right] - \frac{2}{\pi} K_1(2\sqrt{\alpha(\xi - \xi_s)}) \right\}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Здесь  $I_1$  и  $K_1$  — модифицированные функции Бесселя,  $a_2$  — амплитуда источника. Ищем поле волны в точке сингулярности, для этого для функции Бесселя применяем асимптотическое разложение при малых значениях аргумента. В этом случае, структура волны в точке сингулярности выглядит как

$$\Phi = \sqrt{\alpha} \left[ a_1(\xi - \xi_s) + \frac{a_2}{\pi\sqrt{\alpha}\sqrt{\xi - \xi_s}} \ln \alpha(\xi - \xi_s) \right]. \quad (2.17)$$

Здесь коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  — те же, что и в (2.13).

### 2.3 Исследование продольной структуры УНЧ–волн в областях непрозрачности

В ходе исследования приэкваториального резонатора для УНЧ–волн было выдвинуто несколько предположений. Вероятно, какая-то часть волновой энергии просачивается в области непрозрачности, отделенные от резонатора точками поворота. Какая-то часть этой энергии доходит до точек сингулярности и попадает в области вблизи ионосферы. Благодаря этому, в приионосферных областях устанавливаются колебания. Выкладки, приведенные в данном разделе, направлены на выяснение ответа на вопрос о том, могут ли в приионосферных областях возникать собственные колебания. Для этого необходимо выяснить, имеется ли единственное линейно независимое решение в области непрозрачности вблизи точки сингулярности.

Продольная структура волны в этой области описывается выражением

$$\Phi = \sqrt{\xi - \xi_s} \left[ \tilde{a}_1 I_1 \left( 2\sqrt{\alpha(\xi - \xi_s)} \right) - \tilde{a}_2 \frac{2}{\pi} K_1 \left( 2\sqrt{\alpha(\xi - \xi_s)} \right) \right]. \quad (2.18)$$

Здесь  $\tilde{a}_1$  и  $\tilde{a}_2$  — коэффициенты. Из этого выражения следует, что существуют два линейно независимых решения. Проверим, может ли существовать единственная мода в этой области, которая позволила бы судить о наличии собственных источников в приионосферной области и существовании там собственных колебаний. Необходимо также проверить, при каких граничных условиях такое единственное спадающее решение может существовать. Так как с ионосферой граничит только область, описываемая приближением ВКБ, следует последовательно совершить аналитическое продолжение функции в область обычных функций Бесселя, после чего сшить его с ВКБ–решением, таким образом выразив решение через коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$ . Затем, применяя граничные условия, совершаем все действия в обратном порядке и, таким образом, получаем соотношения коэффициентов  $\tilde{a}_1$  и  $\tilde{a}_2$ .

Рассматриваются два случая граничных условий: ионосфера, обладающая идеальной проводимостью и малой проводимостью. В первом случае, когда ионосфе-

ра является идеально проводящей отражающей поверхностью

$$\Phi|_{\xi_i} = 0,$$

соотношение между коэффициентами будет выглядеть как

$$\tilde{a}_1 = \tilde{a}_2 \left[ e^{i\frac{3\pi}{2}} + \frac{1 - e^{i\frac{3\pi}{2}} e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i - \xi_s)}}}{1 + e^{i\frac{3\pi}{2}} e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i - \xi_s)}}} \right]. \quad (2.19)$$

Из полученного соотношения можно увидеть, что в случае, когда один из коэффициентов равен нулю, то второй также становится равным нулю. Отсюда можно сделать вывод, что существование одного линейно независимого решения при данных граничных условиях невозможно.

Проверим существование единственного решения в случае малой проводимости ионосферы:

$$\left. \frac{d\Phi}{d\xi} \right|_{\xi_i} = 0$$

получим соотношение между коэффициентами при данных граничных условиях:

$$\tilde{a}_1 = \tilde{a}_2 \left[ e^{i\frac{3\pi}{2}} + \frac{1 - e^{i\frac{3\pi}{2}} e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i - \xi_s)}} \Psi}{1 + e^{i\frac{3\pi}{2}} e^{-i4\sqrt{\alpha(\xi_i - \xi_s)}} \Psi} \right], \quad (2.20)$$

где  $\Psi = \frac{1 - 4i\sqrt{\alpha(\xi_i - \xi_s)}^{1/4}}{1 + 4i\sqrt{\alpha(\xi_i - \xi_s)}^{1/4}}$ . В этом случае также видно, что существование одного решения невозможно. В области непрозрачности существуют два линейно независимых решения: спадающее и растущее, и, в зависимости от условий, выбирается нужное. Если область непрозрачности широкая, и источник колебаний находится на экваторе, то вблизи точки поворота существует экспоненциально спадающее к ионосфере решение. С другой стороны вблизи приионосферной области выбирается решение, спадающее со стороны точки сингулярности.

Итак, запитка колебаний в приионосферной области происходит следующим образом: за пределами экваториального резонатора в область непрозрачности проникает резонаторная мода, амплитуда которой экспоненциально затухает. Это возмущение с очень малой амплитудой, близкой к нулю, может дотянуться до точки сингулярности, где усиливается посредством резонанса. Дальше это усиленное колебание протягивается через приионосферную область прозрачности до точки

поворота на ионосфере. Так устанавливаются колебания в приионосферной области. На рисунке 26 схематично представлено проникновение в приионосферную область основной и первой резонаторных гармоник. Следует заметить, что такой вариант запитки приионосферных колебаний не единственный. Кроме резонатора, источники колебаний приионосферных областей могут находиться в ионосфере, но этот случай в работе не рассматривается.

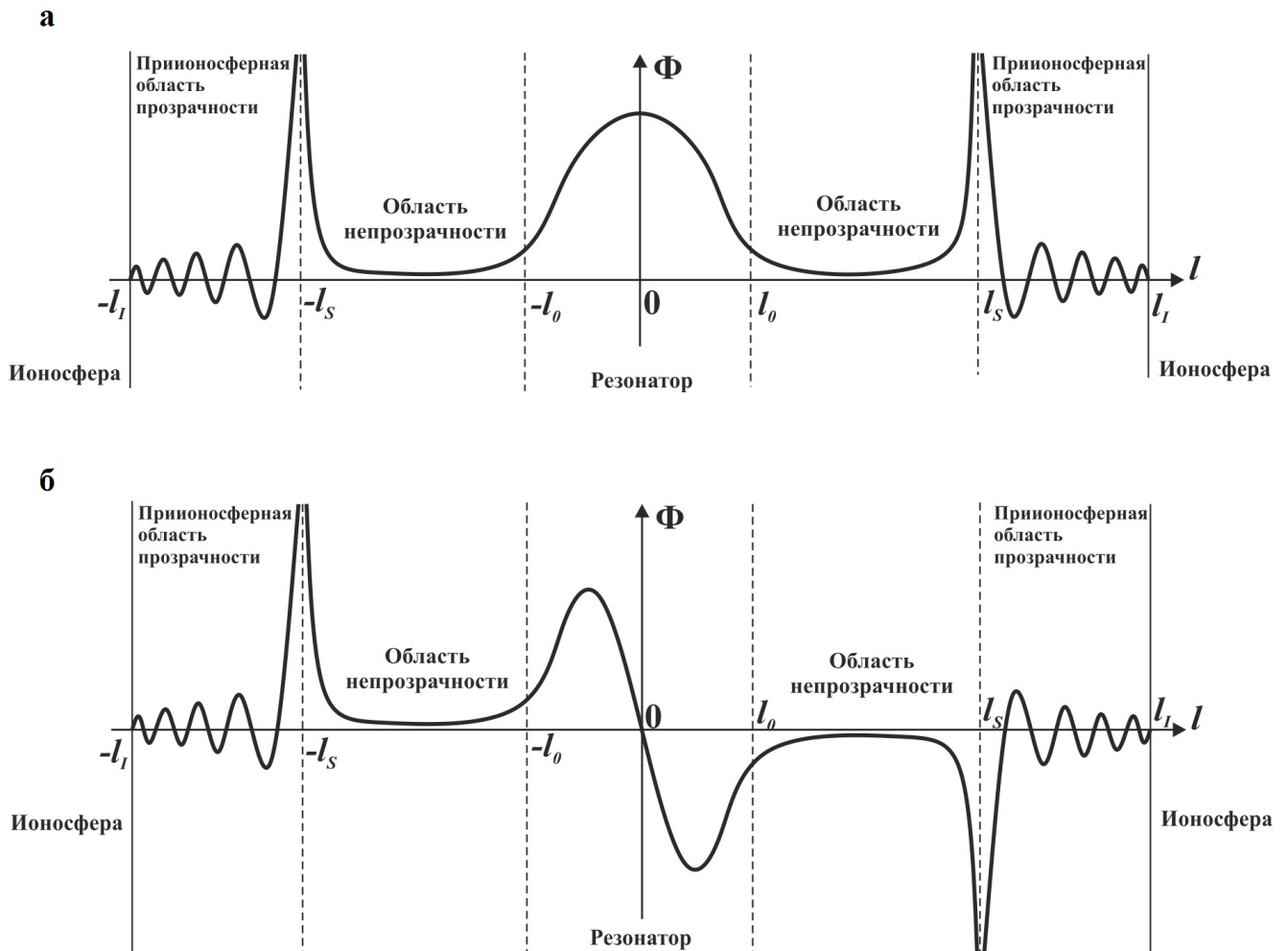


Рисунок 26. Запитка приионосферных колебаний. Показана структура волны вдоль силовой линии для нулевой гармоники с  $n = 0$  (рисунок *а*), и для первой гармоники с  $n = 1$  (рисунок *б*).



## 2.4 Потери энергии при прохождении через точку сингулярности

Когда волна проходит через точку сингулярности, ее амплитуда волны возрастает до большого, но конечного значения, а в приионосферной области устанавливаются регулярные колебания. Рассмотрим, какой процент энергии поглощается в точке сингулярности при прохождении волны из приионосферной области прозрачности в область непрозрачности. Для того, чтобы исследовать потери энергии нужно вычислить средний поток вектора Пойнтинга [Ландау и Лифшиц, 2005]:

$$\bar{S} = \frac{c}{8\pi} \text{Re}[\vec{E}, \vec{B}^*], \quad (2.21)$$

звездочка здесь означает комплексное сопряжение.

Пусть волна распространяется вдоль силовой линии из приионосферной области в область непрозрачности (слева направо). Тогда выражение (2.21) примет вид

$$\bar{S}_3 = \frac{c}{8\pi} \text{Re}(E_1, B_2^*). \quad (2.22)$$

К компоненте электрического поля применяется ВКБ-приближение

$$E_1 = -ik_1\Phi,$$

а компонента магнитного поля находится из уравнений Максвелла

$$B_2^* = -k_1 \frac{c}{\omega} \partial_3 \Phi^*,$$

в результате чего, получаем выражение для вычисления потока вектора Пойнтинга

$$\bar{S}_3 = \frac{c}{8\pi} \text{Re} \left\{ ik_1^2 \frac{c}{\omega} (\Phi, \partial_3 \Phi) \right\}. \quad (2.23)$$

Справа вблизи точки особенности функция, описывающая поле волны, имеет вид (2.7)

$$\Phi = a_0 \sqrt{\pi} e^{-i\pi/4} \sin S_0 \left[ \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} (\xi - \xi_s) \ln (\xi - \xi_s) - \frac{1}{\sqrt{\alpha\pi}} \right], \quad (2.24)$$

Подставляя эту волновую функцию в выражение для вектора Пойнтинга (2.23), получаем

$$\bar{S}_3 = 0.$$

С другой стороны от точки особенности (слева) выражение для волновой функции найдем с помощью процедуры прохождения через особенность. С этой стороны функция выглядит как

$$\Phi = a_0 \sqrt{\pi} e^{-i\pi/4} \sin S_0 \left[ \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} (\xi - \xi_s) \{ \ln \alpha (\xi - \xi_s) + i\pi \} - \frac{1}{\pi \sqrt{\alpha}} \right]. \quad (2.25)$$

Поток вектора Пойнтинга для этой области будет определяться выражением

$$\bar{S}_3 = \frac{c^2}{8\pi\omega} k_1^2 a_0^2 \sin^2 S_0 \frac{g_2}{\sqrt{g}} [(\xi - \xi_s) \{ 1 + 2\alpha \ln \alpha (\xi - \xi_s) \} - 1]. \quad (2.26)$$

Из полученного выражения (2.26) легко увидеть, что слева от точки сингулярности поток вектора Пойнтинга не равен нулю и направлен вдоль увеличения координаты. Таким образом, амплитуда волны при пересечении точки сингулярности из приионосферной области полностью затухает; в точке сингулярности происходит полное поглощение энергии волны. Процесс, происходящий в точке сингулярности аналогичен альфвеновскому резонансу. На рисунке 27 схематично представлено, как выглядит волна на протяжении всей силовой линии.

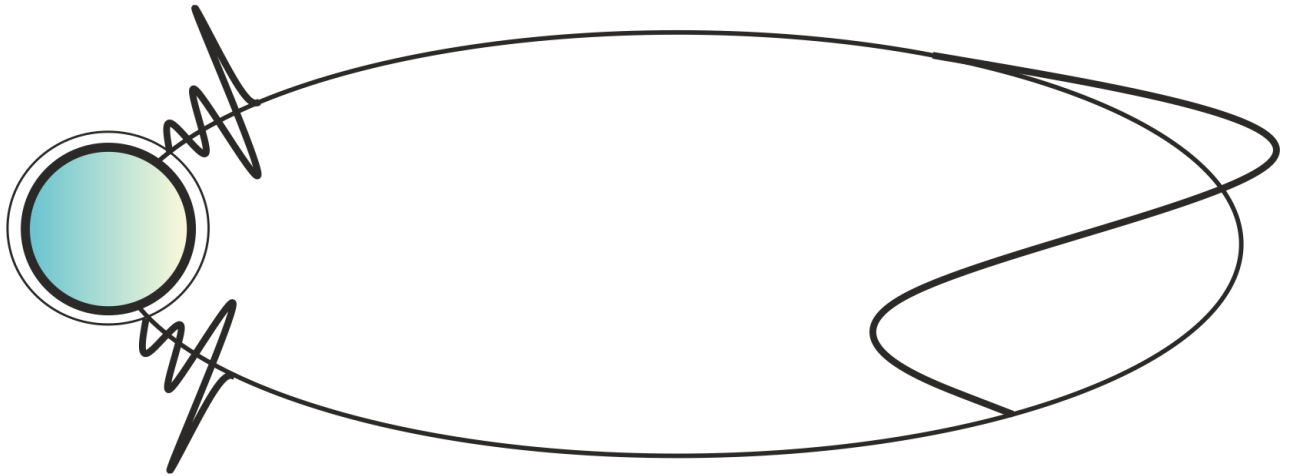


Рисунок 27. Схематичное изображение колебаний на силовой линии. Картина следующая: в экваториальной части находится резонатор, ограниченный точками поворота, в нем генерируется стоячая волна; две широкие области непрозрачности; приионосферные области, колебания в которых затухают в ионосфере и претерпевают альфвеновский резонанс при прохождении через точку сингулярности.

## 2.5 Заключение к главе 2

В рамках данной главы было найдено, что генерация собственных колебаний в приионосферном резонаторе невозможна. В области непрозрачности не существует такого единственного спадающего решения, которое описывает структуру волны, что могла бы оказывать влияние на колебания в резонаторе. В результате, наблюдается следующая картина: в экваториальной области силовой линии формируется резонатор, ограниченный точками отражения, за которыми следуют две широкие области непрозрачности. Волна не может распространяться в областях непрозрачности, однако если энергия волны достаточно велика, то некоторая доля энергии волны может просочиться сквозь области непрозрачности и проникать в приионосферные области прозрачности. При переходе через точку сингулярности, волна испытывает резонанс, подобный альфвеновскому, и в приионосферной области волна имеет уже большую амплитуду. В толще ионосферы амплитуда волны постепенно затухает. Частота колебаний волны определяется собственными частотами экваториального резонатора. Поскольку спектр собственных частот резонатора квантован и довольно плотный, формируются биения, структура которых очень близка структуре жемчужин. Результаты главы 2 опубликованы в работах [Klimushkin et al., 2010; Мариловцева и др., 2010; Михайлова, 2011; Mikhailova et al., 2012]. Нельзя не упомянуть, что источниками колебаний приионосферных областей могут являться не только резонаторные колебания, но и какие-либо источники в ионосфере (например, грозы).

Следует заметить, что над ионосферой наблюдается регулярно существующее образование — ионосферный альфвеновский резонатор (ИАР) (для примера см. [Potarov et al., 2014]). В области этого резонатора регулярно наблюдаются колебания в диапазоне Pc1, однако ИАР и приионосферные области прозрачности — не одно и то же. Оба этих резонатора находятся в одном и том же диапазоне, однако приионосферный резонатор существует в магнитосфере на плазмопаузе, или на других оболочках, где создаются благоприятные условия для запираения волн, в то время как ИАР существует везде и обусловлен резким изменением альфвеновской

скорости. Возможно, что эти два резонатора каким-то образом взаимодействуют, возможно, что и запитка ИАР так же производится колебаниями экваториального резонатора.

## Глава 3

# Пространственная структура УНЧ–колебаний в экваториальном резонаторе, локализованном на плазмопаузе с учетом примеси тяжелых ионов в магнитосферной плазме

Геомагнитные пульсации Pc1 регулярно наблюдаются в районе плазмопаузы [Fraser and Nguyen, 2001; Engebretson et al., 2002]. На границе плазмосферы из-за резкого скачка параметров среды имеется минимум радиального профиля скорости альфвеновской волны, что делает плазмопаузу предпочтительной областью для возбуждения и распространения этих волн. В своих работах Дмитриенко и Мазур показали, что в окрестности плазмопаузы может быть сформирован резонатор для волн Pc1 поперек силовых линий [Dmitrienko and Mazur, 1985; Dmitrienko and Mazur, 1992]. В этом случае волновой пакет Pc1 представляет из себя суперпозицию собственных мод резонатора.

Как уже упоминалось, общепринято, что пульсации Pc1 возбуждаются посредством ионно–циклотронной неустойчивостью [Cornwall et al., 1965; Гульельми, 1967, 1979; Троицкая и Гульельми, 1969; Jacobs, 1970]. Условием для развития такой неустойчивости является квазипродольное распространение волны ( $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$ ).

В данной главе будет рассмотрен случай квазипродольного приближения. Это означает, что поперечная компонента волнового вектора мала. Это условие удовлетворяется тем, что азимутальное волновое число мало и считается равным нулю ( $m = 0$ ), и в поперечном направлении радиальная компонента волнового вектора тоже мала, так как волны заперты в резонаторе вблизи центра плазмопаузы поперек силовых линий [Dmitrienko and Mazur, 1992]. Предметом исследования данной главы являются глобальные поперечная и продольная структуры этих волн при наличии примеси тяжелых ионов в плазме. Для того, чтобы исследовать структуру колебаний, воспользуемся ВКБ-приближением по продольной координате. В этой главе, как и в предыдущих, используется аксиально-симметричная модель магнитосферы (см. раздел 1.1). Предполагается, что частота волны порядка гирочастоты тяжелых ионов. В земной магнитосфере ионы кислорода составляют значительную долю примеси тяжелых ионов, кроме того, их гирочастота по порядку величины совпадает с частотой пульсаций Pc1. Считается, что условие ( $\Omega_{ch} \lesssim \omega \ll \Omega_{cp}$ ) выполняется на всем рассматриваемом участке силовой линии. Благодаря скачку плотности радиальный профиль альфвеновской скорости имеет минимум в области плазмопаузы. Магнитное поле усиливается от экватора к ионосфере. Распределение ионов кислорода также зависит от высоты. На бóльших высотах плотность ионов кислорода намного меньше, чем в приионосферных областях. Таким образом, плотность кислорода имеет минимум на экваторе.

Следует заметить, что ВКБ-приближение в этой главе используется только для того, чтобы проанализировать продольный резонатор. В общем случае, это приближение не описывает полную картину.

### 3.1 Основные уравнения

Возмущения электромагнитного поля  $\vec{E}$  задаются уравнениями Максвелла

$$\frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon} \vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{E}. \quad (3.1)$$

Рассматривая колебания с азимутальным волновым числом  $m = 0$ , получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x^3} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} E_1 + \frac{\sqrt{g} \omega^2}{g_1 c^2} \varepsilon_{\perp} E_1 - i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3} E_2 &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} E_2 + \frac{\partial}{\partial x^3} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} E_2 + \frac{\sqrt{g} \omega^2}{g_2 c^2} \varepsilon_{\perp} E_2 + i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3} E_1 &= 0. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Эту систему можно записать в матричном виде

$$\hat{L} \vec{E} = 0, \quad (3.3)$$

где оператор  $\hat{L}$  имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{L}_{11} &= \frac{\partial}{\partial x^3} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} + \frac{\sqrt{g} \omega^2}{g_1 c^2} \varepsilon_{\perp}, \\ \hat{L}_{12} &= -i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3}, \quad \hat{L}_{21} = \hat{L}_{12}^*, \\ \hat{L}_{22} &= \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} + \frac{\partial}{\partial x^3} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^3} + \frac{\sqrt{g} \omega^2}{g_2 c^2} \varepsilon_{\perp}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

звездочка здесь означает комплексное сопряжение. Оператор  $\hat{L}$  эрмитов.

Граничные условия будем определять из того, что при прохождении точек отражения (поворота), ограничивающих экваториальный резонатор, волна оказывается в области непрозрачности и экспоненциально затухает, то есть амплитуда волны падает к нулю за пределами резонатора.

В ВКБ-приближении по продольной координате волна представима в виде

$$E_{\alpha} = e^{i\psi_{\alpha}(x^1, x^3)}. \quad (3.5)$$

Здесь  $\alpha$  отмечает координату (1 или 2). Рассмотрим волны мелкомасштабно-неоднородные вдоль координаты  $x^3$  и крупномасштабно-неоднородные вдоль  $x^1$  [Dmitrienko and Mazur, 1985; Dmitrienko and Mazur, 1992]. Это означает, что

$$\frac{\partial E_{\alpha}}{\partial \hat{x}^3} \gg \frac{\partial E_{\alpha}}{\partial \hat{x}^1}, \quad (3.6)$$

соответственно, аналогичное неравенство существует и для фазы колебания

$$\frac{\partial \psi_{\alpha}}{\partial \hat{x}^3} \gg \frac{\partial \psi_{\alpha}}{\partial \hat{x}^1}. \quad (3.7)$$

Таким образом, фазу можно записать в виде

$$\psi_\alpha(x^1, x^3) = \psi_\alpha^{(-1)}(x^3) + \psi_\alpha^{(0)}(x^1, x^3) + \dots \quad (3.8)$$

Здесь индекс показывает порядок разложения по параметру  $\lambda_{\parallel}/l_{\parallel}$ , где  $\lambda_{\parallel}$  продольная длина волны, которая много меньше, чем  $l_{\parallel}$  — продольный масштаб неоднородности среды. Пусть

$$H_\alpha(x^1, x^3) = e^{i\psi_\alpha^{(0)}(x^1, x^3)}. \quad (3.9)$$

Соответственно, функция  $H_\alpha$  также представима в виде

$$H_\alpha(x^1, x^3) = H_\alpha^{(0)}(x^1, x^3) + H_\alpha^{(1)}(x^1, x^3) + \dots \quad (3.10)$$

Функция  $H_\alpha^{(0)}(x^1, x^3)$  описывает радиальную структуру волны, тогда как для того, чтобы найти продольную структуру, необходимо будет учесть и  $H_\alpha^{(1)}(x^1, x^3)$  (подробнее в разделе 3.4).

Таким образом, в приближении ВКБ по продольной координате структура моды колебаний будет иметь вид

$$E_\alpha = H_\alpha(x^1, x^3)e^{i\psi_\alpha^{(-1)}}. \quad (3.11)$$

Введем продольную компоненту волнового вектора (ковариантную компоненту):

$$k_z(x^3) = \frac{d\psi_\alpha^{(-1)}}{dx^3}, \quad (3.12)$$

тогда

$$\psi_\alpha^{(-1)} = \int k_z(x^3) dx^3. \quad (3.13)$$

Оператор  $\hat{L}$  системы (3.3) также представим в виде

$$\hat{L} = \hat{L}^{(0)} + \hat{L}^{(1)}, \quad (3.14)$$

где с помощью оператора  $\hat{L}^{(0)}$  задается система уравнений, которая получается в главном порядке приближения ВКБ, а  $\hat{L}^{(1)}$  появляется в следующем порядке ВКБ-приближения, когда учитывается функция  $H_\alpha^{(1)}(x^1, x^3)$ . Оператор  $\hat{L}^{(0)}$  записывается



следующим образом:

$$\begin{aligned}\hat{L}_{11}^{(0)} &= \frac{\sqrt{g}\omega^2}{g_1 c^2} \varepsilon_{\perp} - \frac{g_2}{\sqrt{g}} k_3^2, \\ \hat{L}_{12}^{(0)} &= -i \frac{\omega^2}{c^2} \eta \sqrt{g_3}, & \hat{L}_{21}^{(0)} &= \hat{L}_{12}^*, \\ \hat{L}_{22}^{(0)} &= \frac{\partial}{\partial x^1} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^1} + \left( \frac{\sqrt{g}\omega^2}{g_2 c^2} \varepsilon_{\perp} - \frac{g_1}{\sqrt{g}} k_3^2 \right).\end{aligned}\quad (3.15)$$

Оператор  $\hat{L}^{(1)}$  задается в виде

$$\begin{aligned}\hat{L}_{11}^{(1)} &= \hat{L}_{22}^{(1)} = i \frac{k_3}{g_3} \frac{\partial}{\partial x^3} + i \frac{\partial}{\partial x^3} \frac{k_3}{g_3} - 2 \frac{k_3}{g_3} \frac{\partial \psi_{\alpha}^{(0)}}{\partial x^3}, \\ \hat{L}_{12}^{(1)} &= \hat{L}_{21}^{(1)} = 0.\end{aligned}\quad (3.16)$$

В общем виде система (3.3) приобретает вид

$$\hat{L}^{(0)} H_{\alpha}^{(0)} + \hat{L}^{(1)} H_{\alpha}^{(0)} + \hat{L}^{(0)} H_{\alpha}^{(1)} = 0. \quad (3.17)$$

Первое слагаемое описывает главный порядок ВКБ-приближения

$$\hat{L}^{(0)} H_{\alpha}^{(0)} = 0. \quad (3.18)$$

Система (3.18) совместно с граничными условиями по радиальной координате  $x^1$  представляет собой задачу на собственные значения параметра  $k_3 = k_3(x^3)$ . В этой системе содержится производная только по  $x^1$ , поэтому, функция  $H_{\alpha}^{(0)}$  будет описывать поперечную (радиальную) структуру моды.

### 3.2 Поперечная структура УНЧ-колебаний вблизи плазмопаузы

Как и во всей работе, здесь рассматривается диапазон частот  $\Omega_{ch} \lesssim \omega \ll \Omega_{cp}$ , поэтому можно воспользоваться выражением

$$\varepsilon_{\perp} \approx \frac{c^2}{A_p^2} \left[ 1 + \frac{A_p^2}{A_h^2 \left( 1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2} \right)} \right]. \quad (3.19)$$

В районе плазмопаузы существует минимум радиального профиля альфвеновской скорости  $A = B / \sqrt{4\pi(\rho_p + \rho_h)}$  (см. рисунок 28). Таким образом, величина  $\varepsilon_{\perp}$  имеет максимум на плазмопаузе ( $x^1 = \bar{x}^1$ ), и является функцией  $x^1$  при фиксированном значении  $x^3$ . По мере отдаления от центра плазмопаузы значение функции

$\varepsilon_{\perp}$  будет уменьшаться, таким образом, справедливо параболическое представление

$$\varepsilon_{\perp}(x^1, x^3) = \varepsilon_{\perp}(\bar{x}^1, x^3) \left[ 1 - \frac{(x^1 - \bar{x}^1)^2}{l^2(x^3)} \right], \quad (3.20)$$

где  $l^1(x^3)$  масштаб неоднородности по координате  $x^1$ , в свою очередь  $l^1(x^3) = l_{\perp}(x^3)/\sqrt{g_1}$ , где  $l_{\perp}(x^3)$  — масштаб неоднородности в радиальном направлении. Изменением коэффициентов метрического тензора можно пренебречь, поскольку мы рассматриваем волны, область локализации которых меньше масштаба неоднородности магнитосферы.

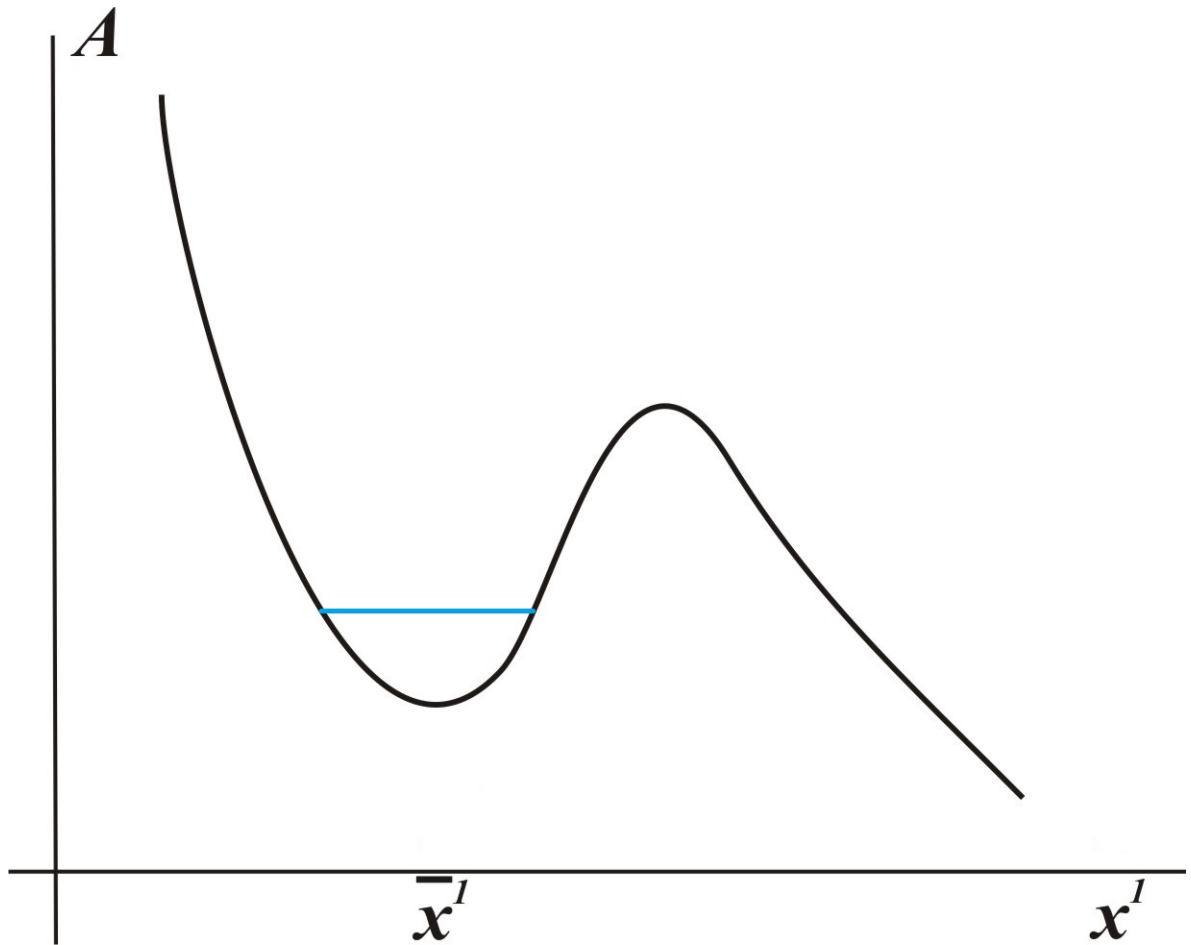


Рисунок 28. Схематичное представление радиального профиля альфвеновской скорости  $A = B/\sqrt{4\pi(\rho_p + \rho_h)}$ , как функции поперечной координаты. Профиль альфвеновской скорости имеет минимум в области плазмопаузы (отмечена линией). Координата  $\bar{x}^1$  отмечает центр плазмопаузы.

Переходим к физическим величинам и получаем систему уравнений, которые описывают поперечную структуру колебаний

$$\begin{aligned} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \hat{H}_1^{(0)} - \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_{\perp}}{g_1 l_{\perp}^2} (\hat{x}^1 - \hat{x}^1)^2 + k_{\parallel}^2 \right] \hat{H}_1^{(0)} &= i\tilde{\eta} \hat{H}_2^{(0)}, \\ \frac{\partial^2 \hat{H}_2^{(0)}}{\partial \hat{x}^{12}} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} \hat{H}_2^{(0)} - \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_{\perp}}{g_1 l_{\perp}^2} (\hat{x}^1 - \hat{x}^1)^2 + k_{\parallel}^2 \right] \hat{H}_2^{(0)} &= -i\tilde{\eta} \hat{H}_1^{(0)}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

где  $\tilde{\eta} = (\omega^2/c^2)\eta$ . Если выразить  $\hat{H}_1^{(0)}$  из первого уравнения (3.21) и подставить его во второе, можно получить уравнение:

$$\frac{\partial^2 \hat{H}_2^{(0)}}{\partial \xi^2} - \left[ \xi^2 + k_{\parallel}^2 \lambda^2 - \frac{\tilde{\eta}^2 \lambda^2}{\lambda^{-2} \xi^2 + k_{\parallel}^2} \right] \hat{H}_2^{(0)} = 0, \quad (3.22)$$

здесь

$$\begin{aligned} \lambda^4 &= \frac{g_1 l_{\perp}^2 c^2}{\varepsilon_{\perp} \omega^2}, \\ k_{\parallel}^2 &= k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp}, \\ \lambda \xi &= \hat{x}^1 - \hat{x}^1. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Граничные условия соответствуют локализации вблизи плазмопаузы. Собственным значением этой задачи является  $k_{\parallel}^2 = k_{\parallel}^2(x^3)$ .

Из уравнения (3.21), при условии  $k_2 = 0$  (необходимо для квазипродольного распространения), мы получаем выражение

$$\begin{aligned} k_1^2 &= \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_{\perp}}{g_1 l_{\perp}^2} (\hat{x}^1 - \hat{x}^1)^2 - \\ &\quad - \frac{\tilde{\eta}^2}{\left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\varepsilon_{\perp}}{g_1 l_{\perp}^2} (\hat{x}^1 - \hat{x}^1)^2}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Имеются две точки поворота, где  $k_1^2 = 0$ . Видно, что между ними располагается область прозрачности  $k_1^2 > 0$ , в которой и оказываются заперты волны. Решение уравнения (3.24) записывается в виде

$$(\hat{x}^1 - \hat{x}^1)_{1,2}^2 = \frac{g_1 l_{\perp}^2 c^2}{\varepsilon_{\perp} \omega^2} \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right) \left( 1 \pm \sqrt{1 + \tilde{\eta}^2} \right), \quad (3.25)$$

таким образом, можно найти точки поворота

$$\hat{x}_0^1 = \hat{x}^1 \pm \left[ \frac{g_1 l_{\perp}^2 c^2}{\varepsilon_{\perp} \omega^2} \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right) \left( 1 \pm \sqrt{1 + \tilde{\eta}^2} \right) \right]^{1/2}. \quad (3.26)$$

Видно, что точки поворота расположены по обеим сторонам от плазмопаузы, это означает, что волновод существует на плазмопаузе. Волновод ограничен магнитными оболочками, расположенными на равном расстоянии от центра плазмопаузы [Dmitrienko and Mazur, 1992]. Этот факт позволяет исследовать волновод, как потенциальную яму в квантовой механике.

### 3.3 Глубокая и мелкая потенциальные ямы

Уравнение (3.22) можно исследовать как уравнение Шредингера для потенциальной ямы. Потенциальная яма может быть двух видов: глубокая и мелкая. В глубокой яме существует дискретный набор собственных энергетических уровней, тогда как в мелкой яме существует лишь один такой уровень [Ландау и Лифшиц, 2004].

Если  $|\xi| \ll \lambda k'_{\parallel}$ , тогда уравнение (3.22) сводится к уравнению на функции параболического цилиндра

$$\frac{\partial^2 \hat{H}_2^{(0)}}{\partial \chi^2} - \left[ \frac{\chi^2}{4} + \frac{\lambda^2 (k'_{\parallel}{}^4 - \tilde{\eta}^2)}{2k'_{\parallel}{}^2} \right] \hat{H}_2^{(0)} = 0, \quad (3.27)$$

где введено новое обозначение  $\chi = \sqrt{2\xi}$ . Это уравнение описывает глубокую потенциальную яму. Собственные функции этого уравнения записываются в виде

$$\hat{H}_2^{(0)} = \hat{H}_n^{(0)} = e^{-\xi^2/2} He_n(\sqrt{2\xi}), \quad (3.28)$$

где  $He_n$  — полиномы Эрмита [Abramowitz and Stegun, 1964]. Дискретный спектр собственных значений имеет вид

$$k'_{\parallel(n)}{}^2 = \tilde{\eta} + \frac{1}{\lambda^2} \left( n + \frac{1}{2} \right). \quad (3.29)$$

На рисунке 29 схематично показан дискретный набор собственных значений глубокой потенциальной ямы.

Если  $\tilde{\eta} \gg 1$  и  $\lambda^2 k'_{\parallel(n)}{}^2 \gg 1$  при малом  $n$ , тогда из первого уравнения системы (3.21) можно найти соотношение между радиальной и азимутальной компонентами электрического поля волны  $\hat{H}_1^{(0)} \approx -i\hat{H}_2^{(0)}$ . Это колебания с левой круговой поляризацией.

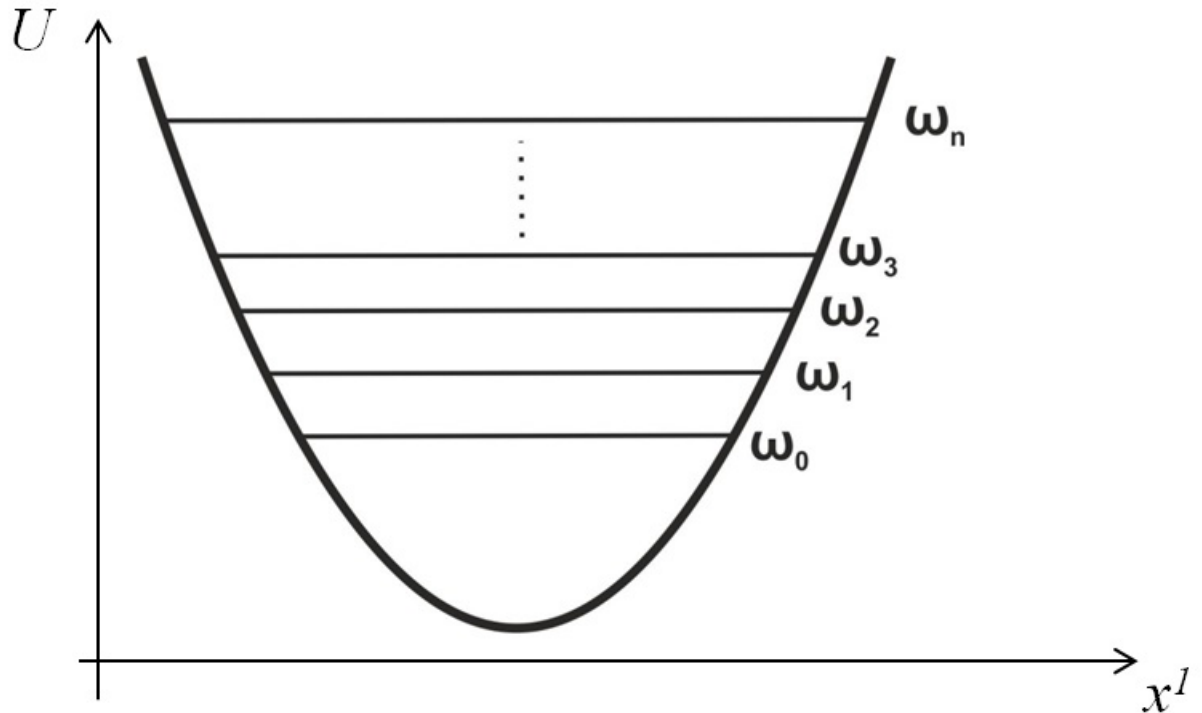


Рисунок 29. Дискретный набор собственных частот в резонаторе, где  $U$  – потенциал.

В другом случае ( $\tilde{\eta} \ll 1$  и  $\lambda^2 k_{||}^{\prime 2(n)} \ll 1$ ), уравнение (3.22) будет выглядеть как

$$\frac{\partial^2 \hat{H}_2^{(0)}}{\partial \xi^2} - \xi^2 \hat{H}_2^{(0)} = 0. \quad (3.30)$$

Это выражение, описывающее потенциальный барьер мелкой ямы. Это сокращенная форма уравнения на функции параболического цилиндра. Как уже упоминалось, мелкая яма имеет единственное собственное значение, и схематичное изображение такой мелкой ямы представлено на рисунке 30. Решение задается уравнением

$$\hat{H}_2^{(0)} = CD_{-1/2}(\sqrt{2}\xi), \quad (3.31)$$

где  $C$  – константа,  $D_n(\xi)$  – функция Уиттекера (функция параболического цилиндра) [Abramowitz and Stegun, 1964]. Чтобы найти решение этого уравнения, необходимо проинтегрировать уравнение (3.22). Будем считать, что значение функции  $\hat{H}_2^{(0)}$  меняется мало. Интегрировать будем по всей ширине экваториального резонатора. Будем считать, что точки поворота резонатора располагаются на боль-

шом расстоянии от экватора, тогда пределы интегрирования можно устремить к бесконечности. Тогда, получаем собственное значение для мелкой ямы [Ландау и Лифшиц, 2004]

$$k_{\parallel}^2 = \frac{\pi^2 \Gamma^2(1/4)}{8 \Gamma^2(3/4)} \tilde{\eta}^4 \lambda^6. \quad (3.32)$$

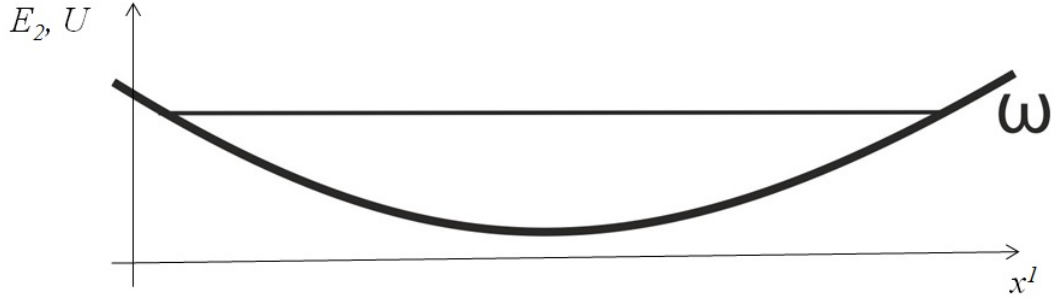


Рисунок 30. Мелкая яма имеет единственное собственное значение.

Таким образом, можно увидеть, что в одном предельном случае в резонаторе имеется дискретный набор собственных значений. В этом случае, резонатор будет иметь вид глубокой потенциальной ямы. В другом предельном случае глубокая яма превращается в мелкую яму. В мелкой яме имеется только одна мода колебаний.

### 3.4 Продольная структура УНЧ-волн вблизи плазмопаузы

Продольную структуру волны не удастся описывать в главном порядке приближения ВКБ. Для того, чтобы ее получить, следует учесть следующий порядок разложения по параметру  $\lambda_{\parallel}/l_{\parallel}$ . Будем искать его из выражения

$$\hat{L}^{(1)} H_{\alpha}^{(0)} + \hat{L}^{(0)} H_{\alpha}^{(1)} = 0. \quad (3.33)$$

Чтобы решить эту систему (3.33) и описать структуру вдоль силовой линии, необходимо определить функцию  $\psi_{\alpha}^{(0)}$ . Эта система может быть разрешена при условии

$$\int_{-x_0^1}^{x_0^1} H_{\alpha}^{(0)+} + \hat{L}_{\alpha\beta}^{(1)} H_{\beta}^{(0)} dx^1 = 0, \quad (3.34)$$

где  $\alpha, \beta$  — некоторые координаты,  $H_{\alpha}^{(0)+}$  — Эрмитово сопряженная величина  $H_{\alpha}^{(0)}$ . Чтобы воспользоваться граничными условиями, необходимо взять суперпозицию

волн в виде  $E_\alpha = H_\alpha(x^1, x^3)e^{i\psi_\alpha(x^3)}$ , с различными знаками  $k_3(x^3)$ . В точках поворота  $(\pm l_0)$   $E_\alpha \rightarrow 0$ , теперь отсюда легко получить правило квантования Бора–Зоммерфельда

$$\int_{-l_0}^{l_0} k_3^{(n)}(x^{3'}) dx^{3'} = \pi \left( N + \frac{1}{2} \right), \quad (3.35)$$

где  $n$  и  $N$  — поперечное и продольное квантовые числа. Правило квантования Бора–Зоммерфельда применимо при больших значениях продольного волнового числа  $N$ . Однако, на практике уже установлено, что и для небольших волновых чисел (порядка единицы), оно также может быть применимо и дает правильный результат. В этом выражении (3.35) продольная компонента волнового вектора  $k_3(x^3)$  зависит от продольной координаты  $x^3$ , в то время как частота  $\omega = \omega_{nN}$  входит, как параметр. Таким образом, можно найти частоту волны. Из выражения (3.29) можно выразить продольную компоненту волнового вектора

$$k_{\parallel}^{(n)2} = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} + \frac{\omega^2}{c^2} \eta + \frac{\omega \sqrt{\varepsilon_{\perp}}}{cl_{\perp} \sqrt{g_1}} \left( n + \frac{1}{2} \right). \quad (3.36)$$

Первый и второй члены выражения можно получить из дисперсионного соотношения для УНЧ–волн (1.15), в случае квазипродольного приближения ( $k_{\perp}^2/k_{\parallel}^2 \rightarrow 0$ ):

$$\left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right)^2 = \frac{\omega^4}{c^4} \eta^2. \quad (3.37)$$

Заметим, что эти два слагаемых представляют собой выражение для  $k_{\parallel}^2$  из статьи [Guglielmi et al., 2000].

Два различных решения уравнения (3.37)  $k_{\parallel\pm}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_{\perp} \pm \eta)$  соответствуют лево– и право–поляризованным модам. В случае левосторонней поляризации (знак "плюс"), при учете в составе магнитосферы наличия легких (протонов) и тяжелых ионов,  $k_{\parallel}^2$  можно представить в параболическом виде. Зависимость  $k_{\parallel}^2$  от продольной координаты, показана на рисунке 31. Из рисунка 31 видно, в некоторых точках функция  $k_{\parallel}^2$  обращается в нуль, а также имеются две области непрозрачности ( $k_{\parallel}^2 < 0$ ). Таким образом, волна оказывается запертой в экваториальной части силовой линии вдоль силовой линии [Guglielmi et al., 2000, 2001].

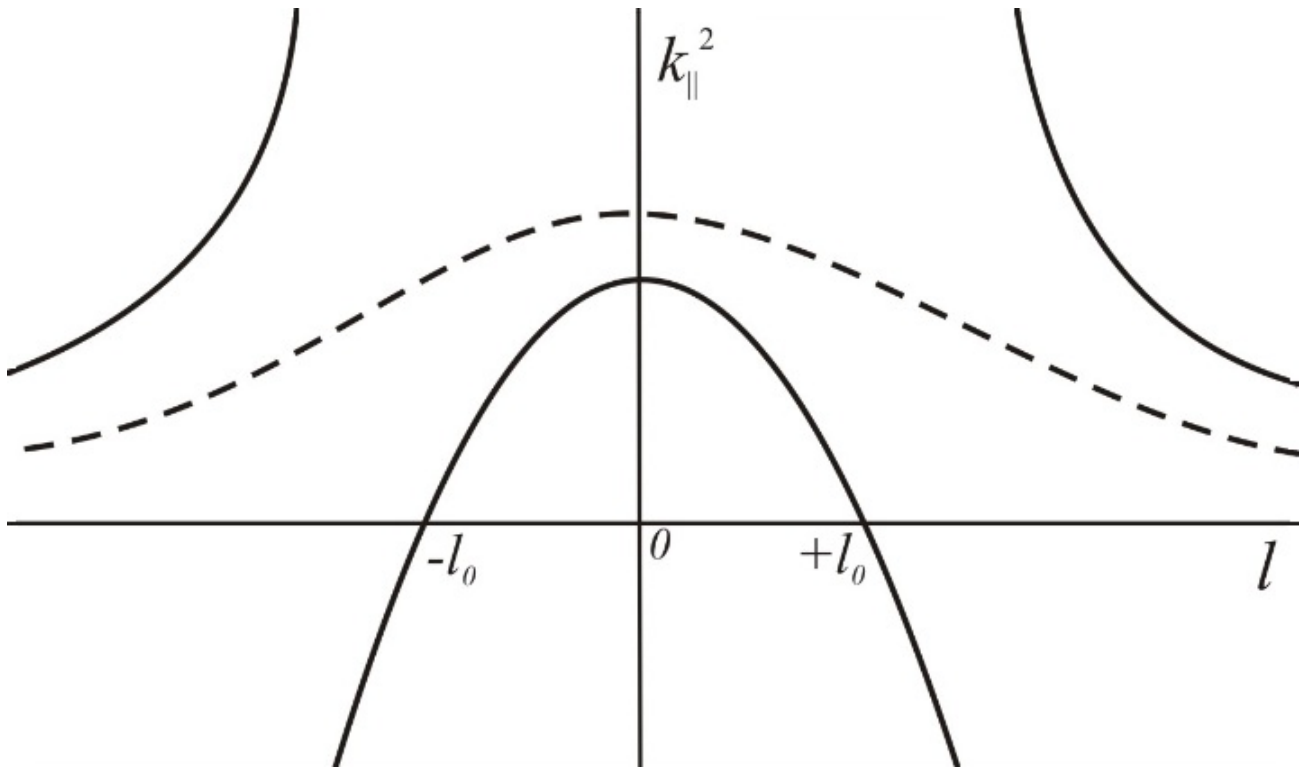


Рисунок 31. Квадрат показателя преломления как функция продольной координаты (схематичное представление). Сплошной кривой показана лево–поляризованная волна, пунктирной право–поляризованная. Плотность ионов кислорода на экваторе намного меньше, чем в приионосферных областях. Точки поворота возникают в тех частях силовой линии, где присутствует большое количество ионов кислорода.

Профиль альфвеновской скорости вдоль магнитной силовой линии показан на рисунке 32.

Чтобы найти собственные значения мод, запертых в резонаторе, используем разложение для  $k_{||}^2$  вблизи точки, где  $k_{||}^2 = 0$ . В дипольной модели недалеко от экватора магнитное поле не остается постоянным вдоль силовой линии и представимо в виде

$$B = B_E \left[ 1 + \frac{9}{2} \left( \frac{l_{||}}{R_E L} \right)^2 \right], \quad (3.38)$$

здесь  $B_E$  — величина магнитного поля на экваторе,  $R_E L$  — расстояние от центра Земли, выраженное в ее радиусах. Таким образом, используя представление (3.38)



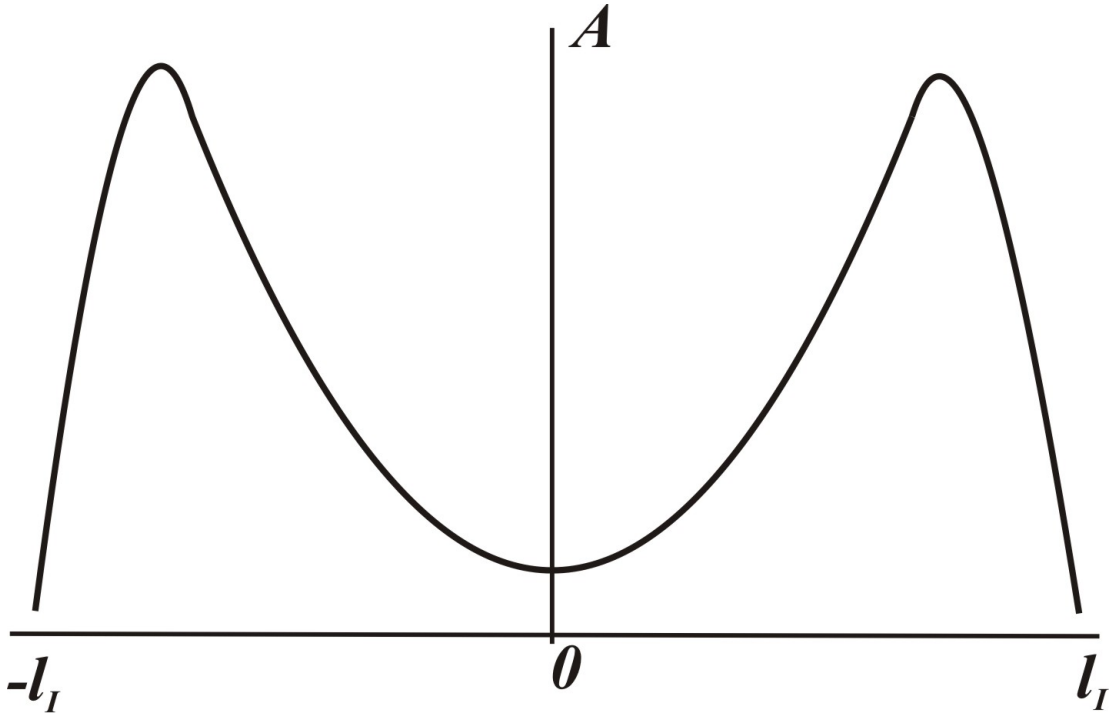


Рисунок 32. Схематичный вид профиля альфвеновской скорости  $A = B/\sqrt{4\pi(\rho_p + \rho_h)}$  вдоль силовой линии. Нулевая координата расположена на экваторе, а точки  $l_I$  и  $-l_I$  — координаты ионосферы.

и применяя условие квантования (3.35), получаем выражение для частоты

$$\begin{aligned} \omega_{nN} = & \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right) \Omega_{ch} + 3\sqrt{2\frac{\rho_h}{\rho_p}} \frac{A}{R_{EL}} \left(N + \frac{1}{2}\right) + \\ & + 3\sqrt{\frac{\rho_h}{2\rho_p}} \left(2 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right)^{-3/4} \frac{A^2}{\Omega_{ch} l_{\perp} R_{EL}} \left(N + \frac{1}{2}\right) \left(n + \frac{1}{2}\right), \end{aligned} \quad (3.39)$$

Зависимость  $\omega_{nN}$  от  $\rho_h/\rho_p$  представлена на рисунке 33.

Частотный спектр возбуждаемых в резонаторе волн квантован. Частота волны зависит от поперечного  $n$  и продольного  $N$  волновых чисел. Все гармоники в резонаторе возбуждаются одновременно, создавая тем самым биения, которые по своей форме напоминают характерную структуру жемчужин Pc1. Таким образом, дискретность жемчужин может быть связана с тем, что собственные частоты различных продольных и радиальных гармоник близки между собой. Суперпозиция таких собственных колебаний приводит к формированию структуры биений. Результат моделирования таких биений представлен на рисунке 34.

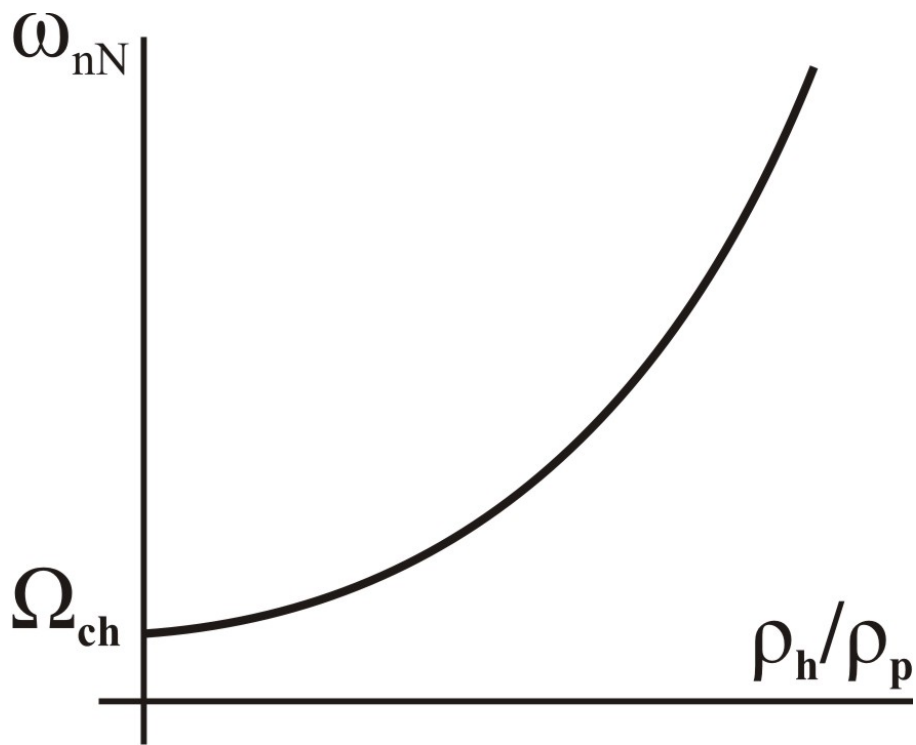


Рисунок 33. Схематичное представление зависимости  $\omega_{nN}$  от  $\rho_h/\rho_p$ .

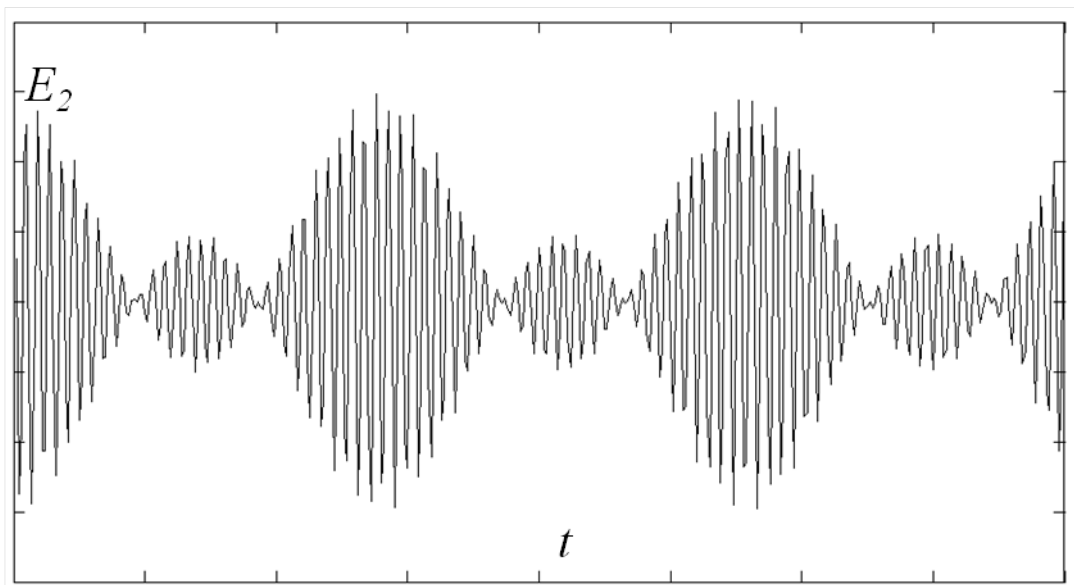


Рисунок 34. Моделирование суперпозиции колебаний в резонаторе. Учитываются первые три гармоники, амплитуды которых приняты равными единице, частоты берутся согласно выражению (3.39).

Спектр (3.39) частично совпадает со спектром, полученным в статье [Guglielmi et al., 2000]

$$\omega_{nN} = \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p}\right) \Omega_{ch} + 3\sqrt{2\frac{\rho_h}{\rho_p}} \frac{A}{R_E L} \left(N + \frac{1}{2}\right). \quad (3.40)$$

Принципиальная разница между (3.39) и (3.40) заключена в последнем слагаемом выражения (3.39). Это слагаемое является важной поправкой к выражению для частоты, так как позволяет учесть вклад поперечной структуры, тогда как в выражении (3.40) учитывалась только продольная структура. В действительности, волны, возбуждаемые в резонаторе, представляют собой очень сложную структуру, которая, как и частота колебаний, зависят от многих параметров.

Найдем координаты точек поворота. Для этого, необходимо разложить выражение (3.36) в окрестности  $\omega_z$ , где  $\omega_z = \Omega_{ch} \frac{1+\eta}{1+\eta\mu}$ ,  $\eta = \frac{\rho_h}{\rho_p}$ ,  $\mu = \frac{m_p e_h}{m_h e_p}$ .  $\omega_z$  — точка, где  $k_{\parallel}^2 = 0$ . Также, используем выражение (3.38) подставляем его в (3.36). В результате, получаем

$$k_{\parallel}^{2(n)} = \frac{9\Omega_{ch}^2(1+\eta)^2}{2A^2\eta(1-\mu)^2(R_EL)^2} \times \left( \frac{2}{9}(R_EL)^2 \left( \frac{\omega}{\Omega_{ch}} \frac{1+\eta\mu}{1+\eta} - 1 \right) - z^2 \right) [1-\alpha], \quad (3.41)$$

где

$$\alpha = \frac{\eta^2 \sqrt{1+\eta} A (1-\mu)^2 (n + \frac{1}{2})}{l_{\perp} \Omega_{ch} (1+\eta\mu) [(1+\eta\mu)^2 - (1+\eta)^2]^2 \sqrt{1 + \frac{\eta(1+\eta\mu)^2}{(1+\eta\mu)^2 - (1+\eta)^2}}}. \quad (3.42)$$

Отсюда легко получить координаты точек поворота

$$z_0^2 = l_0^2 = \frac{2}{9} (R_EL)^2 \left( \frac{\omega}{\Omega_{ch}} \frac{1+\eta\mu}{1+\eta} - 1 \right). \quad (3.43)$$

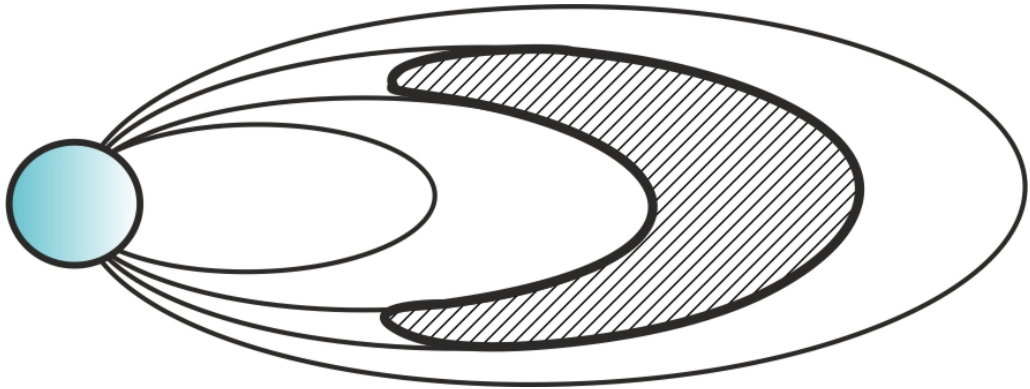


Рисунок 35. Область экваториального резонатора, локализованного на плазмопаузе.

Для сравнения результатов работы с наблюдаемыми характеристиками волн Pc1, сделаем несколько численных оценок. Оценки приведены для основной гармоники

с волновыми числами  $N = 0$  и  $n = 0$  из выражения (3.39). Для подсчета используются значения величин:  $\rho_h/\rho_p = 1.6$  [Yang et al., 2010],  $A = 500$  км/с (вблизи плазмопаузы в экваториальной части альфвеновская скорость минимальна),  $L=5$ ,  $\Omega_{ch} \approx 1c^{-1}$ ,  $l_{\perp} \sim 10^4$  км [Dmitrienko and Mazur, 1992]. В результате частота для нулевой гармоники  $\omega$  имеет величину 2 – 3 Гц (зависимость величины частоты первых гармоник от продольного и поперечного волновых чисел показана в таблице 3). Координаты точек поворота находим из выражения (3.43), они находятся на расстоянии  $l_0 = 0.77R_E$  от экватора. Координаты точек поворота поперек силовых линий можно найти из выражения (3.26), поперек магнитных оболочек полуширина резонатора составляет порядка 1000 км. Волна оказывается запертой в серповидной области (см. рисунок 35). Волна надежно заперта в резонаторе вдоль силовой линии, однако, если амплитуда волны достаточно велика, то часть волновой энергии может протуннелировать сквозь области непрозрачности, и оказаться в приионосферных областях прозрачности и проникнуть к Земле.

Таблица 3. Зависимость частоты колебаний  $\Omega_{nN}$  первых трех гармоник от продольного и поперечного квантовых чисел.

N	n=0	n=1	n=2
0	2.6422	2.6426	2.643
1	2.7266	2.7278	2.729
2	2.811	2.813	2.815

Для сравнения численных характеристик и формы колебаний приведем данные, полученные в статье [Engebretson et al., 2007]. Авторы исследовали данные со спутника Cluster-4, который зарегистрировал пульсации Pc1 во время восстановительной фазы магнитной бури 22 ноября 2003 г. На рисунке 36 показаны наблюдаемые биения жемчужин Pc1. Видно, что биения, представленные на рисунке 34, по форме похожи на осциллограмму жемчужин. Частота наблюдаемых колебаний составила около 1,8 Гц. Колебания зарегистрированы на  $L = 4.4$ . Также указывается, что во время магнитной бури регистрировалось большое количество ионов

кислорода, отношение концентрации ионов кислорода к концентрации протонов составило  $n_{O^+}/n_p = 0,2$ . С учетом этих значений расчетная частота нулевой гармоники колебаний равна 1,84 Гц (рассчитывалась по формуле 3.39). Приведенные цифры говорят о хорошем согласии результатов работы данной главы и наблюдаемых характеристик волн Pc1 в космосе.

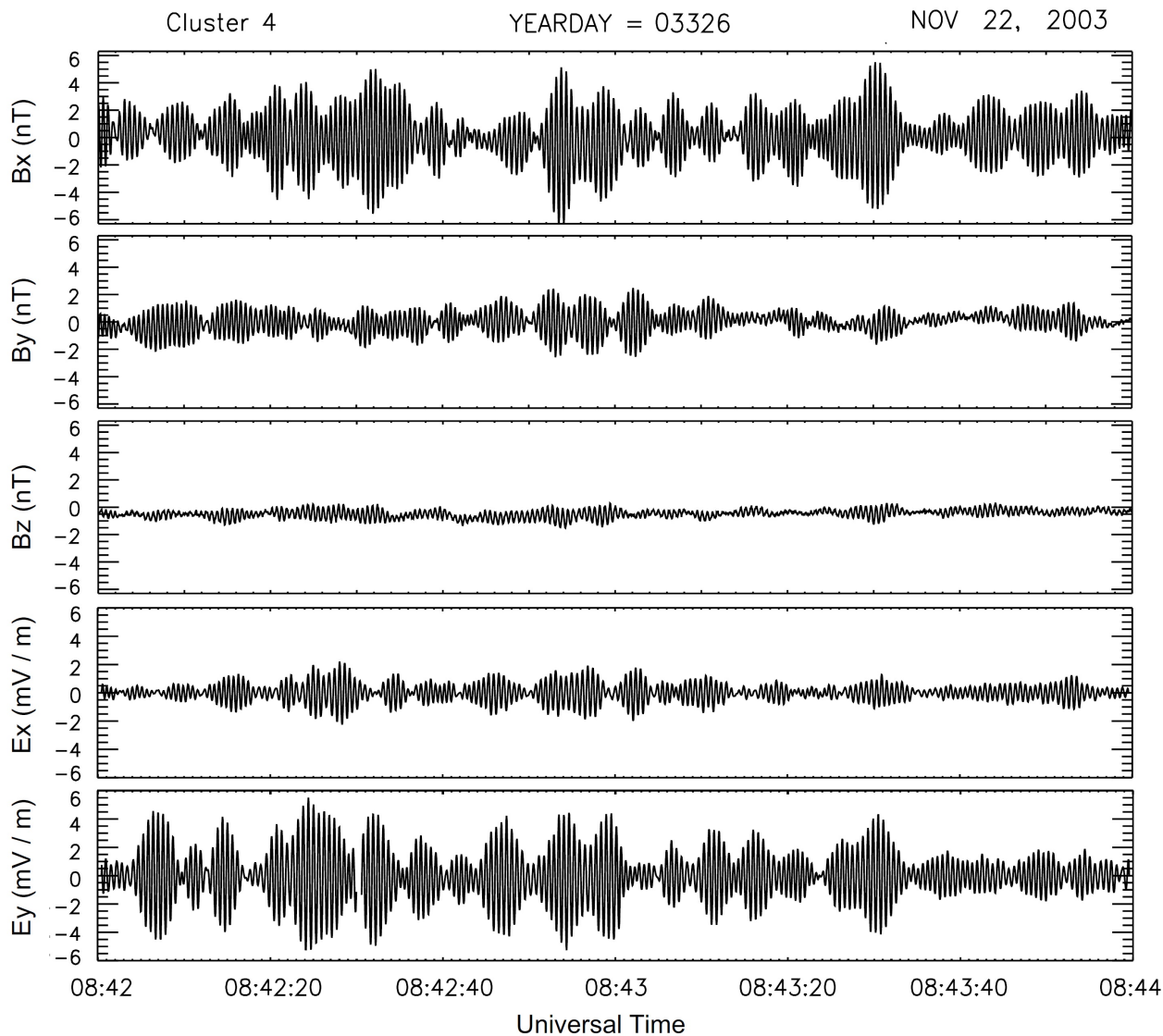


Рисунок 36. Форма пульсаций Pc1, зарегистрированных спутником Cluster. Взято из работы [Engebretson et al., 2007].

### 3.5 Заключение к главе 3

Целью данной главы было рассмотреть пространственную структуру собственных волн в резонаторе, локализованном вблизи плазмопаузы, в случае наличия примеси тяжелых ионов в плазме магнитосферы. Такой резонатор формируется благодаря наличию минимума профиля альфвеновской скорости на границе плазмопаузы. Кроме того, резонатор формируется и вдоль силовой линии. В таком случае УНЧ-колебания заперты между точками отражения вдоль силовой линии в экваториальной области, и одновременно заперты между двумя поверхностями поворота вблизи плазмопаузы в радиальном направлении. Используя ВКБ-приближение по продольной координате, были найдены волновые уравнения для альфвеновских волн. Эти уравнения решались при условии минимума альфвеновской скорости на плазмопаузе. Показано, что в экваториальной области поперечный резонатор описывается аналогично глубокой потенциальной яме в квантовой механике. Тогда, в резонаторе возбуждается дискретный набор собственных гармоник с собственными частотами. В некоторых случаях резонатор может быть представлен как мелкая потенциальная яма. В этом случае в радиальном направлении существует единственная собственная мода, которая представляет из себя поверхностную волну. Найдено условие, определяющее частоту волны. Продольное волновое число большое, поэтому одновременно может возбуждаться множество различных гармоник. Резонатор ограничен точками поворота, так образуется стоячая волна. Таким образом, формируются биения, имеющие форму, подобную структуре пульсаций  $Pc1$  на осциллограмме. Картина, которую мы наблюдаем на спектрограммах, по-видимому, образуется при распространении волны к точке наблюдения. Волна просачивается из резонатора через области непрозрачности, и по мере распространения к Земле принимает характерный для  $Pc1$  вид.

Следует разъяснить два момента, касающихся математических выкладок. Во-первых, в главе рассматривалась задача на собственные значения  $k_z = k_z(x^3)$  по координате  $x^1$ , чтобы получить поперечную структуру УНЧ-волн. Противоположный случай волновой структуры был рассмотрен в работе [Leonovich and Mazur,

1993]. Авторы этой работы рассматривали крупномасштабные неоднородности по координате  $x^3$ , но мелкомасштабные по координате  $x^1$ . В этом случае, решается задача на собственные значения  $k_1(x^1, \omega)$ . Этот подход применялся к исследованию УНЧ колебаний диапазона Pс4-5, в то время, как формализм, рассматриваемый в данной главе более естественно применить к волнам Pс1 диапазона.

Во-вторых, все еще не исследована задача о том, что происходит на торцах резонатора, вблизи точек поворота. Не известно, какую форму имеют эти торцы, она может быть округлой, как изображено на рисунке 35, либо совершенно иной. Форма торцов определяет, каким образом будет происходить отражение волны в точках поворота. Механизм отражения волны в точке поворота также пока не исследован. Однако, скорее всего, поставленные вопросы не принципиальны, и механизм отражения волны не оказывает какого-либо значительного влияния на результаты, полученные в диссертационной работе. Несмотря на то, что существует ряд работ о прохождении волны через точки поворота (или т.н. "stop bands") [Johnson and Cheng, 1999], эта задача все еще нуждается в дополнительном исследовании.

Результаты главы 3 опубликованы в работах [Михайлова, 2013; Mikhailova, 2014].

## Заключение

Целью диссертационной работы было рассмотреть, как тяжелые ионы (ионы кислорода) влияют на распространение короткопериодных УНЧ-волн. Присутствие ионов кислорода в магнитосфере подтверждается рядом статей, например см. [Yang et al., 2010], и существование продольного резонатора в экваториальной области является неизбежным следствием теории, хотя пока экспериментально его существование не очевидно. В пользу существования экваториального резонатора можно привести факт упоминания в ряде статей о том, что многие данные со спутников свидетельствуют о генерации волн в экваториальной области [Lotoániu, 2005]. Однако, нельзя не упомянуть, что существует явное противоречие между ожидаемой структурой стоячей волны в резонаторе, и результатами экспериментальных наблюдений, которые указывают на то, что волны Pc1 распространяются от центра силовой линии [Mursula, 2007; Pilipenko et al., 2012].

В отношении этого, следует заметить, что считается, что волны Pc1 генерируются ионно-циклотронной неустойчивостью, однако, этот фактор не принимается во внимание в данной диссертационной работе. Некоторые ранние исследования другого вида неустойчивости — зеркальной неустойчивости — продемонстрировали, что в результате неустойчивости могут генерироваться волны с фазовой скоростью, направленной от центра резонатора [Klimushkin, 2006; Klimushkin and Chen, 2006]. По аналогии можно ожидать, что ионно-циклотронная неустойчивость работает таким же образом: волна заперта в резонаторе, но, благодаря неустойчивости, энергия волны постоянно утекает из области резонатора. Благодаря проникновению волновой энергии через точки поворота в туннельном режиме, резонатор оказывается «неплотным», поэтому волны могут наблюдаться на земной поверх-



ности. В этом случае, может потребоваться небольшая корректировка выражения (3.39). Собственных колебаний в приионосферных областях не возникает, источниками этих колебаний могут являться колебания в приэкваториальном резонаторе, или источники в ионосфере. Источники в ионосфере не рассматривались.

Поперек силовых линий резонатор возникает благодаря минимуму в радиальном профиле альфвеновской скорости. В продольном направлении резонатор ограничен точками поворота, обусловленными большой примесью ионов кислорода в магнитосфере. В экваториальной области плотность и концентрация ионов значительно ниже, чем в приионосферных областях. Точки поворота возникают там, где примесь ионов достаточно велика. В главе 3 показано, что в поперечном направлении резонатор можно рассматривать, как потенциальную яму в квантовой механике. Показано, что в резонаторе возбуждается набор гармоник с дискретным спектром, суперпозиция этих собственных гармоник формирует биения, но иногда возможно и существование только одной моды колебаний.

В главе 3 предполагалось квазипродольное распространение волны. В главе 1 рассматривалось квазипоперечное приближение  $k_{\perp}^2/k_{\parallel}^2 \gg 1$ . В обоих случаях на экваториальной части силовой линии формируется резонатор, хотя его структура определяется разными уравнениями. Результаты работы согласуются с результатами, полученными в предшествующих работах [Guglielmi et al., 2000, 2001; Dmitrienko and Mazur, 1992].

Следует заметить, что, хотя кислородные Pc1 волны регулярно наблюдаются во время бурь, в спокойное время наиболее частыми являются гелиевые волны [Pokhotelov et al., 1998]. Основные результаты диссертационной работы в равной степени справедливы и для кислородных, и для гелиевых волн, хотя численные оценки будут отличаться.

Несмотря на то, что все выкладки в работе были проделаны для земной магнитосферы, они применимы к исследованию УНЧ-волн в магнитосфере Меркурия. Известно, что в меркурианской магнитосфере присутствует существенное количество тяжелых ионов — ионов натрия  $Na^+$  и гелия  $He^{++}$  [Othmer et al., 1999;

Glassmeier et al., 2003; Klimushkin et al., 2006; Kim et al., 2008, 2011; Boardsen et al., 2012].

## Список литературы

- Арыков А.А. Магнитосферная буря // Магнитосферно-ионосферная физика: Краткий справочник / Под ред. Ю. П. Мальцева. — СПб. : Наука, 1993.
- Беспалов П.А. Самомодуляция излучения плазменного циклотронного мазера // Письма в ЖЭТФ. — 1981. — Т. 33 №4 — С. 192–195.
- Виноградов П.А., Вакулин Ю.И., Рахматулин Р.А. Иррегулярные геомагнитные пульсации в различных фазах суббури // Исследования по геомагнетизму, аэронурии и физике Солнца. — 1974. — Т. 34 — С. 63–73.
- Гульельми А.В. О природе гидромагнитных свистов // Доклады АН СССР. — 1967. — Т. 174 №5. — С. 1076–1078.
- Гульельми А.В. МГД-волны в околоземной плазме. — М. : Наука, 1979.
- Гульельми А.В. Ультранизкочастотные электромагнитные волны в коре и магнитосфере Земли // УФН. — 2007. — Т. 177. — С. 1257–1276.
- Гульельми А.В. Три нерешенные проблемы физики магнитосферных волн Pc1 // Геофизические исследования. — 2015. — Т. 16. — С. 63–72.
- Гульельми А.В., Золотухина Н.А. Возбуждение МГД-волн нарастающей частоты в магнитосфере Земли // Геомагнетизм и аэронурия. — 1978. — Т. 18 №2. — С. 307–311.
- Гульельми А.В., Троицкая В.А. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы — М. : Наука, 1973.
- Данжи Дж.В. Теория спокойной магнитосферы // Солнечно-земная физика / Под ред. И. А. Жулина и Г. А. Скуридина. — М. : Мир, 1968.

- Дмитриенко И.С., Мазур В.А. Распространение пакета альфвеновских волн в плазмопаузе // Геомагнетизм и аэрономия. — 1983. — Т. 23 №2. — С. 279–284.
- Дмитриенко И.С., Леонович И.С., Мазур В.А. МГД-волноводы в околоземной плазме // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — 1986. — Т. 76. — С. 145–164.
- Золотухина Н.А. Об интерпретации геомагнитных пульсаций  $I_{pdr}$  в рамках кинетической неустойчивости протонов кольцевого тока // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — 1982. — Т. 52. — С. 41–47.
- Золотухина Н.А. Динамика магнитосферы при смене режима генерации  $Pc_{1,2}$  по данным геостационарных спутников // Солнечно-земная физика. — 2005. — Т. 8. — С. 96–98.
- Золотухина Н.А., Иванов С.Д., Поляков А.Р. и др Анализ среднеширотных  $Pi_2$  для алгоритмизации мониторинга авроральной суббури // Магнитосферные исследования. — 1992. — Т. 18. — С. 71–79.
- Золотухина Н.А. и Харченко И.П. О пространственно-временном распределении спектрально-поляризационных характеристик  $Pc_5$  // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — 1982. — Т. 62. — С. 97–103.
- Золотухина Н.А. и Харченко И.П. О диагностических возможностях суббуревых пульсаций диапазона  $Pi_2$  // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — 1990. — Т. 90. — С. 135–143.
- Ковнер М.С., Мишин В.В., Шкелев Е.И. О гидромагнитных пульсациях в магнитосфере и неустойчивости Кельвина-Гельмгольца // Геомагнетизм и аэрономия. — 1977. — Т. 17. — С. 714–718.
- Клейменова Н.Г. Геомагнитные пульсации // Модель космоса. — М. : НИИЯФ МГУ, 2006.

- Климушкин Д. Ю. Метод описания альфвеновской и магнитозвуковой ветвей колебаний неоднородной плазмы // Физика плазмы. — 1994. — Т. 20, № 3. — С. 309–315.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики. Квантовая механика (нерелятивистская теория). — 800 с. изд. — М. : Физмалит, 2004.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики. Электродинамика сплошных сред. — 656 с. изд. — М. : Физмалит, 2005.
- Леонович А.С., Мазур В.А. Теория гидромагнитных колебаний магнитосферы Земли // Экстремальные природные явления и катастрофы / Под ред. А.О. Глико. — 2010. — Т. 1. — С. 408–435.
- Мариловцева О.С., Климушкин Д.Ю. Ультра-низкочастотные колебания в мультикомпонентной космической плазме // Вестник Иркутского университета: Ежегод. науч.-теорет. конф. аспирантов и студентов: материалы / Под ред. О.А. Эдельштейн, Г.В. Логунова. — Иркутск : Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2009. — С. 310–311.
- Мариловцева О.С., Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Приэкваториальный резонатор для УНЧ-колебаний с учетом примеси тяжелых ионов в магнитосфере // Солнечно-земная физика. — 2010. — Т. 16. — С. 82–87.
- Михайлова О.С. О возможности локализации волн Pc1 вблизи ионосферы с учетом наличия тяжелых ионов в плазме // Солнечно-земная физика. — 2011. — Т. 19. — С. 83—87.
- Михайлова О.С. Исследование структуры УНЧ-колебаний вблизи плазмопаузы при наличии в магнитосферной плазме тяжелых ионов // Солнечно-земная физика. — 2013. — Т. 23. — С. 84–90.
- Михайлова О.С., Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Область локализации резонатора для УНЧ-волн при наличии в плазме тяжелых ионов как функция поперечного волнового вектора // Сборник Трудов XII Конференции молодых ученых "Взаимодействие полей и излучения с веществом". — Иркутск, 2011. — С. 233–235.

- Нишида А. Геомагнитный диагноз магнитосферы. — 301 с. изд. — М. : Мир, 1980.
- Пархомов В.А., Рахматулин Р.А. Локализация и широтный дрейф источника P<sub>i</sub> IB // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — 1975. — Т. 36. — С. 132–138.
- Пархомов В.А., Рахматулин Р.А. О двух типах пульсаций в диапазоне Pc1 // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — 1979. — Т. 46. — С. 82–88.
- Пархомов В.А., Рахматулин Р.А. и др. Азимутальный дрейф источника P<sub>i</sub> IB // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — 1976. — Т. 39. — С. 33–38.
- Пудовкин М.И., Распопов О.М., Клейменова Н.Г. Возмущения электромагнитного поля Земли. Часть I. Полярные магнитные возмущения. — 220 с. изд. — Л. : Изд-во Ленингр.ун-та, 1975.
- Трахтенгерц В.Ю. и Демехов А.Г. Космические циклотронные мазеры // Природа. — 2002. — № 4. —
- Троицкая В.А., Гульельми А.В. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы // Успехи физических наук. — 1969. — Т. 97, № 3. — С. 454–494.
- Abramowitz M., Stegun I.A. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables. — Washington : National Bureau of Standards Applied Mathematics Series, 1964.
- Alfven H., Fälthammar C.-G. Cosmical Electrodynamics: Fundamental Principles. — Clarendon Press, 1963. — P. 228 pp.
- Boardsen S.A., Slavin J.A., Anderson B.J. et al. Survey of coherent 1 Hz waves in Mercury's inner magnetosphere from MESSENGER observations // Journal of Geophysical Research. — 2012. — Vol. 117, no. A00M05.

- Bortnik J., Cutler J.W., Dunson C. et al. Characteristics of low-latitude Pc1 pulsations during geomagnetic storms // *Journal of Geophysical Research*. — 2008. — Vol. 113, no. A4.
- Chelpanov Maksim A., Mager Pavel N., Klimushkin Dmitri Yu. et al. Experimental evidence of drift compressional waves in the magnetosphere: An Ekaterinburg coherent decameter radar case study // *Journal of Geophysical Research. Space Physics*. — 2016. — Vol. 121, no. 2. — P. 1315–1326.
- Chen L., Hasegawa A. A theory of long period magnetic pulsation. 1. Steady state excitation of a field line resonance // *Journal of Geophysical Research*. — 1974. — Vol. 79. — P. 1024–1032.
- Cornwall J.M., Sims A.R., White R.S. Atmospheric Density Experienced by Radiation Belt Protons // *Journal of Geophysical Research*. — 1965. — Vol. 70, no. 13. — P. 3099–3111.
- Demekhov A.G. Recent progress in understanding Pc1 pearl formation // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. — 2007. — Vol. 69. — P. 1599–1774.
- Dmitrienko I.S. Nonlinear waves in an Alfvén waveguide // *Fizika Plazmy*. — 1992. — Vol. 18, no. 6. — P. 751–756.
- Dmitrienko I.S., Mazur V.A. On waveguide propagation of Alfvén waves at the plasmopause // *Planetary Space Science*. — 1985. — Vol. 33. — P. 471–477.
- Dmitrienko I.S., Mazur V.A. The spatial structure of quasicircular Alfvén modes of waveguide at the plasmopause — Interpretation of Pc1 pulsations // *Planetary Space Science*. — 1992. — Vol. 40. — P. 139–148.
- Engebretson M.J., Keiling A., Fornacon K.-H. et al. Cluster observations of Pc 1–2 waves and associated ion distributions during the October and November 2003 magnetic storms // *Planetary and Space Science*. — 2007. — Vol. 55. — P. 829–848.

- Engebretson M.J., Peterson W.K., Posch J.L. et al. Observations of two types of Pc 1-2 pulsations in the outer dayside magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. — 2002. — Vol. 107, no. A12.
- Engebretson M.J., Posch J.L., Westerman A.M. et al. Temporal and spatial characteristics of Pc1 waves observed by ST5 // *Journal of Geophysical Research*. — 2008. — Vol. 113, no. A7.
- Erlandson R.E., Anderson B.J., Zanetti L.J. Viking magnetic and electric field observations of periodic Pc1 waves: pearl pulsations // *Journal of Geophysical Research*. — 1992. — Vol. 97, no. A10. — P. 14282–14832.
- Erlandson R.E., Mursula K., Bösinger T. Simultaneous ground-satellite observations of structured Pc1 pulsations // *Journal of Geophysical Research*. — 1996. — Vol. 101, no. 12. — P. 27149–27156.
- Fraser B.J., Grew R.S., Morley S.K. et al. Storm time observations of electromagnetic ion cyclotron waves at geosynchronous orbit: GOES results // *Journal of Geophysical Research*. — 2010. — Vol. 115, no. A5.
- Fraser B.J., Horwitz J.L., Slavin J.A. et al. Heavy ion mass loading of the geomagnetic field near the plasmopause and ULF wave implications // *Geophysical Research Letters*. — 2005. — Vol. 32, no. L04102.
- Fraser B.J., McPherron R.L. Pc 1-2 magnetic pulsation spectra and heavy ion effects at synchronous orbit: ATS 6 results // *Journal of Geophysical Research*. — 1982. — Vol. 87, no. A6. — P. 4560–4566.
- Fraser B.J., Nguyen T.S. Is the plasmopause a preferred source region of electromagnetic ion cyclotron waves in the magnetosphere? // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. — 2001. — Vol. 63. — P. 1225–1247.
- Fraser B.J., Singer H.J., Hughes W.J. et al. CRRES Poynting vector observations of electromagnetic ion cyclotron waves near the plasmopause // *Journal of Geophysical Research*. — 1996. — Vol. 101, no. A7. — P. 15331–15344.



- Gendrin R., Lacourly S., Roux A. et al. Wave packet propagation in an amplifying medium and its application to the dispersion characteristics and to the generation mechanisms of Pc 1 events // *Planetary Space Science*. — 1971. — Vol. 19. — P. 165—194.
- Gendrin R., Troitskaya V.A. Preliminary results of a micropulsation experiment at conjugate points // *Radio Science*. — 1965. — Vol. 69D. — P. 1107—1116.
- Glassmeier K.-H., Klimushkin D.Yu., Othmer C. et al. ULF waves at Mercury: Earth, the giants, and their little brother compared // *Advances in Space Research*. — 2004. — Vol. 33. — P. 1875–1883.
- Glassmeier Karl-Heinz, Mager Pavel N., Klimushkin Dmitri Yu. Concerning ULF pulsations in Mercury's magnetosphere // *Geophysical Research Letters*. — 2003. — Vol. 30, no. 18.
- Greifinger P. Ionospheric propagation of oblique hydromagnetic plane waves at micropulsation frequencies. — 1972. — Vol. 77. — P. 2377.
- Guglielmi A., Kangas J. Pc1 waves in the system of solar-terrestrial relations: new reflections // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. — 2007. — Vol. 69. — P. 1635–1643.
- Guglielmi A., Kangas J., Potapov A. Quasiperiodic modulation of the Pc1 geomagnetic pulsations: an unsettled problem // *Journal of Geophysical Research*. — 2001. — Vol. 106, no. A11. — P. 25847–25855.
- Guglielmi A.V., Klaine B.I., Potapov A.S. Excitation of magnetosonic waves with discrete spectrum in the equatorial vicinity of the plasmopause // *Planetary Space Science*. — 1975. — Vol. 23. — P. 279–286.
- Guglielmi A.V., Pokhotelov O.A. *Geoelectromagnetic waves*. — IOP, Bristol, 1996. —
- Guglielmi A.V., Potapov A.S. The Effect of Heavy Ions on the Spectrum of Oscillations of the Magnetosphere // *Cosmic research*. — 2012. — Vol. 50, no. 4. — P. 263–271.

- Guglielmi A.V., Potapov A.S., Russell C.T. The ion cyclotron resonator in the magnetosphere // *JETP Letters*. — 2000. — Vol. 72, no. 6. — P. 298–300.
- Hasegawa A. Drift mirror instability of the magnetosphere // *Phys. Fluids*. — 1969. — Vol. 12. — P. 2642–2650.
- Hughes W. J. Hydromagnetic waves in the magnetosphere // *Solar Terrestrial Physics* / Ed. by R. L. Carovillano, J. M. Forbes. — Reidel, Dordrecht, 1983.
- Jacobs J.A. Geomagnetic Micropulsations. — Berlin-Heidelberg-New-York : Springer-Verlag, 1970.
- Johnson J.R., Cheng C.Z. Can Ion Cyclotron Waves Propagate to the Ground? // *Geophysical Research Letters*. — 1999. — Vol. 26, no. 6. — P. 671–674.
- Jun Chae-Woo, Shiokawa Kazuo, Connors Martin et al. Study of Pc1 pearl structures observed at multi-point ground stations in Russia, Japan, and Canada // — 2014. — no. 66. — P. 1–14.
- Kangas J., Guglielmi A., Pokhotelov O. Morphology and physics of short-periodic magnetic pulsations // *Space Science Reviews*. — 1998. — Vol. 93. — P. 435–512.
- Kim Eun-Hwa, Johnson Jay R., Lee Dong-Hun. Resonant absorption of ULF waves at Mercury's magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. — 2008. — Vol. 113, no. A11.
- Kim Eun-Hwa, Johnson Jay R., Lee Kyung-Dong. ULF wave absorption at Mercury // *Geophysical Research Letters*. — 2011. — Vol. 38, no. 16.
- Klimushkin D.Yu. Spatial structure and dispersion of drift mirror waves coupled with Alfvén waves in a 1-D inhomogeneous plasma // *Annales Geophysicae*. — 2006. — Vol. 24, no. 8. — P. 2291–2297.
- Klimushkin D.Yu., Chen L. Eigenmode stability analysis of drift-mirror modes in nonuniform plasmas // *Annales Geophysicae*. — 2006. — Vol. 24, no. 10. — P. 2435–2439.

- Klimushkin D.Yu, Mager P.N. Spatial structure and stability of coupled Alfvén and drift compressional modes in non-uniform magnetosphere: Gyrokinetic treatment // *Planet. Space Sci.* — 2011. — Vol. 59. — P. 1613–1620.
- Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Glassmeier K.-H. Axisymmetric Alfvén resonances in a multi-component plasma at finite ion gyrofrequency // *Annales Geophysicae.* — 2006. — Vol. 24, no. 3. — P. 1077–1084.
- Klimushkin Dmitri Yu., Mager Pavel N., Marilovtseva Olga S. Parallel structure of Pc1 ULF oscillations in multi-ion magnetospheric plasma at finite ion gyrofrequency // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics.* — 2010. — Vol. 72, no. 18. — P. 1327–1332.
- Klimushkin D.Yu, Mager P.N., Pilipenko V.A. On the ballooning instability of the coupled Alfvén and drift compressional modes // *Earth, Planets, and Space.* — 2012. — Vol. 64. — P. 777–781.
- Leonovich A.S., Mazur V.A. Resonance excitation of standing Alfvén waves in an axisymmetric magnetosphere (monochromatic oscillations) // *Planetary Space Science.* — 1989. — Vol. 37. — P. 1095–1108.
- Leonovich A.S., Mazur V.A. A theory of transverse small-scale standing Alfvén waves in an axially symmetric magnetosphere // *Planetary Space Science.* — 1993. — Vol. 41, no. 9. — P. 697–717.
- Leonovich A.S., Mazur V.A., Senatorov V.N. Alfvén waveguide // *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 1983. — Vol. 85. — P. 141–145.
- Lotoániu T.M. Propagation of electromagnetic ion cyclotron wave energy in the magnetosphere // *Journal of Geophysical Research.* — 2005. — Vol. 110, no. A7.
- McPherron Robert L. Magnetic Pulsations: Their Sources and Relation to Solar Wind and Geomagnetic Activity // *Surv Geophys.* — 2005. — Vol. 26, no. 5. — P. 545–592.

- Mikhailova Olga S. The spatial structure of ULF-waves in the equatorial resonator localized at the plasmopause with the admixture of the heavy ions // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. — 2014. — Vol. 108. — P. 10–16.
- Mikhailova O.S., Klimushkin D.Yu., Mager P.N. Pc1-pulsations: the parallel structure in the magnetosphere plasma with the admixture of the heavy ions // *Advances in Astronomy and Space Physics*. — 2012. — Vol. 2. — P. 88–90.
- Mikhailovskii A.B., Fridman A.M. Drift waves in a finite-pressure plasma. — 1967. — no. 51. — P. 1430–1444.
- Min K., Liu K., Bonnel J. et al. Study of EMIC wave excitation using direct ion-measurements // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. — 2015. — Vol. 120. — P. 2702–2719.
- Mishin V.V. On the MHD instability of the Earth's magnetopause and its geophysical effects // *Planetary and Space Science*. — 1981. — Vol. 29. — P. 359–363.
- Morse P.M., Feshbach H. *Methods of Theoretical Physics, Part I*. — New York : McGraw-Hill, 1953.
- Mursula K. Satellite observations of Pc 1 pearl waves: The changing paradigm // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. — 2007. — Vol. 69, no. 14. — P. 1623–1634.
- Mursula K., Bratsky T., Rasikangas R. et al. Dispersive Pc 1 bursts observed by Freja // *Geophysical Research Letters*. — 1994. — Vol. 21. — P. 1851–1854.
- Obayashi T. Hydromagnetic whistlers // *Journal of Geophysical Research*. — 1965. — no. 70. — P. 1069–1078.
- Othmer Carsten, Glassmeier Karl-Heinz, Cramm Ruediger. Concerning field line resonances in Mercury's magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. — 1999. — Vol. 104, no. A5. — P. 10369–10378.

- Parkhomov V.A., Dmitriev A.V., Tsegmed B.. On the origin of burst Pc1 pulsations produced in interaction with an oblique interplanetary shock // *Planetary and Space Science*. — 2015. — Vol. 109–110. — P. 21–31.
- Pilipenko V.A., Polozova T.L., Engebretson M. Space-time structure of ion-cyclotron waves in the topside ionosphere as observed onboard the ST-5 satellites // *Cosmic Research*. — 2012. — Vol. 50, no. 5. — P. 329–339.
- Pokhotelov O.A., Pokhotelov D.O., Feygin F.Z. et al. Oxygen cyclotron harmonic waves in the deep plasmasphere during magnetic storms // *Journal of Geophysical Research*. — 1997. — Vol. 102, no. A1. — P. 77–83.
- Pokhotelov O.A., Pokhotelov D.O., Feygin F.Z. et al. Excitation of helium cyclotron harmonic waves during quiet magnetic conditions // *Journal of Geophysical Research*. — 1998. — Vol. 103, no. A11. — P. 2658–2659.
- Posch J.L., Engebretson M.J., Murphy M.T. et al. Probing the relationship between electromagnetic ion cyclotron waves and plasmaspheric plumes near geosynchronous orbit // *Journal of Geophysical Research*. — 2010. — Vol. 115, no. A11.
- Potapov A.S., Polyushkina T.N. et al. Emissions of ionospheric Alfvén resonator and ionospheric conditions // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. — 2014. — Vol. 119. P. 91–101.
- Queau D.L., Roux A., Rauch J.L. et al. Heating of Protons by Resonant Absorption in a Multicomponent Plasma. Theoretical model // *Journal of Geophysical Research*. — 1993. — Vol. 98, no. A8. — P. 13363–13375.
- Rasinkangas R., Mursula R., Kremser G. et al. Simultaneous occurrence of Pc 5 and Pc 1 pulsations in the dawnside magnetosphere: CRRES observations // *Solar Wind Sources of Magnetospheric Ultra-Low-Frequency Waves* / Ed. by M.J. Engebretson, K. Takahashi, M. Scholer. — 1994. — P. 417–424.

- Rauch J.L., Roux A. Ray Tracing of ULF Waves in a Multicomponent Magnetospheric Plasma: Consequences for the Generation Mechanism of Ion Cyclotron Waves // *Journal of Geophysical Research*. — 1982. — Vol. 87, no. 10. — P. 8191–8198.
- Saikin A.A., Zhang J.-C., Allen R.C. et al. The occurrence and wave properties of  $H^+$ -,  $He^+$ -, and  $O^+$ -band EMIC waves observed by the Van Allen Probes // *Journal of Geophysical Research*. — 2015. — Vol. 120. — P. 7477–7492.
- Saito T. Geomagnetic pulsations // *Space Science Reviews*. — 1969. — Vol. 10. — P. 319—412.
- Smith R.L., Brice N. Propagation in Multicomponent Plasmas // *Journal of Geophysical Research*. — 1964. — Vol. 69, no. 23. — P. 5029–5040.
- Southwood D.J. Some features of field line resonances in the magnetosphere // *Planet Space Sci*. — 1974. — Vol. 22. — P. 483–491.
- Stix T.H. *The Theory of Plasma Waves*. — New York : McGraw-Hill, 1962.
- Swanson D.G. *Plasma Waves*. — Boston : Academic Press, 1989.
- Usanova M.E., Mann I.R., Rae I.J. et al. Multipoint observations of magnetospheric compression-related EMIC Pc1 waves by THEMIS and CARISMA // *Geophysical Research Letters*. — 2008. — Vol. 35, no. 17.
- Vincena S.T., Farmer W.A., Maggs J.E. et al. Investigation of an ion-ion hybrid Alfvén wave resonator // *Physics of Plasmas*. — 2013. — Vol. 20, no. 1. — P. 012111.
- Walker A.D.M. *Magnetohydrodynamic Waves in Geospace. The Theory of ULF Waves and their Interaction with Energetic Particles in the Solar–Terrestrial Environment*. — Bristol and Philadelphia : Institute of Physics Publishing, 2005.
- Yang B., Zong Q.-G., Wang Y.F. et al. Cluster observations of simultaneous resonant interactions of ULF waves with energetic electrons and thermal ion species in the inner magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. — 2010. — Vol. 115, no. A2.

- Yahnin A. G., Yahnina T. A., Frey H. U. Subauroral proton spots visualize the Pc1 source // *Journal of Geophysical Research*. — 2007. — Vol. 112, no. A10.
- Yu X., Yuan Z. et al. In situ observations of EMIC waves in O<sup>+</sup> band by the Van Allen Probe A // *Geophysical Research Letters*. — 2015. — Vol. 42. P. 1312–1317.
- Zolotukhina N.A. Wave effects of sudden impulse and substorm onset in the magnetospheric morning sector on January 4, 2001 // *Geomagnetism and Aeronomy*. — 2010. — Vol. 50, no. 8 P. 963–969.
- Zolotukhina N., Cao J. Transformation of structured Pc1 into IPDP-like emission under enhanced magnetospheric convection: A case study // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. — 2007. — Vol. 69. P. 1668–1679.
- Zolotukhina N.A., Mager P.A., Klimushkin D.Yu. Pc5 waves generated by substorm injection: a case study // *Annales Geophysicae*. — 2008. — Vol. 26. P. 2053–2059.