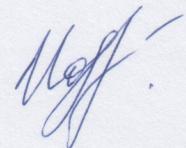


Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Иркутский государственный университет»

На правах рукописи  
УДК 556.113.2; 536.25; 556.555.4; 556.556



ПОРТЯНСКАЯ Инна Александровна

**Особенности динамики гидрофизических параметров водных масс в  
южном Байкале по результатам температурного мониторинга на базе  
нейтринного телескопа.**

25.00.29 – физика атмосферы и гидросферы

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
к. ф.-м. н. Ловцов С.В.

г. Иркутск - 2015

## Содержание:

<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
Актуальность темы .....	5
Цель работы.....	8
Методы исследований .....	8
Научная новизна .....	9
Практическое значение .....	9
Достоверность .....	10
Основные защищаемые положения .....	10
Личный вклад автора.....	11
Апробация работы .....	11
Публикации .....	12
Структура диссертационной работы .....	12
<b>Глава 1 Температурный режим озера Байкал в области постановки нейтринного телескопа. Методика долговременного мониторинга температурного режима.....</b>	<b>13</b>
1.1 Методика долговременного мониторинга температурного режима.....	14
1.2 Температурный режим озера Байкал в области постановки нейтринного телескопа.....	19
Выводы к главе 1 .....	26
<b>Глава 2 Оценка пространственно-временных масштабов вертикального водообмена методом механической аналогии.....</b>	<b>28</b>
2.1 Влияние термодинамических свойств воды на процессы неустойчивости верхних слоев оз. Байкал .....	28

2. 2 Описание метода оценки пространственно-временных масштабов водообмена в статически неустойчивых жидкых системах .....	43
2.3 Редукция выражений для эффективной силы и потенциальной энергии в случае инфинитезимальных смещений .....	47
2.4 Апробация метода оценки пространственно-временных масштабов на основе измерений температуры в Южном Байкале .....	51
2.5 Обсуждение адекватности метода на основе анализа размерностей .....	57
Выводы к главе 2 .....	59

**Глава 3 Моделирование эволюции температурного режима верхних  
слоев оз. Байкал.....** 62

3.1 Теоретическое описание модели эволюции температурного режима верхних слоев оз. Байкал .....	66
3.2 Апробация модели эволюции температурного режима верхних слоев озера Байкал .....	75
3.3 Обоснование использования одномерной модели эволюции температурного режима верхних слоев оз. Байкал .....	81
3.4 Оценка вертикальных скоростей и кинетической энергии вертикальных смещений в деятельном слое.....	82
Выводы к главе 3 .....	86

**Глава 4 Спектральный анализ временных рядов температуры,  
полученных в южном Байкале .....** 88

4.1 Спектральная плотность как энергетическая характеристика динамических процессов .....	89
4.2 Исследование вертикального распределения функции спектральной плотности.....	90
4.3 Выделение основных типов динамических процессов по результатам спектрального анализа температурных рядов .....	101

Выводы к главе 4 .....	106
<b>Заключение.....</b>	<b>107</b>
<b>Благодарности.....</b>	<b>110</b>
<b>Список иллюстраций.....</b>	<b>111</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>115</b>

## Введение

### Актуальность темы

Динамика тепло- и массо-переноса в естественных водоемах является одним из ключевых разделов при рассмотрении процессов, происходящих в гидросфере. Разномасштабные гидродинамические процессы ответственны за насыщение глубинных слоев водоемов кислородом, перераспределение органических и неорганических веществ питательных веществ для различных гидробионтов, энергии и снижении концентрации вредных веществ [1-4], поэтому их изучение необходимо для моделирования и составления прогнозов эволюции гидро- и экосистем.

Исследования процессов, характерных для естественных гидросистем, ведутся как экспериментально путем измерений гидрофизических, гидрохимических и др. параметров *in situ* в зондирующем режиме и с помощью приборов, размещенных на буйковых станциях [5, 6], так и при помощи лабораторного моделирования [7, 8]. Описать и количественно оценить особенности и масштабы различных динамических процессов позволяет ряд разработанных теоретических моделей [9-13].

Быстрое развитие компьютерных технологий в настоящее время позволяет выполнять расчеты, ранее недоступные вследствие ограниченности вычислительных ресурсов. В связи с этим, в последние три десятилетия были развиты и апробированы разнообразные численные модели и схемы, применяемые как для решения полной системы гидродинамических

уравнений при различных схемах турбулентного замыкания, так и для более детального расчета различных характеристик [14– 16].

Большинство крупномасштабных динамических явлений, протекающих в водной толще, сопровождаются процессами конвективного теплопереноса [17]. Именно благодаря конвективному теплообмену происходит основное изменение температуры, в силу низкой температуропроводности воды. Поэтому температурные вариации являются одним из наиболее удобных для регистрации маркером физических динамических процессов протекающих в естественном резервуаре [18-21].

К настоящему моменту на основании анализа данных о температурных вариациях изучен ряд динамических процессов, протекающих в различных водоемах, таких как формирование устойчивой стратификации, развитие термобара и элементы фронтогенеза и т.д. [22-23]. Необходимо отметить, что чаще всего, исследователи располагают данными лишь эпизодических измерений, полученных методом зондирования водной толщи приборами с борта научно-исследовательских судов. Такой эпизодический характер затрудняет построение полноценной годовой картины эволюции динамических процессов, для ее построения необходимы данные непрерывных измерений температурных вариаций.

Новые технические возможности для осуществления круглогодичного мониторинга температурного поля открыл Байкальский нейтринный проект [5, 24]. В рамках этого проекта с помощью приборов, размещенных на 4-х притопленных буйковых станциях, накоплен большой массив данных о температурных вариациях на различных глубинах за последние 15 лет.

На основании разностороннего анализа данных нового типа стало возможным выявить новые черты и уточнить многие особенности массо- и теплопереноса, энергетического обмена на различных глубинах [25-26].

Задачей первого этапа исследований была оценка характерных масштабов вертикального водообмена. Используя экспериментальные данные о распределении температуры по глубине в каждый фиксированный

момент времени (температурный профиль), выявлялся интервал глубин, на котором вода находилась в статически неустойчивом состоянии. Движение гипотетической жидкой частицы вдоль температурного профиля описывалось по аналогии с динамикой механической системы с одной степенью свободы. На основе первого интеграла движения определялись точки поворота и время движения между ними, которые рассматривались как оценки пространственного и временного масштабов вертикального движения воды [25].

Следующим этапом исследований было построение модели, дающей представление о развитии температурного режима. На основании уравнения теплопроводности была построена одномерная модель. Ее основными характеристиками являются турбулентная теплопроводность и коэффициент вертикального массопереноса. Первая величина суммирует вклад флуктуационной составляющей, а вторая - усредненной составляющей вертикальной компоненты скорости в процессы тепло и массообмена [26]. В результате построена трехмерная картина эволюции коэффициентов турбулентной теплопроводности и вертикального массопереноса, продемонстрировано разделение механизмов теплопередачи в динамических процессах, протекающих в водной толще и формирующих эволюцию температурного режима озера.

В качестве завершающего этапа исследований был проведен спектральный анализ длинных температурных рядов, позволивший составить картину энергетического обмена между глубинами и рассмотреть эволюцию спектральной плотности с течением времени [27].

Место постановки буйковых станций для осуществления температурного мониторинга является типичной для Байкала прислоновой областью, поэтому выводы о динамике обменных процессов являются справедливыми и для всей прислоновой части озера Байкал.

Результаты проведенных исследований пространственно-временной структуры температурного поля в области постановки нейтринного

телескопа актуальны с точки зрения изучения динамики не только байкальской гидросистемы. Разработанные методики могут быть применены и в изучении естественных гидросистем других типов. При наличии данных не только о температуре, но и о солености описанные методы можно использовать для исследования крупномасштабных динамических процессов в океанологии.

### **Цель работы**

Основной целью работы было исследование гидродинамических процессов посредством анализа пространственно-временной структуры температурного поля в области постановки нейтринного телескопа в южном Байкале.

Конкретные **задачи**, поставленные в диссертационной работе:

- разработать метод оценки пространственно-временных масштабов вертикального водообмена по данным о температурном профиле;
- реконструировать эволюцию эффективных коэффициентов турбулентной температуропроводности и вертикального массопереноса в рамках одномерной модели по данным непрерывных наблюдений температурного поля, оценить величины вертикальной компоненты скорости и кинетической энергии вертикальных смещений, формирующих гомогенный температурный профиль.
- с точки зрения спектрального анализа температурных рядов изучить энергетический баланс процессов водообмена, выделить основные типы динамических процессов

### **Методы исследований**

В диссертационной работе были применены следующие методы исследований:

- Метод механической аналогии, предложенный для оценки пространственно-временных масштабов процессов вертикального водообмена
- Метод численного моделирования эволюции термодинамических параметров температурного режима.
- Метод спектрального анализа длинных временных рядов.

### **Научная новизна**

- разработан метод, позволяющий провести оценку пространственных масштабов и продолжительности развития вертикальных водообменных процессов по данным о температурном профиле.
- проведена реконструкция эволюции таких термодинамических характеристик как распределение по глубине эффективного коэффициента турбулентной температуропроводности и эффективного коэффициента вертикального массопереноса, количественно оценена роль вертикального массопереноса как механизма теплопередачи.
- на основании данных долговременного мониторинга впервые проведен спектральный анализ непрерывных многолетних рядов температуры, который позволяет оценить изменение по времени картины энергетического баланса, выделить основные типы динамических процессов, связанных с инерционно-конвективными, вязко-конвективными движениями, а также с наличием внутренних волн.

### **Практическое значение**

Результаты диссертационной работы могут быть использованы для получения более полной картины разномасштабных динамических процессов в водной толще, что является важным для понимания особенностей природы экосистем и для составления прогнозов их эволюции вследствие влияния глобальных природных процессов и антропогенной деятельности.

Полученные результаты были использованы при выполнении работ по проектам, поддержаным Министерством образования и науки РФ в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (ГК №№ 02.740.11.0018, 02.740.11.0335), РНП.2.2.1.1.7334 НОЦ "Байкал" и гранту РФФИ (07-05-00948).

### **Достоверность**

Достоверность работы обусловлена выбором физически обоснованных методов и статистически представительным набором экспериментальных данных, подтверждается качественным и количественным согласием результатов расчетов с аналогичными данными других исследователей, опубликованных ранее.

### **Основные защищаемые положения**

— Разработан обобщенный метод оценки пространственно-временных масштабов процессов вертикального водообмена, который позволяет выявить области термобарической неустойчивости на температурном профиле, определить их пространственную протяженность, продолжительность развития, внутригодовое распределение областей неустойчивости и глубины залегания;

— В рамках одномерной модели по данным непрерывных наблюдений температурного поля реконструирована эволюция эффективных коэффициентов турбулентной температуропроводности и вертикального массопереноса, что позволило разделить роль различных механизмов теплопередачи в динамических процессах, а также оценить величины вертикальной компоненты скорости и кинетической энергии вертикальных смещений формирующих гомогенный температурный профиль;

— По результатам проведенного спектрального анализа длинных рядов температуры определена эволюционная картина энергетического

баланса в Южном Байкале, продемонстрирована каскадная передача энергии между динамическими процессами на разных пространственно-временных масштабах, выделены основные типы динамических процессов, связанных с инерционно-конвективными, вязко-конвективными движениями, а также с наличием внутренних волн.

### **Личный вклад автора**

Основные результаты являются оригинальными и получены либо автором лично, либо при её непосредственном участии.

Автор непосредственно принимала участие во всех этапах исследования, в первичной обработке данных, создании программного обеспечения по обработке экспериментальных данных, в процессе анализа и интерпретации полученных данных, подготовке к публикации полученных результатов.

### **Апробация работы**

Основные результаты исследований были представлены в виде устных и стеновых докладов на конференциях:

- «Потоки и структуры в жидкостях» (Санкт-Петербург, 2007; Москва, 2009),
- «Байкальская школа по фундаментальной физике» (Иркутск, 2007, 2009),
- «Байкальская Школа по Физике Элементарных Частиц и Астрофизике» (п. Большие Коты, 2009),
- «General Assembly 2010 of the European Geosciences Union» (Вена, Австрия, 2010),
- V Верещагинская конференция (Иркутск, 2010), «Современные проблемы водохранилищ и их водосборов (Пермь, 2007),  
а также на семинарах:
- физического факультета ФГБОУ ВПО «ИГУ» (Иркутск, 2009, 2012),

- «Прикладная гидродинамика», Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (Новосибирск, 2009г., 2011, 2015),
- Института водных и экологических проблем СО РАН, Новосибирский филиал, (Новосибирск, 2009),
- «SURF – Day 2011: Large lakes» Swiss Federal Institute for Environmental Science and Technology, EAWAG (Kastanienbaum, Swiss, 2011)
- Института солнечно-земной физики СО РАН (Иркутск, 2012)
- Institute of Theoretical Physics II of Ruhr University Bochum (Bochum, Germany, 2013)

### **Публикации**

По результатам диссертации опубликованы 20 работ, в том числе 5 статей в реферируемых журналах, рекомендованных списком ВАК, 1 статья в не реферируемом журнале, 14 статей в сборниках трудов международных научных конференций.

Указанные публикации впервые используются при подготовке диссертации.

### **Структура диссертационной работы**

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и библиографического указателя, содержащего 120 наименований. Общий объем диссертации – 127 страниц, включая 33 рисунка.

## **Глава 1 Температурный режим озера Байкал в области постановки нейтринного телескопа. Методика долговременного мониторинга температурного режима**

Представленные в диссертационной работе модели и методы оценки процессов тепло- и массопереноса апробированы на результатах долговременного мониторинга температурного режима озера Байкал, проводящегося в рамках исследований на базе нейтринного проекта, поэтому данная глава посвящена описанию температурного режима вод Южной котловины озера и методикам его мониторинга.

Уникальные свойства озера Байкал выделяют его среди других естественных гидродинамических систем. Ряд гидрофизических и других факторов приводит к возникновению в озере разномасштабных процессов, которые зачастую более характерны для водоемов морского типа, чем для континентальных озер. Байкал - самое глубокое пресное озеро (глубина до 1642 м) и одно из самых крупных в мире озер по объему воды (23615 км<sup>3</sup>). Озеро характеризуется низким коэффициентом проточности (1:400), достаточно высокой по сравнению с другими внутренними водоемами но относительно слабой по сравнению с открытыми морями активностью процессов горизонтального и вертикального обмена, что служит причиной значительной инерционности изменений физико-химических характеристик его вод [28- 30].

Экспериментальное изучение температурного режима Байкала было начато во второй половине XIX века Б.И. Дыбовским и В. Годлевским [31]. Затем с 1925 г. исследования всей водной толщи озера проводились сотрудниками Байкальской гидробиологической станции АН СССР под руководством Г. Ю. Верещагина [32]. Им была постановлена задача исследований температурного режима Байкала в тесной связи с динамикой его вод. Верещагиным Г. Ю. была разработана схема вертикального строения водных масс Байкала, подробно рассмотрен вопрос о влиянии изменения давления на температуру наибольшей плотности воды, и на основе этого объяснено формирование устойчивой мезотермии на Байкале в среднем с декабря до июня. По характеру сезонного изменения обмена Байкал приближается к озерам димиктического типа, дважды перемешиваемым в году. Явление меромиксии (частичного перемешивания) было описано Россолимо Л.Л. позже [33].

В последующие годы исследования температурного режима продолжили Сокольников В.М. [34], Мамаев И.О. [35], Шерстянкин П.П. [36-37], Шимараев М.Н. [22, 29, 38-40], Гринин Н.Г. [41– 42] и др.

## **1.1 Методика долговременного мониторинга температурного режима**

На протяжении долгого периода исследования температурного режима опирались на экспериментальные данные, полученные традиционным методом зондирования водной толщи приборами с борта научно-исследовательских судов. Однако такой метод сбора данных дает ограниченный во времени и пространстве объем данных о гидрофизических характеристиках вод озера. Более эффективным современным методом получения данных о различных гидрофизических и биогеохимических процессах, применяющимся в океанологии, является долговременный мониторинг процессов с помощью приборов, размещенных на стационарных автономных буйковых станциях. Таким способом был собран богатый материал о течениях в различных районах и на всех глубинах озера. На этом

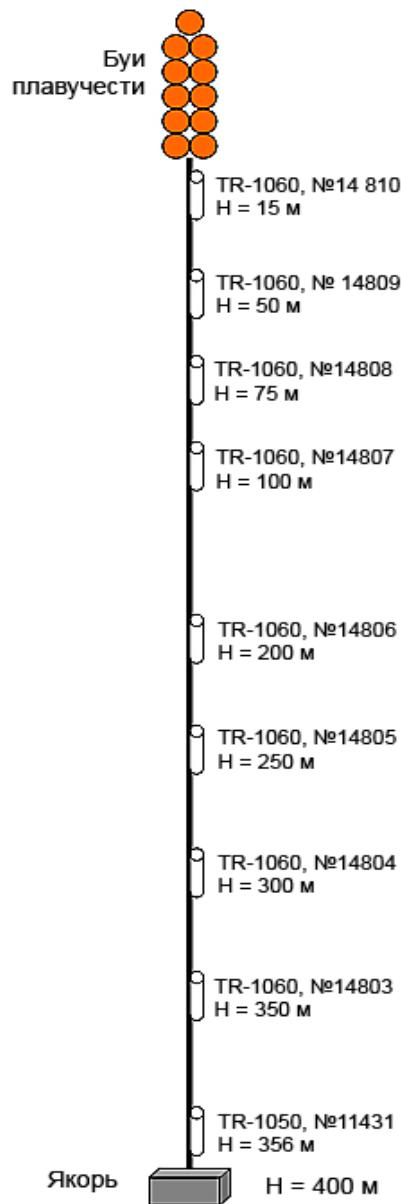
этапе измерения проводились с помощью механических приборов БПВ-2 [43,44].

Долговременные измерения температурного режима были начаты в 90-х годах прошлого века сотрудниками Лимнологического института СО РАН [22, 29, 38-42] в сотрудничестве с учеными из ряда европейских стран [42]. Эффективность метода обусловлена тем, что он позволяет получать длинные непрерывные ряды наблюдательных данных.

Наиболее эффективным образом этот метод мониторинга реализован на базе Байкальской нейтринной обсерватории Института ядерных исследований РАН в районе 106 км Кругобайкальской железной дороги на Южном Байкале в рамках Байкальского Нейтринного Проекта [5, 45].

Приборы, размещенные на притопленных буйковых станциях Байкальского глубоководного комплекса, позволяют получать большой объем разнообразной информации о различных гидрофизических и биогеохимических процессах в типичной для Байкала области вблизи крутого северо-западного берегового склона.

На рисунке 1.1 представлена конфигурация одной из буйковых станций.



*Рисунок 1.1 – Расположение приборов на буйковой станции «Молодежная»*

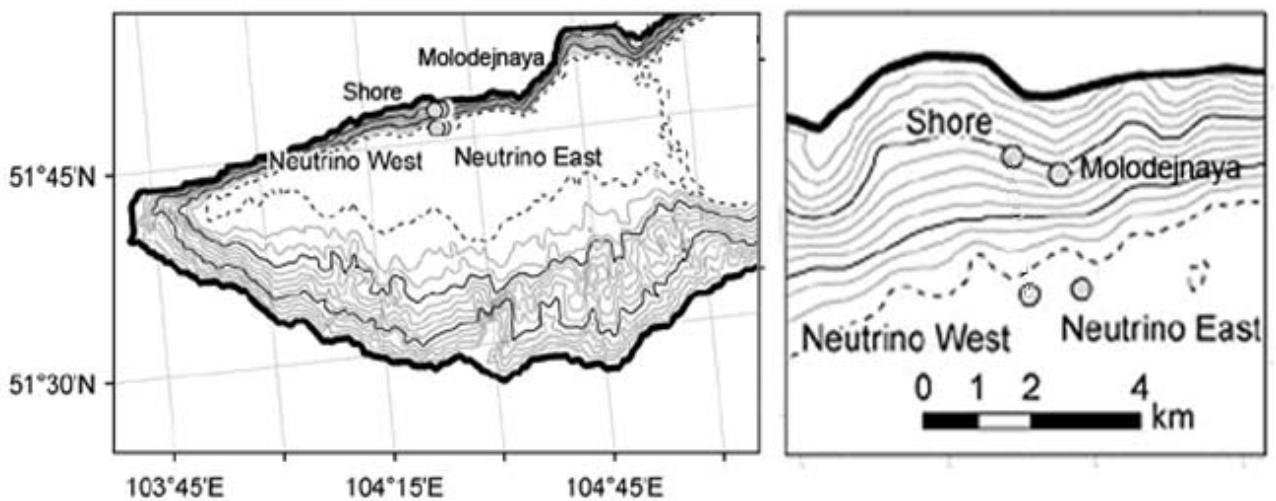
Программа исследований включает широкий спектр междисциплинарных исследований процессов в водной среде различными методами с помощью нескольких сот оптических, акустических, гидрофизических и других приборов. При этом в большом водном объеме ведется долговременных мониторинг полей температуры, течений, оптических характеристик и собственного свечения водной среды, вертикальной компоненты электрического поля Земли, исследуются процессы седиментации и т.д.

В рамках проекта в 1992г. были начаты регулярные исследования температурных особенностей в верхних слоях озера в подледный период [42, 45]. Непрерывный круглогодичный мониторинг температурного режима по всему диапазону глубин проводится, начиная с 1999г. совместными усилиями сотрудников Иркутского государственного университета, Swiss Federal Institute of Aquatic Science and Technology (EAWAG) Department of Surface Waters (SURF) и института ядерных исследований РАН. Наблюдения осуществляются с помощью высокоточных глубоководных измерителей температуры воды (термисторов) TR-1000, TR-1050, TR-1060 производства канадской фирмы RBR. Эти термисторы предназначены для долговременного измерения температуры в диапазоне -5 - +35 градусов Цельсия на глубинах до 1000 м с точностью +/- 0.002 градуса, разрешением +/-0.00005 градуса, постоянной времени 3 с. Результаты измерений фиксируются в твердотельной памяти прибора емкостью 8 мбайт. Поскольку разрешение по температуре для этих приборов достаточно высоко, они преимущественно размещаются на больших глубинах, где вариации температуры не велики. На меньших глубинах в первые годы наблюдений использовались более дешевые измерители температуры VEMCO (разрешение 0.01 градуса Цельсия). С 2011 года измерения на всех глубинах ведутся с помощью 49 высокоточных приборов фирмы RBR. Частота опроса датчиков варьируется от одного раза в 15 секунд до одного раза в 10 минут.

Первоначально была развернута одна буйковая станция (станция «Neutrino East») вблизи глубоководного комплекса Байкальского нейтринного телескопа на расстоянии 3.7 км от берега, глубина в месте постановки 1370 м. (см. рисунки 1.1, 1.2). Данные, полученные с помощью 18-и, распределенных по глубине, термисторах, установленных на этой станции, позволили в деталях изучить годовой ход температуры во всем диапазоне глубин.

Знание вертикального распределения температуры только в одной точке не достаточно, чтобы понять все многообразие гидрофизических

процессов, поэтому в последующие годы были развернуты еще 2 буйковые станции. Координаты первой из этих станций:  $51^{\circ} 46.076'$  с.ш.,  $104^{\circ} 24,950'$  в.д., эта станция находится на расстоянии 1 км от первой станции, глубина в месте ее постановки также составляет 1370 м (станция «Neutrino West»). Вторая находится на небольшой полке очень крутого, в целом, северо-западного берегового склона. Глубина в месте ее постановки – 550 м, удаление от берега – 1.200 м. Координаты этой станции  $51^{\circ} 46.076'$  с.ш.,  $104^{\circ} 24,950'$  в.д. Одна из задач постановки этой станции – изучение прислоновых процессов опускания вод на большие глубины. В частности, процесс затекания вдоль склона через потенциальный барьер холодных приповерхностных вод в придонную зону [42].



*Рисунок 1.2 – Расположение буйковых станций для долговременного мониторинга гидрофизических и биогеохимических процессов.*

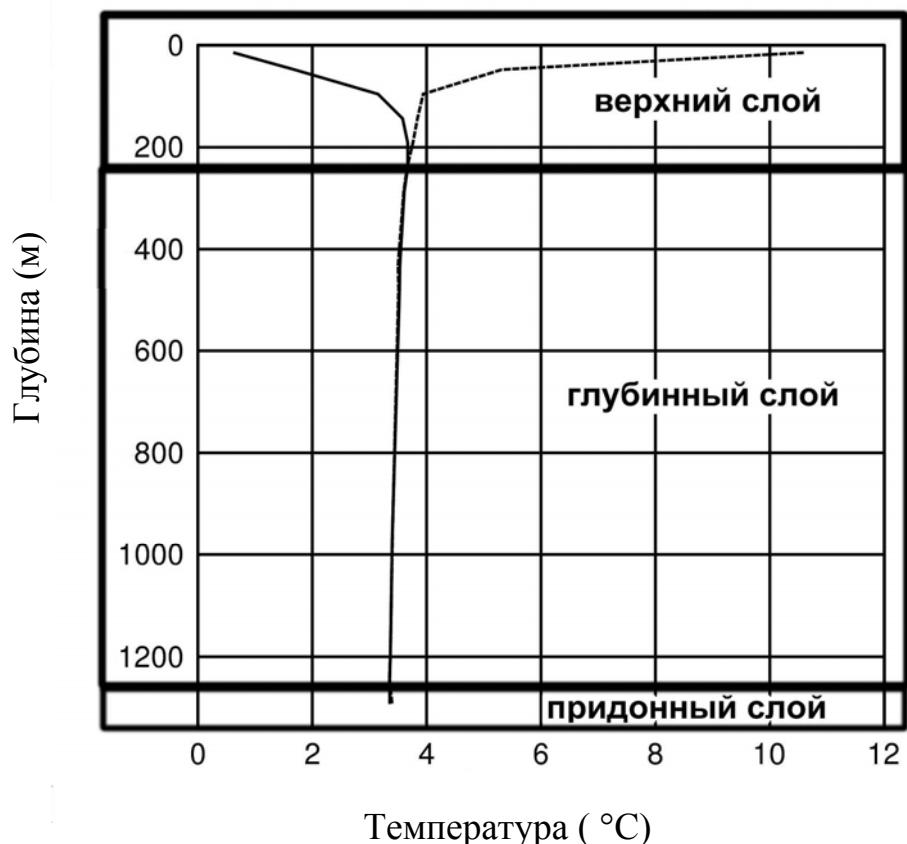
Таким образом, появилась возможность осуществлять трехмерный мониторинг поля температуры в типичной для озера Байкал прислоновой области.

В дополнение к уже имеющимся, в 2008 году на относительно пологом участке склона в районе м. Ивановский в точке с координатами  $51^{\circ} 47' 14.3$  с.ш.,  $104^{\circ} 25' 41.7$  в.д. (рисунок 1.2). была развернута 4-я буйковая станция

(станция «Молодежная»), оснащенная новыми высокоточными термисторами TR-1060.

## 1.2 Температурный режим озера Байкал в области постановки нейтринного телескопа

На основе температурных данных получены типичные распределения температуры в зависимости от глубины (рисунок 1.3).



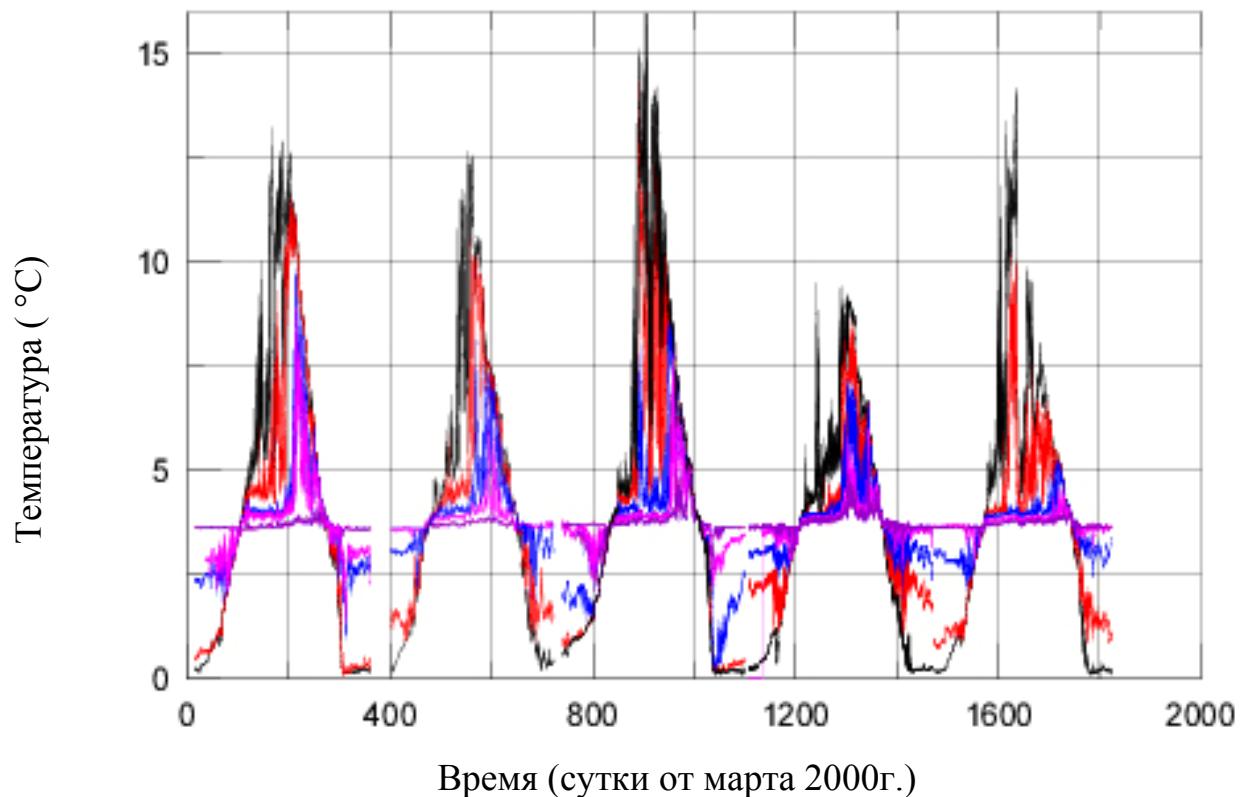
*Рисунок 1.3 – Типичные распределения температуры в зависимости от глубины в периоды устойчивой стратификации: сплошная линия соответствует зимнему периоду (обратная стратификация), пунктирная – летнему (прямая стратификация)*

Согласно распределениям температуры по глубине (температурным профилям) можно выделить три диапазона глубин, качественно различающихся по своему температурному режиму:

- 0 - 300 м – верхний слой,

- 300 - 1250 м – глубинный слой,
- 1250 - 1366 м – придонная зона.

Пример экспериментальных температурных рядов за пять лет верхнем слое приведен на рисунке 1.4.



*Рисунок 1.4 – Пятилетний ход температуры в верхнем слое воды озера Байкал. Приведенные данные относятся к буйковой станции «Neutrino East»*

В верхнем (деятельном) слое наблюдаются наибольшие вариации температуры, а величина средней температуры зависит от интенсивности солнечной и атмосферной радиации. Приток энергии в водную толщу имеет четко выраженный внутригодовой ход с максимумом в июне- июле и минимумом в декабре-январе. Солнечная радиация, поступающая к поверхности Земли, на 99% является коротковолновой, (длина волн от 0.1 до 4 мкм), атмосферная является длинноволновой (длина волн от 4 до 120 мкм).

Поглощение энергии изменяется в зависимости от длины световой волны и наличия в воде взвешенных и растворенных веществ.

Поток света экспоненциально уменьшается с глубиной.

$$E(\lambda, z) = E_0(\lambda) \cdot e^{-\frac{z}{l_a}},$$

где  $l_a$  - длина поглощения, изменяющаяся с изменением длин световых волн, величина обратная длине поглощения составляет коэффициент поглощения.

Коэффициент поглощения достигает своего наибольшего значения в инфракрасной части спектра (длина волны более 0,76 мкм); наименьшие значения приходятся на видимую световую часть спектра (длина волны от 0,40 до 0,76 мкм). В ультрафиолетовой части спектра (длина волны менее 0,40 мкм) коэффициент поглощения снова возрастает. Таким образом, вода хуже пропускает инфракрасные лучи и лучше световые (видимые) лучи, которые, проникая вглубь, обусловливают освещенность воды. В видимой части спектра (длина волны от 0,40 до 0,76 мкм) более интенсивно поглощается длинноволновое излучение.

В зависимости от величины коэффициента поглощения на различные глубины проникает разное количество солнечной энергии.

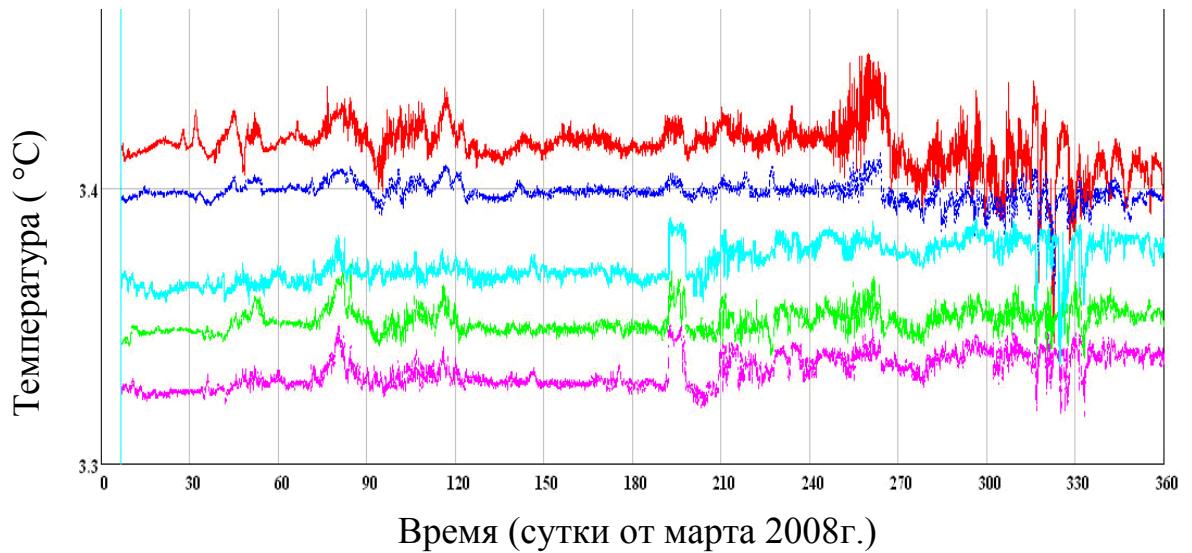
Так, длина поглощения света для длины волны  $\lambda = 480 \text{ нм}$  в верхнем слое озера не превышает  $l_a = 20 \text{ м}$  и быстро уменьшается в красной и голубой частях спектра.

После прохождения слоя воды 1,0 см все лучи в спектре с длиной волны более 1,5 мкм полностью поглощаются; на глубину 1,0 см проникает 74% поступающей солнечной энергии, на глубину 100 см - 36%, а до глубины 10 м доходит 18%; остальная часть солнечной энергии поглощается вышележащим слоем воды и расходуется на нагревание.

Дважды в год в верхнем слое наблюдается явление гомотермии, т.е. однородности температуры по всему слою. Средняя продолжительность гомотермии составляет приблизительно месяц. Чаще всего весенняя гомотермия наблюдается в период с конца мая по конец июня, осенняя гомотермия наблюдается в ноябре-декабре. После прохождения гомотермии

наблюдается смена типов стратификации. Температурная стратификация верхнего слоя в весенне-летний период является прямой, в осенне-зимний период – обратной.

В глубинном слое температура воды медленно убывает с глубиной не зависимо от времени года (рисунок 1.5).



*Рисунок 1.5 – Годовой ход температуры в глубинной и придонной зонах озера (уровни 1350м, 1330м, 1300м, 1250м, 1000м). Приведенные данные относятся к буйковой станции «Neutrino East»*

В ней постоянно сохраняется прямая стратификация температуры, что характерно для вод глубоких теплых мономиктических озер [29], но в которой наблюдаются коррелированные по глубине возмущения температуры, их величина максимальна в период близкий к осенней гомотермии.

Подобное явное наличие трех слоев с различными режимами согласуется с общеизвестными данными [28, 29, 47, 48].

Пользуясь преимуществом многолетних измерений в фиксированной точке, в этой точке была проанализирована межгодовая изменчивость температурного поля. Для этого сравнивались температурные ряды,

полученные на буйковой станции «Neutrino East» в период 2000-2012гг на горизонтах: 20м, 90м, 800м, 1000м, 1360м.

Наибольшие колебания средних температур наблюдались на горизонте 20м в летний период, что связано с различиями в разные годы в величине притока радиационного тепла в водную толщу и характером атмосферных процессов (силой ветров), а также процессами в водной толще озера, в том числе с явлениями апвеллинга. На горизонтах, расположенных в глубинном слое, межгодовые колебания средних температур незначительны и составляют  $\sim 0.15^{\circ}\text{C}$  на горизонте 800м и  $\sim 0.03^{\circ}\text{C}$  на горизонте 1000м. Результаты анализа межгодовой изменчивости температурного поля находятся в хорошем согласии с результатами других исследователей [49, 50].

На основании данных измерений температуры, полученных на нескольких разнесенных по горизонтали буйковых станциях, оказалось возможным проанализировать пространственные характеристики теплообменных процессов.

Зафиксировав некоторое температурное возмущение как своего рода «маркер», ряды температуры сканировались для выявления «маркера» на каждой буйковой станции. На основании данных о времени прихода «маркера» на треугольник, построенный по точкам установки буйковых станций и по данным о задержках по времени между моментами присутствия «маркера» на каждой из станций, в предположении плоского фронта распространения температурного возмущения оценивалась горизонтальная скорость и направление распространения температурных возмущений.

Анализ круглогодичных температурных ходов по измерениям на всех буйковых станциях, показал корреляцию температурных рядов (рисунок 1.6) на близких глубинах.

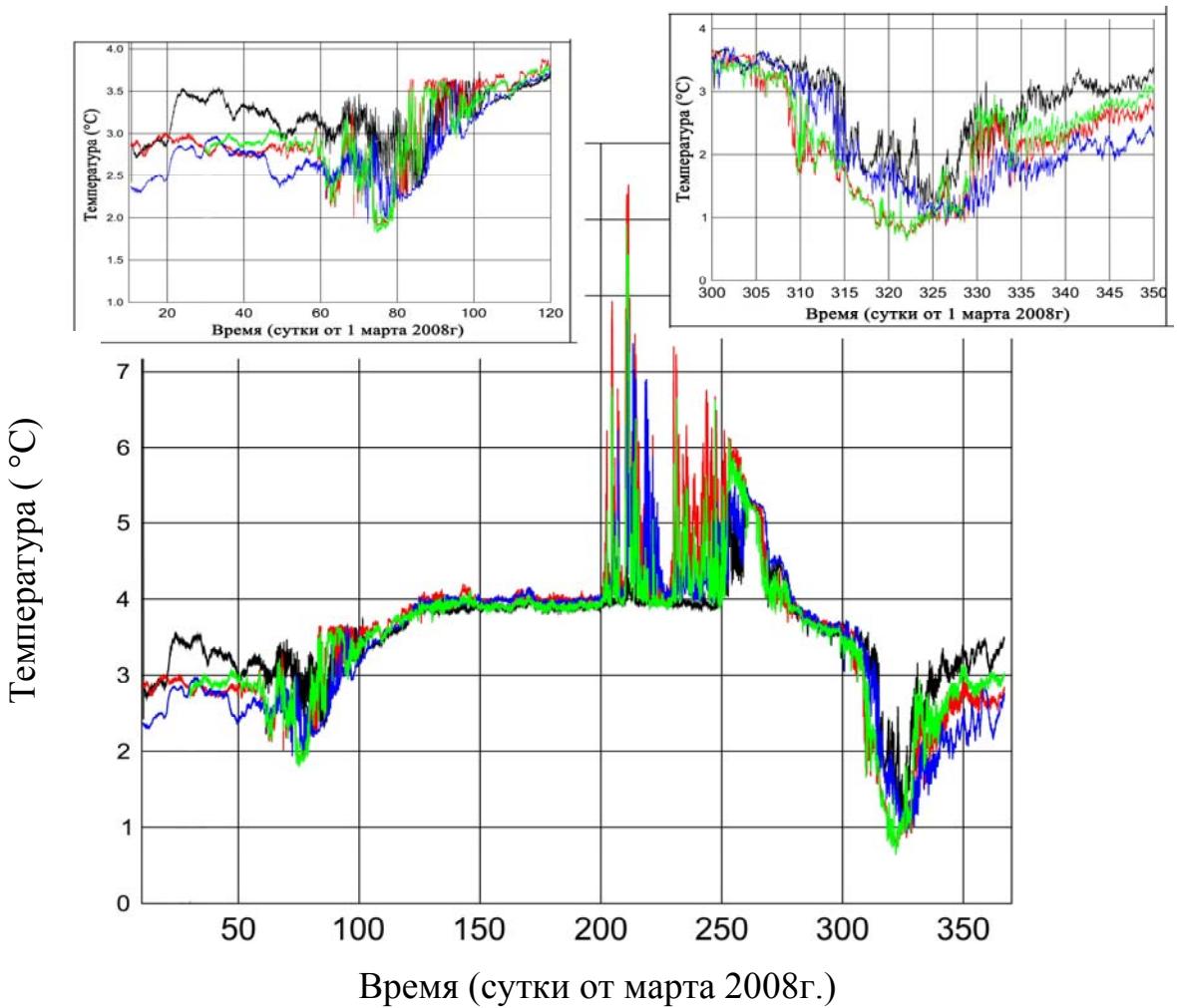


Рисунок 1.6 – годовой ход температуры на фиксированной глубине по результатам измерений на буйковых станциях: красный – БС «Shore», уровень 102м; черный – БС «Neutrino East», уровень 107м; синий - БС «Neutrino West», уровень 100м; зеленый – БС «Молодежная», уровень 100м.

В периоды гомотермии температура одинакова по всем направлениям верхнего слоя и «маркеры» появляются на всех буйковых станциях с пренебрежимо малой задержкой по времени, поэтому для этих периодов делать выводы о направлениях горизонтального распространения температурных возмущений не представляется возможным. В другие периоды характерный масштаб времен задержек наблюдения «маркеров» на разных буйковых станциях составляет порядка недели, следовательно, возможна оценка направлений горизонтального распространения

температурных возмущений. Характерный порядок горизонтальных скоростей составил  $\sim 1$  см/с.

В качестве примера такой оценки приведем температурное возмущение, наблюдавшееся в 2007г (рисунок 1.7).

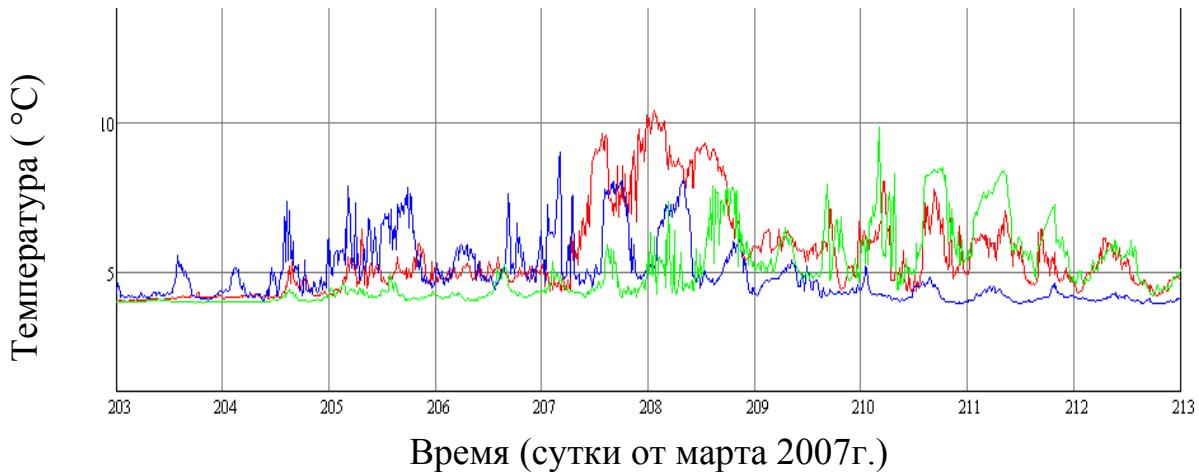


Рисунок 1.7 а) – температурные ряды по измерениям на буйковых станциях: красный – БС «Shore» на глубине  $\sim 100$ м; синий – БС «Neutrino East» на глубине  $\sim 100$ м; зеленый - БС «Neutrino West» на глубине  $\sim 89$ м

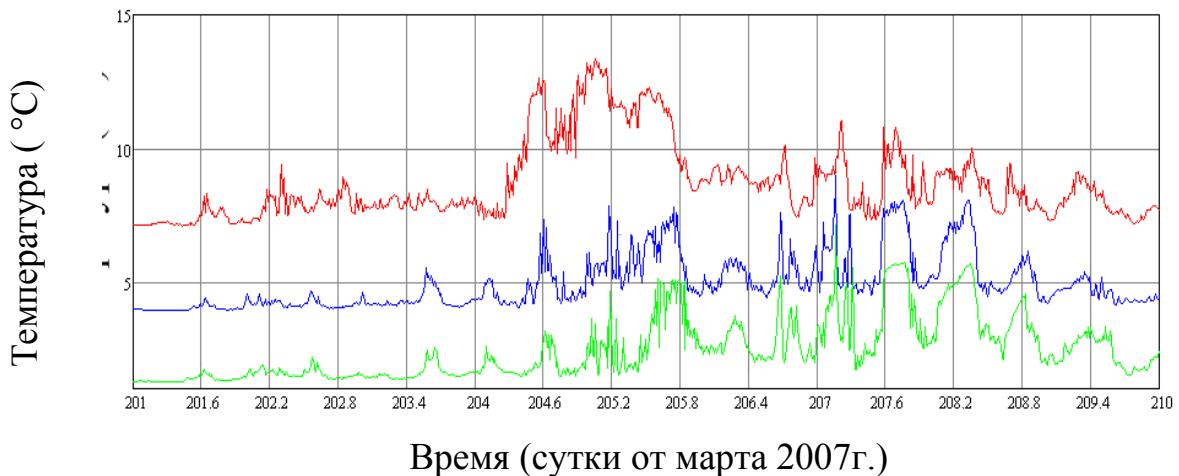


Рисунок 1.7 б) – смещенные температурные ряды на глубине  $\sim 100$ м по измерениям на буйковых станциях: красный – БС «Shore»; синий – БС «Neutrino East»; зеленый - БС «Neutrino West»

Структура температурного возмущения, определяемая как маркер, наблюдалась одновременно на станциях «Neutrino West» и «Shore» на 204 сутки (от 1 марта 2007г.) на глубине 100м, на станции «Neutrino East» она же наблюдалась на 207 сутки (рис 1.7(а)) на глубине 89м. Визуально корреляцию температурных данных на всех буйковых станция легче наблюдать, если сместить соответствующие температурные ряды (рис 1.7(б)). Удобно сместить ряды, соответствующие измерениям на станциях «Shore» и «Neutrino West» по шкале абсцисс на 3 дня, ряд, соответствующий БС «Shore» по оси ординат на  $3^{\circ}\text{C}$ , ряд, соответствующий БС «Neutrino East» на  $2.7^{\circ}\text{C}$ . Полученная оценка горизонтальной скорости дала порядок величины  $\sim 1\text{см/с}$ . Эта величина является типичной. Направление распространения возмущения совпало с направлением перпендикуляра опущенного от береговой линии, что также является типичным.

Аналогичные результаты были получены в исследованиях [50, 51].

## Выводы к главе 1

Поскольку представленные в диссертации модели и методы оценки процессов тепло- и массообмена апробированы на данных полученных в ходе долговременного мониторинга температурного режима, в первой главе диссертации описывается температурный режим, обсуждается история его исследований и методика мониторинга.

Во второй части первой главы приводится подробное описание серии данных, полученных в результате непрерывного многолетнего мониторинга температурного режима (период наблюдений составляет 1999 – 2014гг). Эти данные представляют собой длинные дискретные временные ряды, отвечающих набору глубин, распределенному по всем слоям водной толщи на четырех буйковых станциях. Такой тип непрерывных многолетних данных является новым, что позволило подтвердить результаты предыдущих исследователей водообменных процессов и расширить их, получив качественно новые сведения.

По различиям температурных режимов выделено три диапазона глубин: 0 - 300 м – верхний слой, 300м - 1250 м - глубинный слой, 1250м - 1366м - придонная зона.

По результатам первичного анализа имеющихся данных даны оценки пространственной и межгодовой изменчивости температурных рядов, оценены порядки горизонтальных скоростей и направлений распространения температурных возмущений.

Наибольшим колебаниям средних температур отвечает верхний слой в летний период. На горизонтах расположенных в глубинном слое межгодовые колебания средних температур незначительны.

Оценки горизонтальных скоростей по порядку величины составили  $\sim 1\text{см/с}$ . Направления распространения с направлением перпендикуляра опущенного от береговой линии.

Результаты развернутого спектрального анализа температурных данных будут представлены в главе 4, результаты апробаций моделей и методов оценки процессов тепло- и массообмена будут представлены в главах 2 и 3.

## **Глава 2 Оценка пространственно-временных масштабов вертикального водообмена методом механической аналогии**

Эволюция жидких природных систем во многом определяется процессами вертикального водообмена. Постановка и решение экологических проблем и задач прогноза изменения климата за счет естественных и антропогенных воздействий невозможны без детального знания механизмов обмена в естественных бассейнах. Одной из основных причин, вызывающих развитие водообменных процессов является нарушение условий гидростатической устойчивости.

### **2.1 Влияние термодинамических свойств воды на процессы неустойчивости верхних слоев оз. Байкал**

Для создания методов оценки пространственно-временных масштабов вертикального водообмена необходимо четкое понимание процессов, вызывающих возникновение неустойчивости температурного профиля.

Жидкость, в которой физические характеристики (плотность, теплоемкость и т.д.) в стационарном состоянии изменяются в выделенном направлении, называется стратифицированной [52]. Естественным резервуарам характерна стратификация температуры по глубине (прямая или обратная).

Особенности стратификации и годовая эволюция температурного профиля (т.е. локального распределения  $T(z)$ ) влияют на процессы

обновления вод. В глубоких умеренных озерах ярко проявляется тот факт, что температура максимальной плотности зависит от глубины (более точно, уменьшается с ростом давления). Для Байкала градиент температуры максимальной плотности составляет  $\nabla T_{md} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C} / \text{м}$  [22]. Впервые гипотезу о влиянии изменения с глубиной температуры максимальной плотности воды  $T_{md}$  на вертикальное распределение температуры в глубоких озерах была представлена в работе Вознесенского А.В. [53]. В дальнейшем эта гипотеза была подтверждена в работах Г.Ю. Верещагиным [32]. Поэтому устойчивость или неустойчивость какого-либо температурного профиля определяется его (профиля) расположением относительно линии температуры максимальной плотности, что существенно проявляется в крупномасштабных динамических явлениях (рисунок 2.1) [6, 54, 55]. В стабильном состоянии температура максимальной плотности и температура в области мезотермического максимума приблизительно равны. Любое смещение температуры мезотермического максимума относительно температуры максимальной плотности ведет к образованию термобарической неустойчивости, что характерно для всех димиктических, т.е. дважды в год перемешиваемых, озер. Именно этим обусловлен димиктический характер обновления вод в верхних слоях озера Байкал [36, 37, 56, 57].

Для описания характера взаимосвязи гидродинамических параметров используется уравнение состояния среды [58-62].

$$\rho = \rho(T, P, S) \quad (2.1)$$

где  $\rho$  – плотность воды,  $P$  – давление,  $T$  – температура,  $S$  – соленость.

Выбор уравнения состояния зависит от условий конкретных случаев, например, насколько необходимо учитывать влияние таких параметров как соленость воды и глубина водоема.

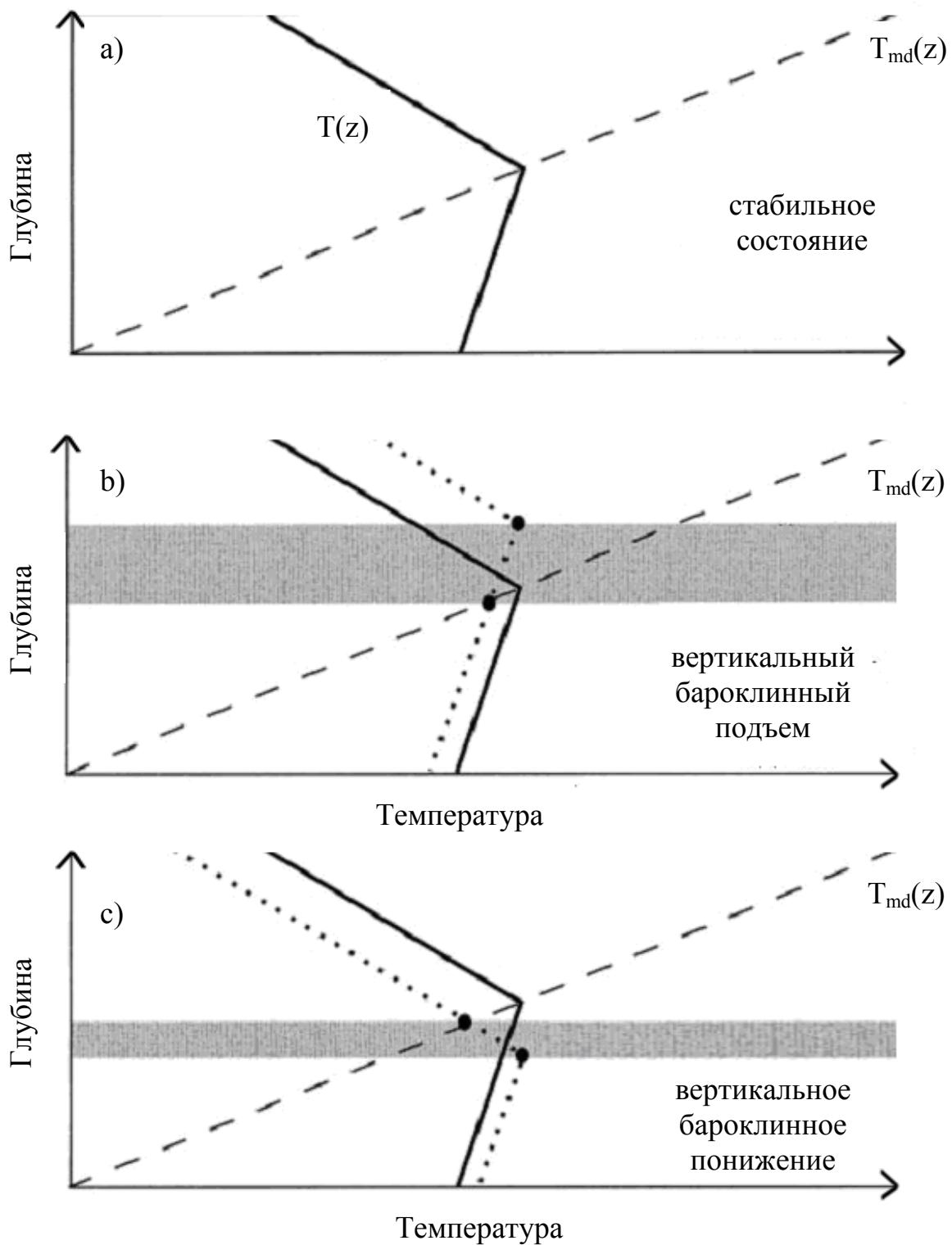


Рисунок 2.1 – Схема формирования термобарической нестабильности в верхнем слое оз. Байкал в течение зимы и весны: (а) Идеализированная стабильная ситуация: температурный профиль и  $T_{md}$  пересекаются при значении температуры мезотермического максимума; (б) нестабильность, обусловленная бароклинным подъемом; (с) нестабильность, обусловленная бароклинным понижением [6].

Сопоставление различных уравнений состояния подробно проведен в работе Бочарова о.Б. и Овчинниковой Т.Э. [63]. Ими показано, что в случае пресной воды формулы Гилла Чена и Миллера дают практически совпадающие результаты, а формула Кнудсена дает отличие от них не более чем на 0.02%.

Наиболее простым является уравнение состояния, учитывающее зависимость плотности от температуры линейным образом:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (2.2)$$

где  $\rho_0$  - плотность при температуре  $T_0$ ,  $\beta$  - коэффициент теплового расширения.

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.3)$$

Факт наличия отрицательных значений  $\beta$  является ключевым при определении динамики глубоких естественных водоемов средних широт, благодаря нему проявляется димиктический характер верхних слоев водоемов.

В обычных условиях  $\beta > 0$ , что означает, что с увеличением температуры вода расширяется и ее плотность уменьшается. Такая картина соответствует температурам более высоким по сравнению с температурой максимальной плотности. Значения  $\beta < 0$  возможно в примерном диапазоне температур от 0 до  $\sim 4^\circ$ .

Применение линейного приближения допустимо в тех областях, где температурный профиль характеризуется достаточно гладким поведением. Однако такое гладкое поведение свойственно температурному профилю не на всех диапазонах глубин и поэтому необходимо использовать приближения более высоких порядков. В частности в области близкой к температуре максимальной плотности часто используется следующее уравнение состояния [59]

$$v = v_0 \left[ 1 - (P - P_0)(a + b\theta) + c\theta^2 \right] \quad (2.4)$$

где  $v$  – удельный объем,

$v_0 = 1.000027 \text{ см}^3/\text{г}$  – удельный объем при атмосферном давлении и температуре максимальной плотности,

$$a = 49.458 \cdot 10^{-6} \text{ бар}^{-1}; b = 0.327 \cdot 10^{-6} \text{ бар}^{-1} \text{ К}^{-1}; c = 7.8 \cdot 10^{-6} \text{ бар}^{-1} \text{ К}^{-1}$$

$P_0$  – атмосферное давление;  $\theta = 277.16 \text{ }^{\circ}\text{K} - T$ .

Максимум плотности соответствует минимуму объема.

Для описания состояния воды естественного резервуара также широко распространена формула, предлагаемая Объединенной комиссией по океанографическим таблицам и стандартам [60].

Согласно этой формуле плотность при давлении  $p$  имеет следующий вид:

$$\rho(S, t, p) = \rho(S, t, 0) / [1 - p / K(S, t, p)] \quad (2.5)$$

где  $\rho(S, t, 0)$  это плотность при стандартном атмосферном давлении ( $p = 0$ ),

а  $K(S, t, p)$  является объемным модулем упругости.

Здесь  $\rho(S, t, 0)$  определено как

$$\begin{aligned} \rho(S, t, 0) = \rho_w + S & \left( 0.824493 - 4.0899 \cdot 10^{-3} t + 7.6438 \cdot 10^{-5} t^2 - \right. \\ & - 8.2467 \cdot 10^{-7} t^3 + 5.3875 \cdot 10^{-9} t^4 \left. \right) + 4.8314 \cdot 10^{-4} S^2 + \\ & + S^{3/2} \left( -5.72466 \cdot 10^{-3} + 1.0227 \cdot 10^{-4} t - 1.6546 \cdot 10^{-6} t^2 \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

где  $\rho_w$  – плотность в отсутствие солености, т.е.  $S = 0$ .

$$\begin{aligned} \rho_w = 999.842594 & + 6.793952 \cdot 10^{-2} t - 9.095290 \cdot 10^{-3} t^2 + \\ & + 1.001685 \cdot 10^{-4} t^3 - 1.120083 \cdot 10^{-6} t^4 + 6.536332 \cdot 10^{-9} t^5 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Объемный модуль упругости при давлении, равном  $p$  определен как

$$\begin{aligned}
K(S, t, p) = & K(S, t, 0) + p \left( 3.239908 + 1.43713 \cdot 10^{-3} t + \right. \\
& + 1.16092 \cdot 10^{-4} t^2 - 5.77905 \cdot 10^{-7} t^3 \left. \right) + \\
& + p S \left( 2.2838 \cdot 10^{-3} - 1.0981 \cdot 10^{-5} t - 1.6078 \cdot 10^{-6} t^2 \right) + \\
& + 1.91075 \cdot 10^{-4} p S^{3/2} + \\
& \left. + p^2 S \left( -9.9348 \cdot 10^{-7} + 2.0816 \cdot 10^{-8} t + 9.1697 \cdot 10^{-10} t^2 \right) \right)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

В данной формуле  $K(S, t, 0)$  соответствует значению объемного модуля упругости при стандартном атмосферном давлении ( $p=0$ )

$$\begin{aligned}
K(S, t, 0) = & K_w + S \left( 54.6746 - 0.603459 t + \right. \\
& + 1.09987 \cdot 10^{-2} t^2 - 6.1670 \cdot 10^{-5} t^3 \left. \right) + \\
& + S^{3/2} \left( 7.944 \cdot 10^{-2} + 1.6483 \cdot 10^{-2} t - 5.3009 \cdot 10^{-4} t^2 \right)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

где  $K_w$  - это значение объемного модуля упругости:

$$K_w = 1965221 + 1484206 t - 2327105 t^2 + 1.360477 \cdot 10^{-2} t^3 - 5.155288 \cdot 10^{-5} t^4 \tag{2.10}$$

Однако, как показали в своих статьях Чен и Миллеро, при записи уравнения состояния очень важно учитывать степень солености вод естественного резервуара. Озера, в которых условия определены рамками соленость  $S \in (0 - 0.6) \text{ g/g}$ , температура  $t \in (0 \text{ }^{\circ}\text{C} - 30 \text{ }^{\circ}\text{C})$  и давление  $p \in (0 \text{ bar} - 180 \text{ bar})$ . Для Байкала среднее значение  $S = 96.4 \text{ mg/l}$ . [28, 30] оно является достаточно низким, поэтому наиболее часто при исследовании Байкала используется именно уравнение Чена-Миллеро [61, 62].

$$\rho^P = \rho^0 [1 - P/K]^{-1} \tag{2.11}$$

где  $\rho^0$  - это плотность воды в озере при нулевом давлении, т.е. на уровне моря,  $\rho^P$  - плотность воды в озере при нулевом давлении,  $t$  - температура, измеряемая в градусах Цельсия и  $S$  - соленость, определяемая как общее количество граммов растворенной соли в 1 кг воды.

$$\begin{aligned}\rho^0 = & 0.9998395 + 6.7914 \cdot 10^{-5} t - 9.0894 \cdot 10^{-6} t^2 + \\ & + 1.0171 \cdot 10^{-7} t^3 - 1.2846 \cdot 10^{-9} t^4 + 1.1592 \cdot 10^{-11} t^5 - \\ & - 5.0125 \cdot 10^{-14} t^6 + (8.181 \cdot 10^{-4} - 3.85 \cdot 10^{-6} t + 4.96 \cdot 10^{-8} t^2) S\end{aligned}\quad (2.12)$$

а  $K$  определено как:

$$\begin{aligned}K = & 19652.17 + 148.113 t - 2.293 t^2 + 1.256 \cdot 10^{-2} t^3 - \\ & - 4.18 \cdot 10^{-5} t^4 + (3.2726 - 2.147 \cdot 10^{-4} t + 1.128 \cdot 10^{-4} t^2) p + \\ & + (53.238 - 0.313 t + 5.728 \cdot 10^{-3} p) S\end{aligned}\quad (2.13)$$

Температура максимальной плотности определяется из уравнения

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{p,S} = 0 \quad (2.14)$$

Используя уравнение состояния воды (2.1) можно вычислить температуру максимальной плотности как функцию давления и солености.

На рисунке 2.2 представлены графики зависимостей температуры максимальной плотности в зависимости от давления –  $T_{md}(p)$  по натурным данным Каплуна А. Б., Штрема М. К. [30] и рассчитанные с использованием различных уравнений состояния для уравнения состояния Объединённой комиссии UNESCO по океанографическим таблицам и стандартам [60] и для уравнения Чена – Миллера [61, 62].

Как указано в [61, 62], эта температура падает с повышением давления  $P$  и солёности  $S$ , подчиняясь формуле:

$$T_{md} = 3.9839 - 1.9911 \cdot 10^{-2} \cdot P - 5.822 \cdot 10^{-6} \cdot p^2 - (0.2219 - 1.106 \cdot 10^{-4} \cdot p) \cdot S \quad (2.15)$$

а стало быть, уменьшается с увеличением глубины (1 бар  $\approx 10$  метров водного столба). То, что температура максимальной плотности изменяется в зависимости от глубины, влияет на возникновение и развитие термобарической неустойчивости [63, 64].

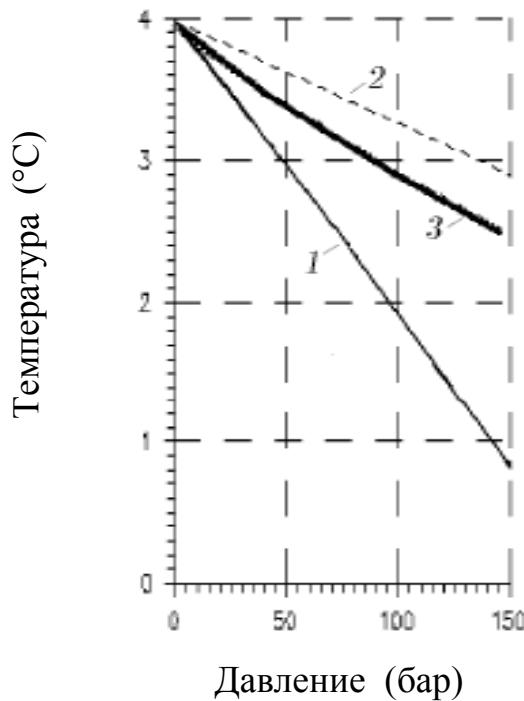


Рисунок 2.2 – Температура максимальной плотности: (1) – по данным Гилла, Чена-Миллера, (2) – Каплуна, (3) – Штрема [63]

Областью максимальной плотности (мезотермического максимума) для Байкала считаются глубины от 130 до 350 метров. Средняя температура максимальной плотности равна 3.57°C [22].

Рассмотрим, каким образом  $T_{md}$  влияет на формирование термобарической неустойчивости в период обратной стратификации.

В верхнем слое температура воды  $T(z)$  на данной глубине меньше  $T_{md}$  и по мере погружения она возрастает, в то время как температура максимальной плотности  $T_{md}$  падает (рисунок 2.2).

Очевидно, что на некоторой глубине  $z_0$  температура воды становится равной температуре максимальной плотности. Рассмотрим некоторый объём воды 1, находящийся на глубине  $z_1$  большей, чем  $z_0$ . Мысленно переместим его на ещё большую глубину  $z_2$  (на рисунке 2.3 а) точка 3). Очевидно, что перемещенный объём 3 начнёт погружаться ещё глубже, т.к. его плотность больше плотности окружающей жидкости 2. (На рисунке 2.3 точка 3 отстоит от графика температуры максимальной плотности дальше, чем точка 2). На

основании этого можно сделать вывод о том, что график зависимости температуры воды от глубины  $T(z)$  не может пересекать график температуры максимальной плотности  $T_{md}(z)$  под наклоном, а стало быть, должен проходить в точке пересечения  $z_0$  горизонтально. Поэтому более правильной будет картина, изображённая на рисунке 2.2 б), которая говорит о том, что точка  $z_0$  является точкой перегиба для графика зависимости  $T(z)$ .

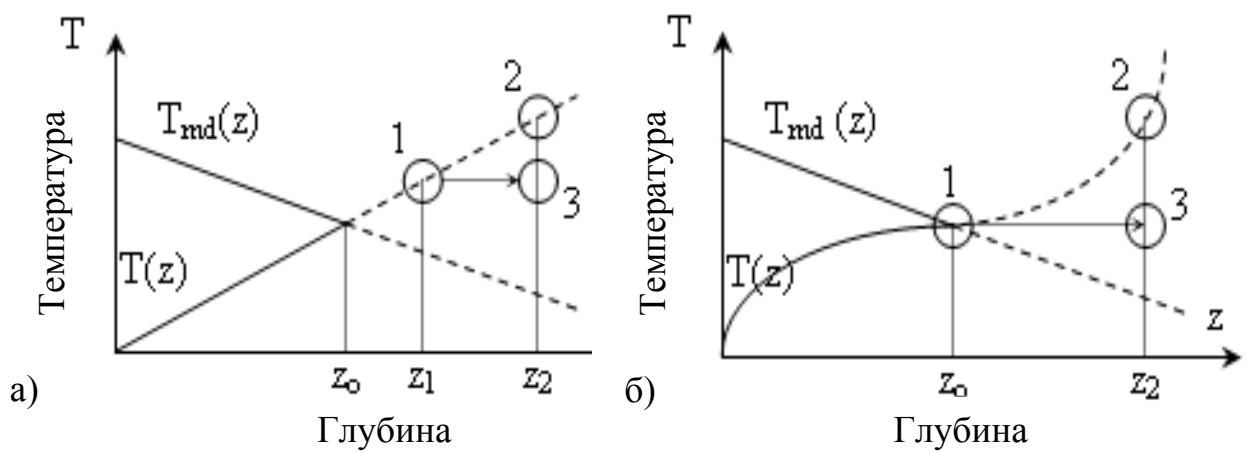


Рисунок 2.3 – Схема формирования температурного профиля вблизи области температуры максимальной плотности

Рассмотрев объем 1, перемещаемый из точки  $z_0$  в точку 3, нетрудно понять, что такое состояние жидкости тоже не устойчиво. Здесь, также как и в предыдущем случае, плотность перемещенного объема 3 больше плотности окружающей жидкости 2, из-за чего он станет двигаться вниз. Значит, точка  $z_0$  не является точкой перегиба, а представляет собой точку максимума зависимости  $T(z)$ , а сама температура должна после точки  $z_0$  убывать по мере роста глубины (см. рисунок 2.4).

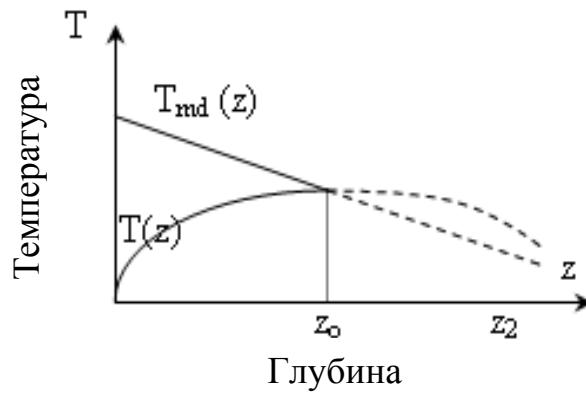


Рисунок 2.4 – Схема формирования температурного профиля вблизи области температуры максимальной плотности

Рассуждая аналогично, легко увидеть, что при глубинах  $z$ , больших, чем глубина  $z_0$  точки максимума, график  $T(z)$ , всё время убывая, уже не пересечёт график  $T_{md}(z)$ .

Опишем критерий устойчивости фрагментов температурного профиля.

Рассмотрим элемент температурного профиля  $T(z)$  и пробную частицу с температурой  $T_0(z)$ , взятую с этого профиля на глубине  $z_0$ :  $T_0(z_0)=T(z_0)$ . Тогда, по аналогии с методом описания Лагранжа, где объектом изучения являются жидкие частицы, заполняющие объем с жидкостью, можно записать уравнение состояния этой частицы

$$\rho_0(z) = r[p(z), T_0(z)]. \quad (2.16)$$

При этом условие устойчивости:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \cdot (T'(z) - T'_0(z)) > 0 \quad (2.17)$$

Уравнение устойчивости можно записать, используя, адиабатический градиент для пробной частицы:

$$T'_0(z) = \Gamma = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s \cdot \rho(z) \cdot g \quad (2.18)$$

Можно выделить два случая, когда элемент температурного профиля устойчив:

$$\begin{aligned}
 T(z) - T_{md}(z) > 0 \quad \text{и} \quad \frac{dT(z)}{dz} < \Gamma \\
 T(z) - T_{md}(z) < 0 \quad \text{и} \quad \frac{dT(z)}{dz} > \Gamma
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Графически условия (2.19) можно представить следующим образом (рисунок 2.5)

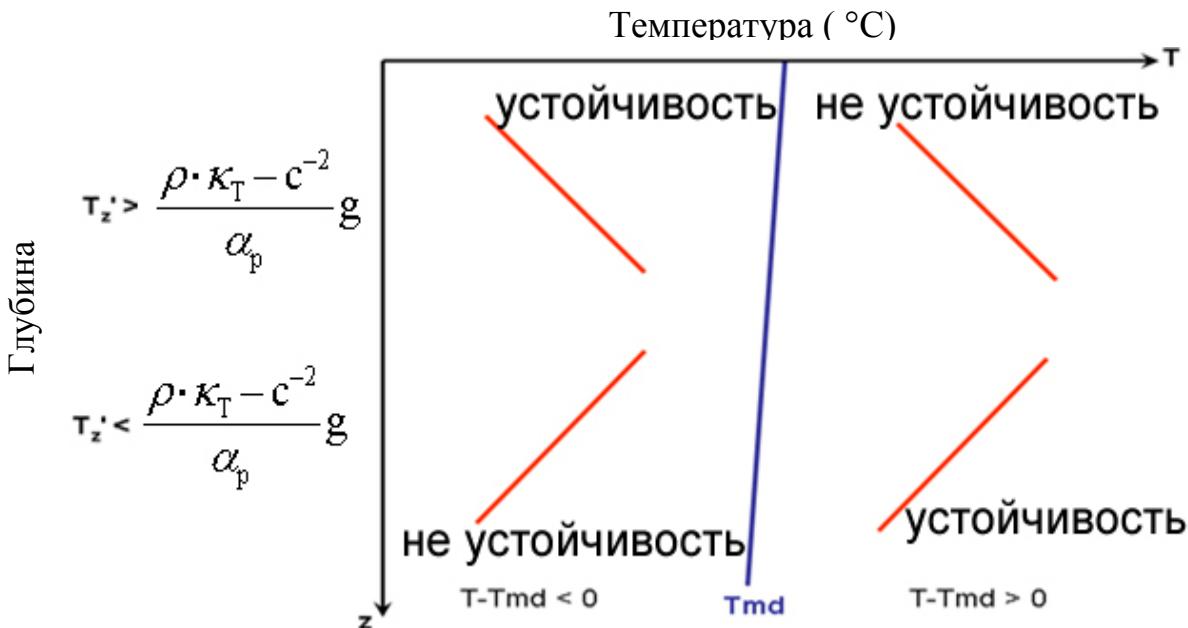


Рисунок 2.5 – Графическое представление условий термобарической устойчивости элемента температурного профиля

Поскольку в формулах, выражающих критерий устойчивости фрагментов температурного профиля, явно присутствует величина адиабатического градиента  $\Gamma$ , рассчитаем характерный порядок его значений. Для этого преобразуем выражение (2.18), так чтобы в нем присутствовали только известные табличные величины.

Будем использовать следующие определения:

Для коэффициента изобарического объемного расширения жидкости для удельной изобарической теплоемкости

$$\alpha_p = \frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p, \quad c_p = \frac{T}{m} \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p$$

Используем термодинамическое тождество:

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = -1$$

для переопределения частной производной:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = -\frac{1}{\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p} = -\frac{T}{\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_T \cdot c_p \cdot m} \quad (2.20)$$

Для преобразования  $\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_T$  используем одно из соотношений

Максвелла.

Для этого сначала запишем потенциал Гиббса:  $G = U - TS + pV$ .

С учетом II начала термодинамики  $dU = T \cdot dS - p \cdot dV$  полный дифференциал потенциала Гиббса равен:

$$dG = -S \cdot dT + V \cdot dp \quad (2.21)$$

Из (2.21) следуют равенства:

$$\begin{aligned} -S &= \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p \\ V &= \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T \end{aligned} \quad (2.22)$$

Найдя смешанные производные второго порядка и воспользовавшись общей теоремой о смешанных производных, о независимости последовательности нахождения смешанных производных [65] придем к одному из соотношений Максвелла.

$$\frac{\partial^2 G}{\partial T \partial p} = -\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad (2.23)$$

Таким образом, с учетом соотношения (2.23) адиабатический градиент (2.18) равен:

$$\Gamma = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s \cdot \rho(z) \cdot g = \frac{T \cdot \alpha_p}{c_p} g \quad (2.24)$$

Значения удельной теплоемкости  $c_p$  для пресной воды при температуре  $T = 0^{\circ}\text{C}$  и атмосферном давлении составляет  $c_p = 4.212 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$  [66],

значение коэффициента изобарического объемного расширения жидкости согласно работе Чена –Миллеро:

$$10^6 \alpha = -68.00 + 18.2091t - 0.30866t^2 + 5.3444 \cdot 10^{-3} t^3 - 6.0721 \cdot 10^{-5} t^4 + 3.1441 \cdot 10^{-7} t^5 + (4.599 - 0.1999t + 2.790 \cdot 10^{-3} t^2)S + (0.3682 - 1.520 \cdot 10^{-2} t + 1.91 \cdot 10^{-4} t^2 - 4.613 \cdot 10^{-3} S)p \quad (2.25)$$

Среднее значение  $\alpha_p$  для пресной воды при  $t = 20^{\circ}C$  составляет  $\alpha_p = 21 \cdot 10^5 \text{ } ^0C^{-1}$  [66].

Таким образом, характерный порядок величины адиабатического градиента в верхних слоях оз. Байкал составляет  $\Gamma \sim 10^{-5} \text{ } ^0C/m$ . Эта величина достаточно малого порядка, чтобы при проведении оценок устойчивости считать ее равной нулю.

Понятие «вертикальной устойчивости» было впервые введено Т. Хессельбергом и Г. Свердрупом [67], но более распространенным критерием состояния среды является частота плавучести или частота Брента-Вяйсяля. Связь вертикальной устойчивости с частотой Брента-Вяйсяля  $N^2 = g \cdot E$ , где  $N^2$  - квадрат частоты Брента-Вяйсяля,  $E$  - вертикальная устойчивость и  $g$  – ускорение свободного падения.

$$E(z) = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \quad (2.26)$$

Критерием стабильности является положительность квадрата частоты Брента-Вяйсяля, то есть положительность критерия вертикальной устойчивости. При инфинитезимальном смещении частицы воды в стратифицированной жидкости возникают колебания, обусловленные силой плавучести. Рассмотрим малые возмущения равновесного распределения плотности  $\rho_0$  в жидкости. Где  $\rho_0$  непрерывно возрастающая функция глубины  $z$ . Равновесное распределение давления  $p_0$  должно возрастать в глубиной согласно гидростатическому закону:

$$\frac{d p_0(z)}{dz} = \rho_0(z)g \quad (2.27)$$

Предположим, что частица жидкости смещается с глубины  $z$  на бесконечно малое расстояние до глубины  $z+\zeta$ . Тогда она оказывается в области с равновесной плотностью

$$\rho_0(z) + \zeta \rho_0'(z) \quad (2.28)$$

где  $\rho_0(z)' > 0$

Давление в этой области увеличивается до

$$p_0(z) + \rho_0(z) g \zeta \quad (2.29)$$

Процесс смещения частицы жидкости и выравнивания ее давления с окружающим проходит при постоянной энтропии. Собственная плотность частицы жидкости увеличивается до

$$\rho_0(z) + \rho_0(z) g \zeta [c_0(z)]^{-2} \quad (2.30)$$

Где  $c_0$  – скорость звука при давлении  $p_0(z)$  и плотности  $\rho_0(z)$ .

$$c_0^2(z) = \left( \frac{dp}{d\rho} \right)_s \quad (2.31)$$

Отклонение плотности частицы жидкости от плотности окружающей среды равно разности между (2.28) и (2.30), т.е.

$$\left\{ \rho_0(z) g [c_0(z)]^{-2} - \rho_0'(z) \right\} \zeta \quad (2.32)$$

При умножении выражения (2.32) на  $g$  получаем избыток веса частицы жидкости по сравнению с выталкивающей силой на единицу объема жидкости. То есть гравитационная восстанавливающая сила равна

$$\left\{ -\rho_0(z) g [c_0(z)]^{-2} + \rho_0'(z) \right\} \zeta g \quad (2.33)$$

Отсюда видно, что восстанавливающая сила положительна только при выполнении условия:

$$\rho_0'(z) > \rho_0(z) g [c_0(z)]^{-2} \quad (2.34)$$

При выполнении условия (2.34) восстанавливающую силу (2.33) для единицы объема можно записать следующим образом:

$$\rho_0(z) \cdot N^2(z) \cdot \zeta \quad (2.35)$$

Где положительная величина  $|N(z)|$  обладает размерностью частоты и определена как:

$$N(z) = \sqrt{\frac{g}{\rho_0(z)} \frac{d\rho_0}{dz} - \frac{g^2}{c_0^2(z)}} \quad (2.36)$$

Полученная величина совпадает с определением частоты Брента-Вяйсяля, являющейся максимальной частотой внутренних гравитационных волн [68].

Для Байкала типичные значения параметров устойчивости и квадрата частоты Брента-Вяйсяля были рассчитаны в работе Шерстянкина П.П. и Куимовой Л.Н. [69].

В период обратной стратификации (зимний период) в области выше границы перехода к прямой стратификации при температуре  $3.46^{\circ}\text{C}$  наблюдались значения  $E \sim 10^{-15} \text{ м}^{-1}$  и  $N^2 \sim 10^{-14} \text{ с}^{-2}$ .

Эти параметры быстро возрастают с приближением к поверхности, достигая для значений  $E \sim 2 \cdot 10^{-7}$  и  $8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$ , а и  $N^2 \sim 2 \cdot 10^{-6}$  и  $8 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ , и гораздо медленнее растут с приближением ко дну, достигая значений для  $E \sim 7 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$ , и  $N^2 \sim 7 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-2}$ .

В период прямой температурной стратификации (летний период), значения  $E$  и  $N^2$  имеют абсолютный максимум на глубине 10м (сезонный слой скачка температуры и слой суточной конвекции)  $5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$  и  $5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-2}$ ; имеют минимумы на 100 м и 300 м порядка  $2 \cdot 10^{-9} \text{ м}^{-1}$  и  $2 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-2}$ ; затем растут и глубже 1000м, достигая в придонных слоях  $7.5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$  и  $7.4 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-2}$ .

Отсюда можно сделать вывод, что в области мезотермического максимума температуры значение квадрата частоты Брента-Вяйсяля является минимальным, а значит, на данных глубинах состояние жидкости является наименее устойчивым.

## 2. 2 Описание метода оценки пространственно-временных масштабов водообмена в статически неустойчивых жидкых системах

Проводя оценку устойчивости лишь по знаку квадрата частоты Брента-Вяйсяля, мы получаем только локальную информацию о состоянии устойчивости. Располагая профилем квадрата частоты Брента-Вяйсяля, можно определить области неустойчивости, но нельзя судить о пространственно-временных масштабах последующего развития конвективной неустойчивости.

В связи с этим была поставлена задача построения модели, позволяющей качественно оценивать развитие по времени пространственных масштабов областей неустойчивости.

Предлагаемая модель построена на механической аналогии с динамикой системы с одной степенью свободы.

Пусть  $z$  обозначает глубину, отсчитанную от уровня поверхности  $z = 0$ . В однородном гравитационном поле уравнение Навье-Стокса сводится к следующему уравнению, описывающему гидростатическое равновесие [70]

$$\frac{dp(z)}{dz} = \rho(z)g, \quad (2.37)$$

где  $p(z)$  и  $\rho(z)$  — давление и плотность на глубине  $z$ . Плотность жидкости на уровне  $z$  определяется уравнением состояния

$$\rho(z) = r[p(z), T(z)], \quad (2.38)$$

где функция  $r[p, T]$  описывает зависимость плотности от давления и температуры. На примере такой зависимости отчетливо видны все основные черты разработанного подхода, хотя рассмотрение случаев с большим числом переменных состояния, например солености и т.д., не представляет трудности. Зная температуру  $T(z)$  как функцию глубины, необходимо совместно решить уравнения (2.37) и (2.38) и определить давление  $p(z)$ .

Предположим, что на глубину  $z_0$  помещена некоторая жидкая частица с температурой  $T_0$  и массой  $\rho_0 V$ . Выравнивание неоднородностей давления

происходит довольно быстро, так как это акустические процессы. Напротив, выравнивание температуры за счет молекулярной теплопроводности происходит чрезвычайно медленно.

Плотность частицы меняется с глубиной и равна

$$\rho_{z,0} = r[p(z), T_0(z)] \quad (2.39)$$

Для того чтобы найти величину плотности смещающейся частицы необходимо знать, как изменяется ее температура с глубиной  $T_0(z)$ .

Для расчета  $T_1(z)$  запишем уравнение адиабатического процесса.

$$dQ = 0 = dU + p(T_1, V)dV = mC_v dT_1 + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T_1} dV = mC_v dT_1 + T \left(\frac{\partial p}{\partial T_1}\right)_V dV \quad (2.40)$$

С учетом полного дифференциала функции объема уравнение (2.40) можно представить как

$$\left( mC_v + T_1 \left(\frac{\partial p}{\partial T_1}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T_1}\right)_p \right) dT_1 + T_1 \left(\frac{\partial p}{\partial T_1}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T_1} dp = 0 \quad (2.41)$$

Из (2.41) найдем выражение для производной  $\frac{dT_1}{dp}$ :

$$\frac{dT_1}{dp} = - \frac{T_1 \left(\frac{\partial p}{\partial T_1}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{T_1}}{mC_v + T_1 \left(\frac{\partial p}{\partial T_1}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T_1}\right)_p} = - \frac{T_1}{mC_v \left(\frac{\partial T_1}{\partial V}\right)_p + T_1 \left(\frac{\partial p}{\partial T_1}\right)_V} \quad (2.42)$$

Поскольку  $m = \rho V = \text{const}$ , то если  $V = \text{const}$ , то и  $\rho = \text{const}$ .

Отдельно вычислим  $\left(\frac{\partial T_1}{\partial V}\right)_p$ .

$$\left(\frac{\partial T_1}{\partial V}\right)_p = - \frac{1}{m} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \rho}\right)_p = - \frac{\rho^2}{m} \left(\frac{1}{\left(\frac{\partial \rho}{\partial T_1}\right)_p}\right) \quad (2.43)$$

Тогда (2.42) можно записать как:

$$\frac{dT_1}{dp} = \frac{T_1 \left( \frac{\partial \rho}{\partial T_1} \right)_p}{C_v \rho^2 + T_1 \left( \frac{\partial p}{\partial T_1} \right)_\rho \left( \frac{\partial \rho}{\partial T_1} \right)_p} \quad (2.44)$$

Здесь производная  $\left( \frac{\partial \rho}{\partial T_1} \right)_p$  может быть вычислена непосредственно из уравнения состояния. Производная  $\left( \frac{\partial P}{\partial T_1} \right)_\rho$  также может быть вычислена из уравнения состояния, если принять  $\rho = \text{const}$  и давление как неявно заданную функцию  $P(T_1)$ .

Так что температура смещающейся частицы вычисляется путем интегрирования уравнения:

$$\frac{dT_1}{dz} = \frac{dT_1}{dp} \frac{dp}{dz} = \frac{dT_1}{dp} \cdot \rho(z) g \quad (2.45)$$

Рассмотрим случай, когда температура пробной частицы отлична от температуры окружающей среды на величину  $\Delta T_0 = T_0 - T(z_0) \neq 0$ . Физически такая ситуация отвечает случаю, когда в результате некоторого быстрого внешнего возмущения температуры в некотором небольшом объеме становится отличной от температуры окружающей среды.

Обозначая через  $a$  ускорение частицы, запишем уравнение движения в виде

$$\rho_0(z) V a = \rho_0(z) V g - \rho(z) V g, \quad (2.46)$$

где в правой части стоит разность силы тяжести и силы Архимеда. Уравнение (2.46) перепишем как

$$a = f(z) g, \quad (2.47)$$

где безразмерная эффективная сила определяется следующим выражением

$$f(z) = \frac{r[p(z), T_0(z)] - r[p(z), T(z)]}{r[p(z), T_0(z)]} = 1 - \frac{r[p(z), T(z)]}{r[p(z), T_0(z)]} \quad (2.48)$$

Из уравнения (2.48) становится понятным возникновение требования не равенства температуры пробной частицы от температуры окружающей

среды: в случае их равенства безразмерная эффективная сила равна нулю и движение не начинает развиваться.

Вводя гипотетическую массу  $m$  в уравнение (2.47), запишем:

$$ma = m f(z)g. \quad (2.48)$$

Соответствующая правой части (2.48) потенциальная энергия равна  $U(z) = mu(z)g$ , где мы ввели функцию с размерностью длины как неопределенный интеграл

$$u(z) = - \int f(z) dz \quad (2.49)$$

Проведя аналогию с динамикой механической системы с одной степенью свободы, можно оценить пространственно-временные масштабы водообмена. Поскольку температура пробной частицы была отлична от температуры окружающей среды, то изменение потенциала пробной частицы не равно нулю, что позволяет пробной частице попасть в «потенциальную яму». Точки, в которых потенциальная энергия равна полной, являются поворотными и ограничивают смещение гипотетической частицы воды. Расстояние между точками поворота является оценкой сверху на длину смещения. Время, за которое частица проходит путь между поворотными точками равно [71]:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{z1}^{z2} \frac{dz}{\sqrt{E - U(z)}}. \quad (2.50)$$

Данный промежуток времени является оценкой снизу.

Описанный метод оценки применим при малых значениях числа Рейнольдса, т.е. в случаях малых скоростей. В движениях вязкой жидкости при больших числах Рейнольдса силы вязкости являются малыми по сравнению с силами инерции. Основным отличием таких течений от течения идеальной жидкости является условие прилипания частиц жидкости к границе области, которое в случае идеальной жидкости не выполняется [52]. Поэтому в случаях больших скоростей описанный метод оценки можно использовать, учтя в уравнении движения слагаемое, отвечающее «присоединенной массе». Поскольку мы считаем гипотетическую жидкую

частицу сферой, будем использовать значение «присоединенной массы» для сферы, которое впервые было рассчитано Стоксом [72].

Было получено, что шар в жидкости под действием некоторых внешних сил будет двигаться так, как если бы он двигался в пустоте, если бы его масса изменилась на величину  $m_p$ . Для сферы она равна половине массы жидкости вытесненной сферой [73]

$$m_{in} = \frac{\rho(z)V}{2} \quad (2.51)$$

Тогда уравнение движения (2.46) записывается как

$$(\rho_{z,0}(z)V + m_{in})a = \rho_{z,0}(z)Vg - \rho(z)Vg \quad (2.52)$$

где в левой части в скобках стоит сумма массы частицы и «присоединенной массы», в правой части стоит разность силы тяжести и силы Архимеда.

С учетом (2.52) безразмерная эффективная сила определяется следующим выражением:

$$f(z) = \frac{r[p(z), T_0(z)] - r[p(z), T(z)]}{r[p(z), T_0(z)] + \frac{r[p(z), T(z)]}{2}} \quad (2.53)$$

Данное уточнение приводит к незначительным изменениям оценок в случаях малых скоростей (то есть при малых значениях числа Рейнольдса) и становится достаточно большим при более высоких скоростях, то есть при более высоких значениях числа Рейнольдса.

### 2.3 Редукция выражений для эффективной силы и потенциальной энергии в случае инфинитезимальных смещений

Покажем, что в случае инфинитезимального смещения

$$\xi = (z - z_0) \rightarrow 0 \quad (2.54)$$

правая часть уравнения (2.41) сводится к хорошо известному выражению [67]

$$f(z)g \rightarrow -N^2(z_0)\xi, \quad (2.55)$$

где квадрат частоты Брента-Вяйсяля равен

$$N^2(z) = \frac{g}{\rho(z)} \frac{d\rho}{dz} - \frac{g^2}{c^2(z)}. \quad (2.56)$$

Разложим в ряд Тейлора выражение для отклонения плотности частицы с фиксированной температурой от плотности окружающей ее среды

$$\begin{aligned} r[p(z), T(z)] - r[p(z), T_0] &= \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_{z_0} [T(z) - T_0] + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 r}{\partial T^2} \right)_{z_0} [T(z) - T_0]^2 \\ &= \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_{z_0} (T - T_0)' \cdot \xi + O(\xi^2) \end{aligned} \quad (2.57)$$

где индекс "z,0" означает, что производная вычисляется при  $p = p(z)$  и  $T(z) = T_0(z)$ .

Запишем выражение для производной первого слагаемого разложения (2.57):

$$\left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_{z_0} = \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_{0,0} + \left( \frac{\partial^2 r}{\partial T \partial p} \right)_{0,0} \rho_0 g \xi + C \quad (2.58)$$

где  $\rho_0 = \rho(z_0)$  и индекс "0,0" означает, что производная вычисляется при  $p = p_0$  и  $T = T_0$ .

Тогда отклонение плотностей можно записать как:

$$r[p(z), T(z)] - r[p(z), T_0] = \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_{0,0} (T - T_0)' \cdot \xi + \dots \quad (2.59)$$

Запишем производную плотности по вертикальной координате:

$$\frac{d\rho(z)}{dz} = \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_p T'(z) + \left( \frac{\partial r}{\partial p} \right)_T \rho(z) g = \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_p T'(z) + \frac{\rho(z) g}{c_N^2(z)} \quad (2.60)$$

Перепишем эту производную в терминах частоты Брента-Вяйсяля.

Для этого, используя перестановочное соотношение Эйлера, получим соотношение между выражениями для скорости звука и ньютоновской скорости звука

$$\frac{1}{c^2} = \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s = \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T + \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s = \frac{1}{c_N^2} + \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s \quad (2.61)$$

$$\frac{d\rho(z)}{dz} = \left( \frac{\partial r}{\partial T} \right)_p T'(z) + \frac{\rho(z) g}{c^2(z)} - \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_s \rho(z) g \quad (2.62)$$

Учтем, что  $\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s \rho(z)g = T'_0(z)$ , тогда

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{\rho(z)g}{c^2} = \left(\frac{\partial r}{\partial T}\right) (T'(z) - T'_0(z)) \quad (2.63)$$

Связем полученное выражение с определением частоты Брента-Вяйсяля

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} - \frac{\rho(z)g}{c^2} = \frac{\rho(z)N^2(z)}{g} \quad (2.64)$$

Тогда разложение (2.59) можно записать как

$$r[p(z), T(z)] - r[p(z), T_0(z)] = \frac{\rho(z_0)N^2(z_0)}{g} \cdot \xi + \dots \quad (2.65)$$

То есть правая часть уравнения (2.47)

$$f(z)g = -\frac{\rho(z_0)N^2(z_0)}{r[p(z), T_0]} \cdot \xi + O(\xi^2) \quad (2.66)$$

поскольку

$$\frac{\rho(z_0)}{r[p(z), T_0]} = \frac{r[p(z_0), T_0]}{r[p(z), T_0]} = 1 + O(\xi). \quad (2.67)$$

Соответственно уравнение (2.67) можно записать как

$$f(z)g = -N^2(z_0)\xi + O(\xi^2), \quad (2.68)$$

Тем самым заявленное соотношение (2.55) доказано.

Получим данное соотношение с учетом «присоединенной массы».

Зная результат разложения (2.65) перепишем правую часть (2.46), используя значение  $f(z)$  согласно (2.53):

$$f(z)g = -\frac{\rho(z_0)N^2(z_0)}{r[p(z), T_0] + \frac{r[p(z), T(z)]}{2}} \cdot \xi + O(\xi^2), \quad (2.69)$$

Используем этот же результат разложения (2.55) для знаменателя, тогда уравнение (2.59) можно записать как:

$$f(z)g = -\frac{\rho(z_0)N^2(z_0)}{\frac{3}{2}r[p(z), T_0] + \frac{\rho(z_0)N^2(z_0)}{2g} \cdot \xi} \cdot \xi + O(\xi^2), \quad (2.70)$$

поскольку  $\frac{\rho(z_0)}{r[p(z), T_0]} = \frac{r[p(z_0), T_0]}{r[p(z), T_0]} = 1 + O(\xi)$ . перепишем уравнение (2.65) как

$$f(z)g = -\frac{\rho(z_0)N^2(z_0)}{\frac{3}{2}\rho(z_0) + \frac{\rho(z_0)N^2(z_0)}{2g}\cdot\xi}\cdot\xi + O(\xi^2) = \frac{-2g\cdot N^2(z_0)}{3g + N^2(z_0)\cdot\xi}\cdot\xi + O(\xi^2), \quad (2.71)$$

Так как мы рассматриваем случай  $\xi = (z - z_0) \rightarrow 0$ , можно окончательно записать

$$f(z)g = -\frac{2}{3}N^2(z_0)\cdot\xi + O(\xi^2), \quad (2.72)$$

Тем самым, заявленное соотношение (2.55) доказано. Появившийся коэффициент  $\frac{2}{3}$  не влияет на условие устойчивости, поскольку он не меняет знак перед квадратом частоты Брента-Вяйсяля, а именно знак является ключевым при определении состояния устойчивости. Более того, на само значение частоты Брента-Вяйсяля учтенное слагаемое повлияет незначительно, поскольку при ее вычислении масштабирующим множителем оказывается  $\sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1.2$ .

В пределе инфинитезимального смещения потенциальная энергия жидкой частицы на единицу массы равна

$$u(z)g = -\int f(z)gdz = \int N^2(z_0)(z - z_0)dz = \frac{1}{2}N^2(z_0)(z - z_0)^2 + \dots \quad (2.73)$$

В приближении малых колебаний потенциал аппроксимируется параболой, и частица совершает колебания с частотой  $N(z_0)$  в окрестности положения равновесия  $z_0$ .

Таким образом, в пределе инфинитезимального смещения предлагаемый метод редуцируется к критерию устойчивости температурного профиля стратифицированной жидкости, основанному на определении величины частоты Брента-Вяйсяля. С обратной стороны, можно сделать вывод, что предлагаемый метод является естественным обобщением выражений для определения устойчивости на случай конечных смещений.

Принципиальное отличие предложенного метода состоит в вычислении силы, вызывающей смещение жидкой частицы, с использованием

нелинейного выражения (2.48), вместо стандартной линеаризованной модели (2.55).

## 2.4 Апробация метода оценки пространственно-временных масштабов на основе измерений температуры в Южном Байкале

Рассмотрим нестабильный фрагмент температурного профиля, наблюдавшийся в процессе апвеллинга в августе 2005г, показанный на рисунке 2.6. Важно отметить, что на фоне наблюдающихся усредненных профилей, постоянно наблюдаются краткие температурные возмущения. Присутствие этих кратких возмущений позволяет частице воды начать движение вдоль температурного профиля.

Выделим гипотетическую частицу воды на глубине  $z_1$  и рассчитаем  $z_2$  из предположения, что  $u(z_2) = U(z_1)$ .

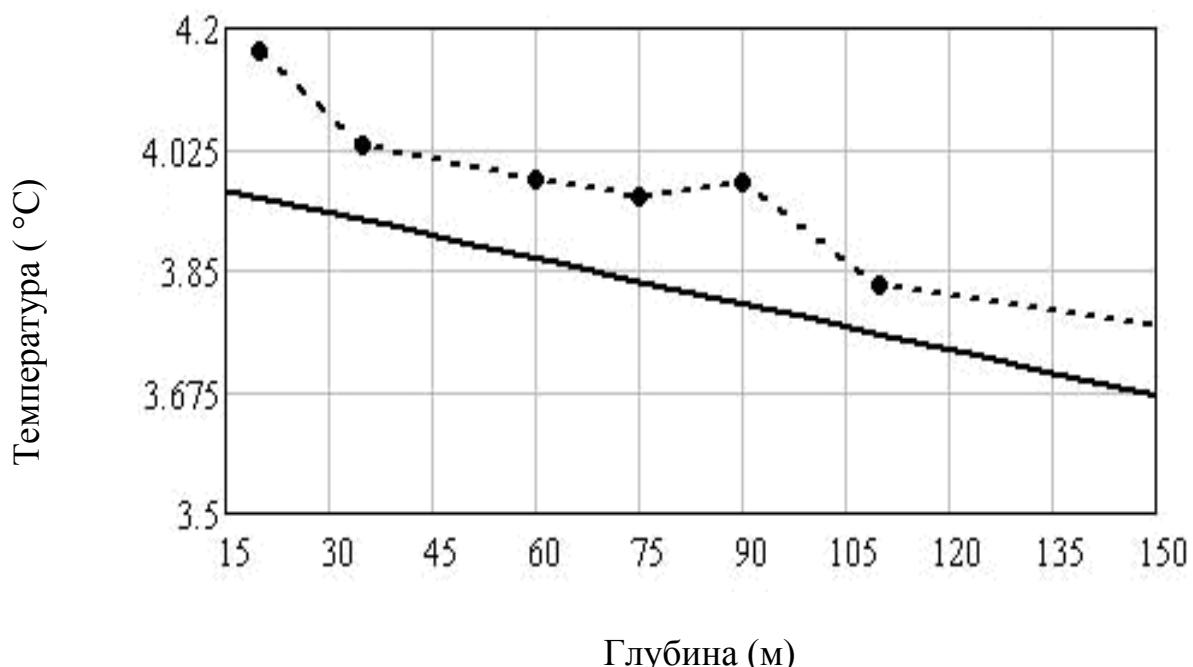


Рисунок 2.6 – пунктирная линия: наблюдаемый фрагмент температурного профиля  $T(z)$ , содержащий неустойчивую часть, сплошная линия: температура максимальной плотности на соответствующем интервале глубин

Рассчитанные для этого случая значения  $u(z)$  представлены на рисунке 2.7. Полную энергию частицы будем считать как  $E = m \cdot U(z_1)g$ , тогда уравнение (2.50) сводится к виду:

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{U(z_1) - u(z)}} \quad (2.74)$$

Здесь еще раз необходимо подчеркнуть тот факт, что мы оцениваем потенциал пробной частицы с температурой, в начальный момент отличающейся от температуры окружающей среды. Именно благодаря существованию возмущений над профилем значение  $U(z_1)$  не совпадает со значением  $u(z_1)$ , что делает несобственный интеграл (2.50) сходящимся.

Для рассматриваемого случая были получены следующие оценки. Оценка сверху на величину вертикального смещения  $\Delta z = 60$  м, оценка снизу на продолжительность вертикального движения без учета присоединенной массы составила  $\Delta t = 2.5$  часов, с учетом присоединенной массы  $\Delta t = 3.1$  часа.

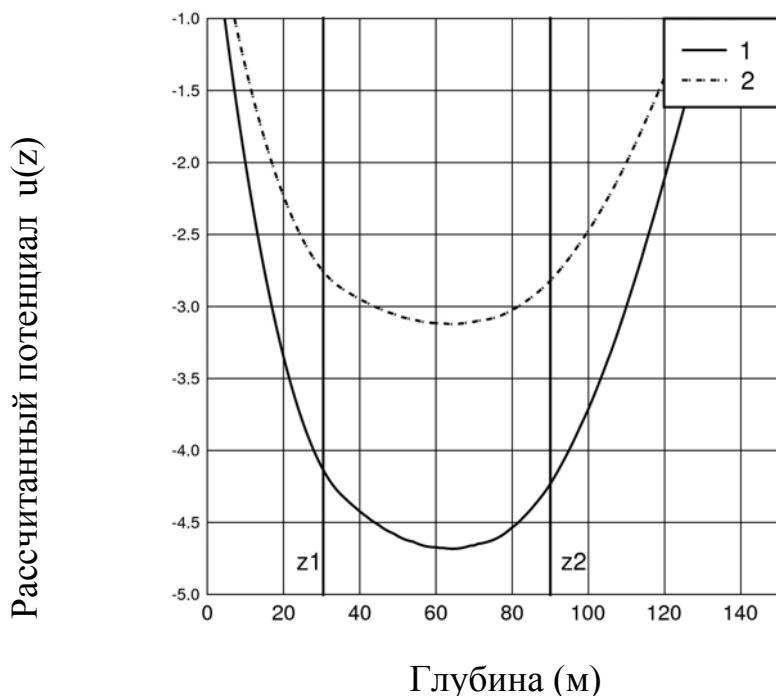


Рисунок 2.7 – рассчитанные значения  $u(z)$  в зависимости от глубины: (1) – без учета эффекта присоединенной массы, (2) – с учетом эффекта присоединенной массы

Результаты оценки продолжительности вертикального движения, полученные без учета и с учетом эффекта присоединенных масс составляют значения одного порядка, что свидетельствует о возможности применения метода без учета эффекта присоединенных масс для рассматриваемого класса событий.

Из наблюдений за дальнейшими изменениями температурного профиля видно, что процесс активного вертикального водообмена продолжался несколько часов, что демонстрирует адекватность полученных оценок.

Выделив средний температурный профиль, экспериментально измеренную вариацию над этим профилем можно считать кратковременным возмущением. Используя описанный выше подход, можно оценить величину возможного смещения этого возмущения от горизонта измерений.

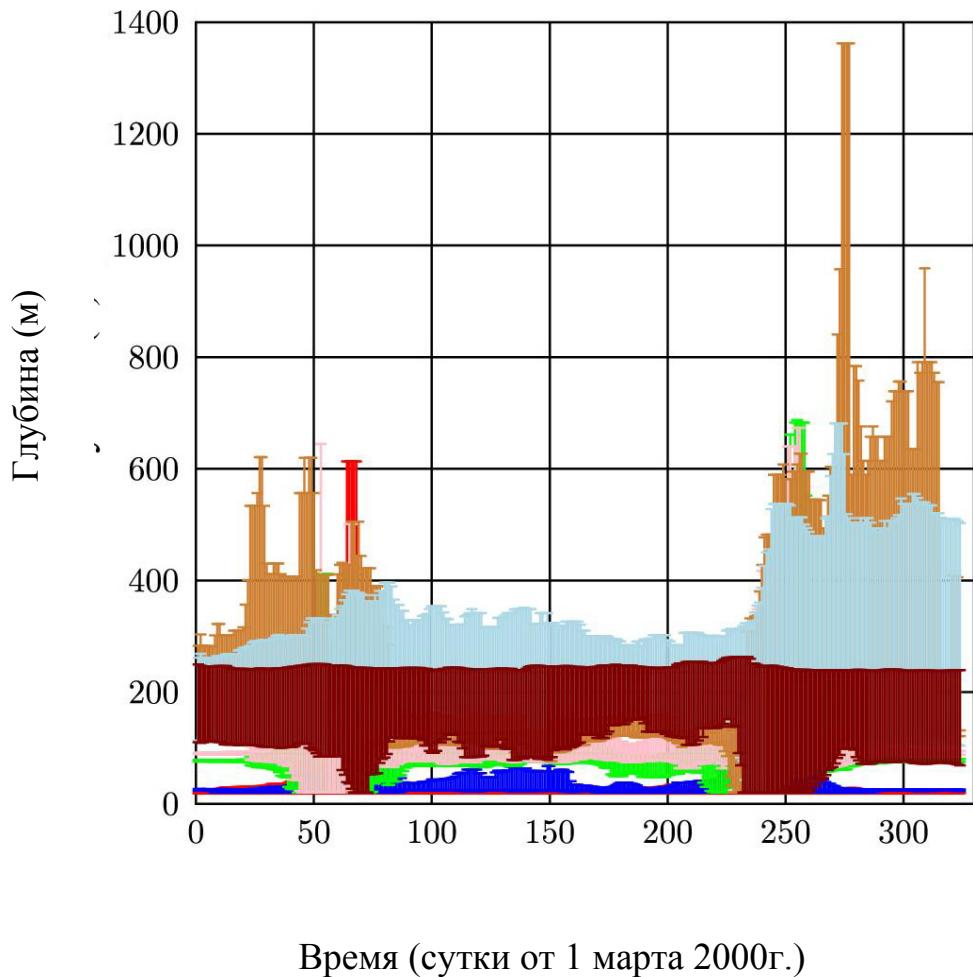
Оценив величины смещений от набора глубин, на которых проводились измерения, был сделан анализ годового распределения областей неустойчивости. Пример годового распределения областей неустойчивости в верхних слоях приведен на рисунке 2.8

Здесь различными цветами обозначены смещения, соответствующие разным горизонтам. На рисунке видно как пересекаются области, из этого следует, что возмущение может «передаваться» из области смещения, соответствующей одному горизонту, в область смещений, соответствующей следующему горизонту. Так, например, жидкая частица, попав в область неустойчивости вблизи горизонта 186м, может достичь глубины 700м.

Согласно проведенному анализу данных за период 2000-2012гг. можно сделать общие выводы о распределении в течение года областей неустойчивости.

В верхних слоях, наиболее широкие области неустойчивости наблюдались в периоды близкие к гомотермиям. В это время начинает нарушаться условие термобарической устойчивости и возникает перемешивающейся слой. На ряду этим необходимо отметить присутствие областей неустойчивости в разные периоды прямой устойчивой

стратификации. Образование статически неустойчивых фрагментов температурного профиля в периоды прямой стратификации связано с процессами апвеллинга [74 - 76].



Время (сутки от 1 марта 2000г.)

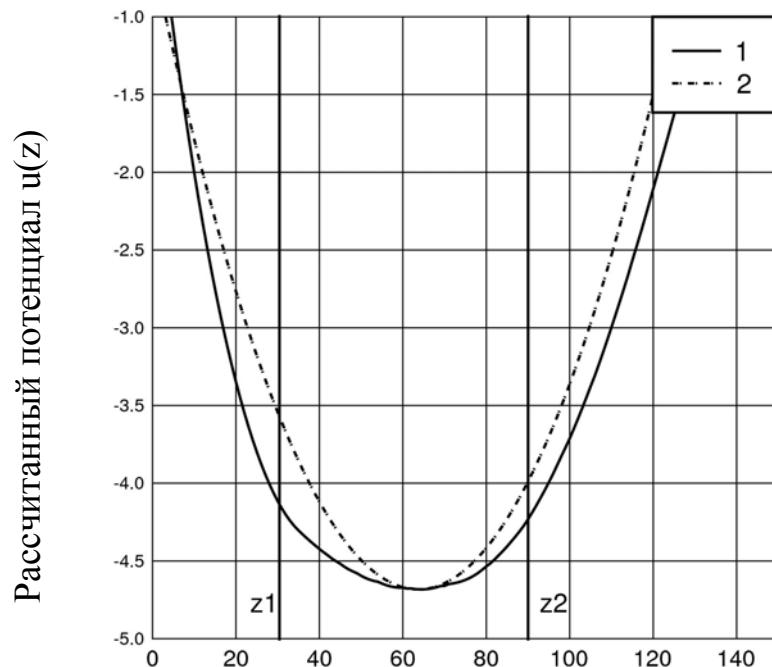
*Рисунок 2.8 - Годовое распределение областей неустойчивости в верхнем слое (горизонты 19м - красный, 25м - синий, 77м - зеленый, 90м - розовый, 127м - золотистый, 186м - светло-голубой, 235м - коричневый)*

В глубинном слое, по результатам анализа прослеживается широкий диапазон возможного перемещения жидких частиц, что связано с общим состоянием нейтральной устойчивости, характерным для этой части водной толщи.

Для оценки эффективности предлагаемого метода оценок было проведено сравнение результатов расчета масштабов возможного водообмена двумя способами:

- 1) согласно предлагаемому методу, на основе механической аналогии, учитывающему более реалистичный потенциал движения пробной частицы
- 2) согласной общепринятой линеаризованной модели движения, в которой частица осциллирует с частотой Брента-Вайсяля, а потенциал имеет форму параболы.

Для фрагмента температурного профиля  $T(z)$ , содержащего неустойчивую часть, показанного на рисунке 2.6 сравнение рассчитанных потенциалов согласно предлагаемому методу и согласно линеаризованной модели движения, представлено на рисунке 2.9. Различие в оценках длины пробега жидкой частицы составило 25 %.

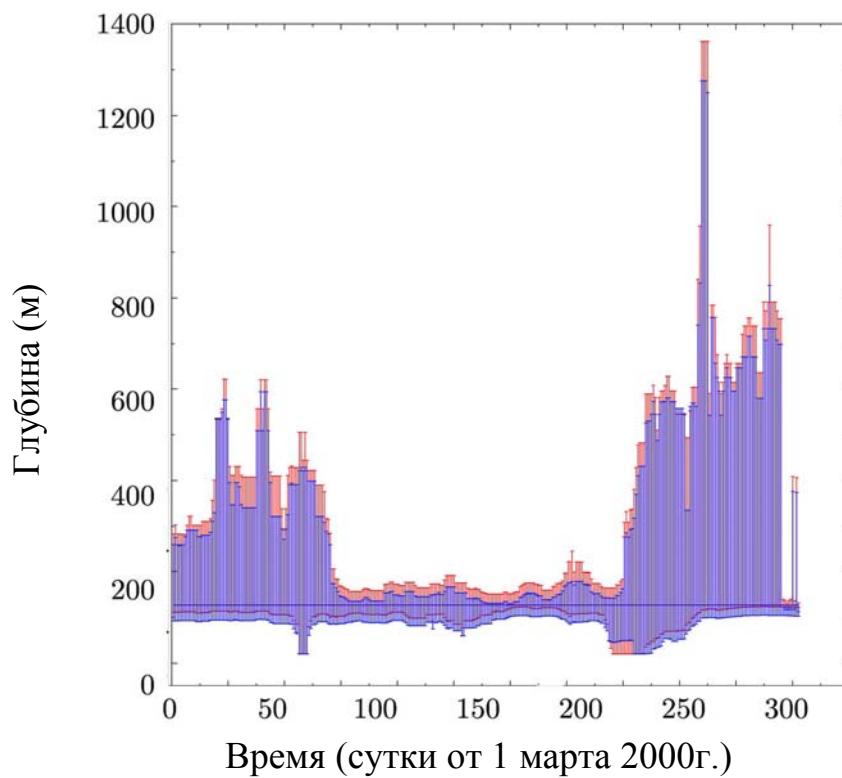


Глубина (м)

Рисунок 2.9 – рассчитанные значения потенциала  $u(z)$  в зависимости от глубины: согласно предлагаемому методу (сплошная линия), согласно линеаризованной модели движения (пунктирная линия)

Процедура сравнения была следующей. Сначала рассчитывалось распределение по глубине полного потенциала пробной частицы, и на нем определялись поворотные точки, ограничивающие смещение гипотетической

жидкой частицы. Далее, между этими точками в функцию потенциала вписывалась парабола, в предположении, что точка минимума функции полного потенциала одновременно является минимумом потенциала, имеющего форму параболы. Следующим шагом определялись значения глубин, в которых величина потенциала была равна значению полного потенциала в поворотной точке на полном потенциале. Получившийся таким образом диапазон глубин, был принят за величину возможного смещения гипотетической частицы воды при осцилляциях с частотой Брента-Вийсяля. Далее было проведено сравнение годовых распределений областей возможного смещения гипотетических частиц воды, относительно выделенных глубин, рассчитанных двумя методами. Пример оценок годовых распределений областей смещения температурных возмущений от горизонта 127м в рамках обоих методов приведен на рисунке 2.10.



*Рисунок 2.10 – Оценки годового распределения областей смещения температурных возмущений от горизонта 127м согласно предлагаемому методу (розовый) и согласно линеаризованной модели движения (голубой)*

Таким образом, предлагаемый метод является обобщением и уточнением линеаризованной модели движения. Учет более реалистичной оценки потенциала позволяет более корректно определить пространственные масштабы процессов водообмена, особенно в верхних слоях.

## 2.5 Обсуждение адекватности метода на основе анализа размерностей

До сих пор в подходе не учитывалось влияние эффектов диссипации. Рассмотрим их в качестве оценки адекватности построенного метода.

Начнем с исследования влияния вязкостной устойчивости.

Для описания движения частицы воды, при малых числах Рейнольдса, в первом приближении возможно применение формулы Стокса для сферы, медленно, равномерно и прямолинейно смещающейся в жидкости.

Число Рейнольдса – безразмерная величина, характеризующая отношение нелинейного и диссипативного членов в уравнении Навье-Стокса. Оно определено как

$$Re = \frac{w \cdot l}{\nu} \quad (2.75)$$

Для геометрически подобных течений с одинаковым числом Рейнольдса сформулирован закон, говорящий о механическом подобии таких течений (закон подобия Рейнольдса [77]). Число Рейнольдса имеет смысл отношения характерных величин сил инерции и сил вязкости. При малых числах Рейнольдса на весь поток в целом оказывает существенное влияние вязкость. При больших числах Рейнольдса доминирующую роль в потоке играют силы инерции, действие которых приводит к передаче энергии от крупномасштабных компонент движения к мелкомасштабным. Малые значения числа Рейнольдса достижимы в двух случаях, либо при малых значениях радиуса сферы  $l$ , либо при малых скоростях. Мы рассматриваем случаи с малыми скоростями. Запишем формулу Стокса:

$$F_s = 6\pi\nu\rho l w \quad (2.76)$$

где  $l$  - радиус частицы,  $w$  - ее скорость,  $\nu$  – ее кинематическая вязкость, т.е. сила сопротивления пропорциональна первой степени скорости и линейных размеров тела [67]. Такая зависимость могла бы быть предсказана уже из соображений размерности. Поскольку в уравнения движения в приближении малых значений числа Рейнольдса, параметр плотности жидкости не входит, определенная с их помощью сила  $F$  может выражаться только через величины динамической вязкости, скорости и радиуса. Найдем такую комбинацию, составленную из этих величин, которая бы оказалась с размерностью силы.

Зная размерности исходных величин:  $[\eta] = \frac{\kappa^2}{m \cdot c}$ ;  $[w] = \frac{m}{c}$ ;  $[l] = m$ ,

используя метод размерностей находим единственную возможную комбинацию с размерностью силы — их произведение  $[F] = [\eta \cdot w \cdot l]$  [78].

Эта сила является пренебрежимо малой при выполнении следующего условия:

$$6\pi\nu\rho l w \ll \rho(4\pi l^3/3)f(z)g. \quad (2.77)$$

Последнее может быть записано как  $l \gg l_0$ , где  $l_0$  определено как:

$$l_0^2 \approx \frac{9\nu w}{2f g}. \quad (2.78)$$

В приведенном выше примере (рисунок 2.5)  $w \sim 10^{-3}$  м/с,  $\delta u \sim 0.25 \cdot 10^{-5}$  м,  $\delta z \sim 10$  м,  $f \sim \delta u / \delta z \sim 0.25 \cdot 10^{-6}$ . Типичное значение  $\nu = 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/с. Подставляя указанные значения в выражение (2.76) получим оценку  $l_0 \sim 1$  м. Таким образом, для потока с поперечным сечением  $l \gg 1$  м полученные оценки являются адекватными.

Следующим критерием применимости модели является число Рэлея. Число Рэлея это безразмерная величина, характеризующая поведение жидкости под воздействием градиента температуры. В случаях неустойчивости, когда разность температур равна  $\Delta T$  на расстоянии  $h$  числом Рэлея определено как

$$\mathfrak{R} = g \beta \Delta T h^3 / \nu \chi \quad (2.79)$$

где  $\beta$  - коэффициент теплового расширения,  $\chi$  –эффективный коэффициент температуропроводности. Когда число Рэлея превосходит критическое значение эффекты вязкости и теплопереноса не могут предотвратить развитие неустойчивости. В рассматриваемом примере  $h = 15$  м и  $\Delta T = 0.04^\circ\text{C}$  (см. рисунок 2.5). Необходимо учитывать, что в областях приближенных к областям с температурой максимальной плотности, коэффициент  $\beta$  меняет свой знак. Для вычисления его значения с высокой точностью мы будем использовать выражения приведенное в работах Чена и Миллеро [61, 62]. В соответствии с предложенными Ченом и Миллеро формулами мы получили значение для  $\beta = 10^{-5} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$ . Значение эффективного коэффициента температуропроводности было получено в результате моделирования. Более подробно процедура моделирования эволюции эффективного коэффициента температуропроводности описано в главе 3 [26]. Мы использовали значение  $\chi = 10^{-4} \text{ } \text{m}^2 / \text{c}$ , которое соответствует периоду времени наблюдавшейся области неустойчивости, показанной на рисунке 2.5. Таким образом, мы вычислили значение числа Рэлея, его порядок составил  $\mathfrak{R} \approx 10^5$ . В качестве критического значения числа Рэлея мы воспользуемся значением, рассчитанным для известного процесса подобного рассматриваемому. Этот подобный процесс является конвекцией Рэлея-Бенара [78 - 81]. Критическое значение числа Рэлея для конвекции Рэлея-Бенара составляет величину порядка  $10^3$  [72]. Полученное в нашем примере значение числа Рэлея, очевидно, превышает критическое, то есть мы можем утверждать, что диссипативные эффекты, связанные с вязкостью и турбулентным теплопереносом могут рассматриваться как пренебрежимо малые.

## Выводы к главе 2

Во второй главе диссертации обсуждаются условия гидростатической устойчивости, предлагается метод оценки пространственно-временных масштабов вертикального водообмена, возникающего при нарушении этих

условий, проводится анализ применимости и адекватности предлагаемого метода.

В первом разделе второй главы основное внимание уделено механизму формирования областей термобарической нестабильности, вводится критерий устойчивости фрагментов температурного профиля.

Второй раздел второй главы посвящен описанию разработанного в диссертации метода оценки пространственно-временных масштабов вертикального водообмена, связанного с условиями нарушения устойчивой стратификации.

Метод позволяет уточнить области термобарической неустойчивости на температурном профиле, определить их пространственную протяженность, продолжительность развития, внутригодовое распределение областей неустойчивости и глубины залегания.

В третьем разделе проводится анализ связи между данным методом и стандартной линеаризованной моделью движения жидкой частицы.

Предположив в начальных условиях величину смещения жидкой частицы бесконечно малой, метод сводится к такому критерию устойчивости как частота Брента-Вяйсяла, тем самым показано, что предложенный метод является обобщением известных соотношений на случай смещений конечной величины. Отличие (и преимущество) предложенного метода состоит в том, что для вычисления силы, вызывающей смещение жидкой частицы, используется более реалистичная модель потенциала движения, вместо его стандартной линеаризованной модели. Различие в оценках полученных с помощью предлагаемого метода и с помощью стандартных выражений достигает 35%.

Четвертый раздел посвящен апробации предлагаемого метода, приводятся результаты анализа водообменного режима оз. Байкал в области постановки нейтринного телескопа. В результате анализа показано, что типичным для оз. Байкал является развитие областей неустойчивости в периоды близкие к гомотермиям, тем не менее, наблюдается возникновение

областей неустойчивости и в периоды установившейся стратификации как прямой, так и обратной. Возникновение областей термобарической неустойчивости в периоды установившейся стратификации может быть связано с рядом причин, например, с процессами ап- и даунвельлинга.

Пятый раздел посвящен анализу применимости метода. Проверена адекватность с точки зрения анализа размерностей, показано, что диссипативные эффекты, связанные с вязкостью и турбулентным теплопереносом могут рассматриваться как пренебрежимо малые.

Поскольку воды озера Байкал обладают очень низким значением солености, ее влияние на плотность в уравнении состояния жидкости обоснованно не учитывалось. Тем не менее, рассмотренный подход естественным образом обобщается на ситуации, в которых этим влиянием нельзя пренебречь. В таком варианте методика применима к исследованию динамики в естественных водоемах разного типа. При наличии подробных данных о температуре и солености, предлагаемый метод пространственно-временных масштабов вертикального водообмена можно использовать для исследования крупномасштабных динамических процессов в океанологии.

## Глава 3 Моделирование эволюции температурного режима верхних слоев оз. Байкал

Температурный режим глубокого водоема выстраивается за счет динамических процессов и за счет процессов теплопереноса. Полностью описать эволюцию температурного режима можно, решая полную систему основных гидродинамических уравнений:

$\operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0$  - уравнение непрерывности для несжимаемой жидкости,

$\frac{d\vec{u}}{dt} = -(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \vec{u} + \vec{f}$  – уравнение Навье – Стокса,

$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla(\kappa \nabla T) + \sigma'_{jk} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}$  – уравнение теплопроводности.

Однако, применительно к естественным водоемам решение этой системы является достаточно трудоемким. Это связано с присутствием турбулентного перемешивания. При наличии турбулентности уравнение Навье – Стокса становится нелинейным, что существенно и затрудняет решение.

Поскольку турбулентному перемешиванию принадлежит ключевая роль в процессах теплопереноса, зачастую задача исследования и моделирования теплопереноса сводится к задачам исследования и моделирования турбулентности.

История исследований данного направления начинается с гипотезы Буссинеска о несжимаемости жидкости (1877) и с введения Рейнольдсом

процедуры декомпозиции (1895) [58]. Процедура декомпозиции сопряжена, с возникновением проблемы турбулентного замыкания. Необходимость привлечения той или иной схемы турбулентного замыкания, выбор которой является процедурой довольно произвольной, влияет на полученные результаты, поскольку не вполне понятно, какие из полученных результатов обусловлены собственно динамическими процессами в жидкости, а какие привнесены использованной моделью турбулентного обмена между движениями различных пространственно-временных масштабов.

В настоящий момент создано большое количество разнообразных моделей турбулентного замыкания для расчёта турбулентных течений, отличающихся друг от друга сложностью решения и точностью описания течения. Эти модели позволяют количественно оценить интенсивность вертикального обмена, путем моделирования коэффициента турбулентной температуропроводности численно равному коэффициенту обмена [72-86]. Для глубоких водоемов наиболее известной моделью турбулентных течений является, так называемая, « $k$ - $\varepsilon$ » [13, 87, 88] и, основанная на ней, модель Меллора – Ямады [12, 89-93]. В их рамках было получено множество приложений, подробно описанных в ряде работ, таких как, например Burchard et al., 1998 [89].

Основными величинами « $k$ - $\varepsilon$ » модели являются: генерация турбулентности и диссипация турбулентной энергии. Посредством генерации турбулентности происходит порождение новых вихрей и пульсаций, посредством диссипации происходит рассеивание больших вихрей на малые, что приводит к уменьшению турбулентности [88]. Модель является полуэмпирической, т.к., в дополнение к аналитическим уравнениям, модель включает набор констант, полученных экспериментальным путем. Эти константы несколько отличаются в зависимости от типа описываемых течений.

На сегодняшний день для проведения численного моделирования динамических процессов разработан ряд программных пакетов, таких как

РОМ – трехмерная океаническая модель [94], CE-QUAL - двумерная, осредненная в одном горизонтальном направлении модель [95], одномерные модели GOTM [15], Flake [96], DYRESM [97, 98].

В этих пакетах используются различные модели, описывающие вертикальный теплообмен. Для этих моделей существует ряд ограничений, например, значительные количества требуемых вычислительных затрат или применимость только к водоемам глубиной менее 50м [94, 96].

Поскольку наряду с турбулентными процессами процессы теплопереноса также являются определяющими формирование температурного режима, их исследованию посвящены работы многих исследователей. Для исследования динамических процессов удобно использовать температуру и ее вариации, в качестве маркера. Одними из первых методов исследования динамических процессов с помощью температурных вариаций были методы, предложенные В. Шмидтом в 1925 году. Первый из них основан на определении коэффициента обмена по соотношению потока тепла и его вертикального градиента, второй – на анализе распространения тепловых волн в толще воды по аналогии с их распространением в односторонне ограниченном однородном твердом теле (задача Фурье). Далее Штокман В.Б. (1946) [98] предложил использовать уравнение теплопроводности в форме конечных разностей, заменив непрерывный процесс изменения теплового состояния воды дискретным.

Другими методами применявшимся к исследованию динамики озер и, в частности Байкала, были метод Осборна-Кокса и метод вычисления диссипации энергии за отдельные годы [99], позволявшие оценить интенсивности вертикального обмена.

Широко распространенной является модель «потока тепла», которая учитывает морфометрические особенности котловины озера. Модель строится на условии равенства вертикального турбулентного потока тепла на заданной глубине и величины изменения содержания тепла ниже этой глубины за единицу времени.

$$\rho \cdot c_p \cdot K_z \cdot A(z) \cdot \frac{\partial T(z)}{\partial z} = \int_{z_{\max}}^z \rho \cdot c_p \cdot K_z \cdot A(z') \cdot \frac{\partial T(z')}{\partial t} dz' \quad (3.5)$$

где  $c_p$  – удельная теплоемкость,  $A(z')$  - площадь сечения озера на глубине  $z'$ .

$K_z$  – коэффициент турбулентной температуропроводности, который определяется с учетом (3.5) как

$$K_z = \frac{\int_{z_{\max}}^z A(z') \cdot \frac{\partial T(z', t)}{\partial t} dz'}{A(z) \cdot \frac{\partial T(z)}{\partial z}} \quad (3.6)$$

Исследования процессов теплопереноса в Байкале с помощью метода «потока тепла» проводилось Шимараевым М.Н., Троицкой Е.С. [29, 100]. Для Южного Байкала ими получены значения для  $K_z$  в период прямой стратификации в области термоклина  $\sim 3$   $\text{см}^2/\text{с}$  и в областях слабой стратификации порядка десятков  $\text{см}^2/\text{с}$ , в глубинной зоне 24-26  $\text{см}^2/\text{с}$ . В период обратной стратификации в верхнем слое значение  $K_z$  составляет  $\sim 10$   $\text{см}^2/\text{с}$ . Результаты исследований в модели «потока тепла», Осборна-Кокса и методе вычисления диссипации энергии согласуются.

Необходимо отметить, что большинство разработанных и используемых в настоящее время моделей оперируют только с показателями, описывающими вклад в процессы переноса исключительно флюктуационной составляющей скорости жидкости. Т.е. основной акцент в этих моделях делается на параметр коэффициент турбулентной температуропроводности. В известном смысле это оправдывается тем обстоятельством, что иррегулярная компонента достигает обычно существенно больших значений, нежели осредненное течение. Для исключения вклада усредненных течений исследователи вынуждены были использовать усредненные данные о температуре воды по результатам многолетних измерений, так, например, в работе Троицкой Е.С. расчет вертикального коэффициента турбулентной температуропроводности проводится по осредненным за 1972-1992 гг. данным [100].

Тем не менее, вследствие очень сложного пространственно-временного поведения на значительных временных масштабах аккумулированный вклад усредненных течений становится значительным, а зачастую и доминирующим. В связи с этим для корректного описания эволюции процессов вертикального тепло- и водообмена требуется привлечение еще одного параметра - коэффициента массопереноса. Значения коэффициента вертикального массопереноса как функции времени и глубины дают представление о направлениях и скоростях движения жидкости по вертикали в течение года.

Расчеты, проводимые в рамках описанных выше моделей и методов, включают такой параметр как значение площади сечения озера и процедуру усреднения данных по горизонтальному сечению водоема. Однако процедура усреднения по площади естественного водоема может проводиться различными способами, что может приводить к различиям результатов.

Таким образом, была сформулирована задача построения такой модели расчета, в рамках которой непротиворечивым образом возникает параметр осредненного массопереноса, не используются схемы турбулентного замыкания, не привлекает процедуру осреднения по площади, и которая не сопряжена с ресурсоемкими вычислениями.

### **3.1 Теоретическое описание модели эволюции температурного режима верхних слоев оз. Байкал**

Целью моделирования стал расчет эффективных параметров, характеризующих процессы вертикального тепло- и водообмена в деятельном слое, таких как эффективный коэффициент температуропроводности и эффективный коэффициент вертикального массопереноса.

Как было показано в предыдущей главе, зависимость температуры максимальной плотности от глубины играет определяющую роль в

формировании температурного распределения. Эта зависимость использовалась при проведении моделирования процессов тепло- и массообмена.

В продолжение методов, основывающихся на решении уравнения теплопроводности, предлагаемая модель эволюции температурного профиля строится на одномерном уравнении теплопроводности [70]:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa(t, z) \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + Q(t, z) \quad (3.7)$$

где  $\kappa(z, t)$  - эффективный коэффициент теплопроводности,

$Q(t, z) = Q_0(t) \cdot e^{-\frac{z}{\lambda}}$  – слагаемое, описывающее поглощение солнечного тепла водой в зависимости от глубины согласно закону Бугера-Ламберта.

Однако в приведенной выше форме записи уравнения теплопроводности (3.7) не учитывается массоперенос, а, как уже было сказано, его учет требуется для адекватного моделирования процессов тепло- и массообмена.

С учетом слагаемого, отвечающего за массоперенос уравнение (3.7) принимает вид

$$\frac{\partial T(t, z)}{\partial t} = \beta(t, z) \frac{\partial T(t, z)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi(t, z) \frac{\partial T(t, z)}{\partial z} \right) + Q(t, z) \quad (3.8)$$

где

$\chi(z, t) = \frac{\kappa(z, t)}{\rho \cdot c_p}$  – эффективный коэффициент температуропроводности,

$\beta(z, t)$  – эффективная усредненная вертикальная скорость,

$Q(z, t)$  – слагаемое, описывающее внешние источники тепла.

Введем коэффициент вертикального массопереноса, имеющий размерность скорости. Он является параметром осредненного переноса и складывается следующим образом:

$$b(t, z) = \beta(t, z) + \frac{\partial \chi(t, z)}{\partial z}, \quad (3.9)$$

Тогда можно уравнение теплопроводности записать как

$$\frac{\partial}{\partial t} T(z, t) = \chi(z, t) \frac{\partial^2}{\partial z^2} T(z, t) + b(z, t) \frac{\partial}{\partial z} T(z, t) + Q(z, t) \quad (3.10)$$

где

$\chi(z, t)$  – эффективный коэффициент температуропроводности,

$b(z, t)$  – коэффициент усредненного вертикального массопереноса,

$Q(z, t)$  – слагаемое, описывающее внешние источники тепла.

Используемые граничные условия:

- на поверхности:  $T(z_0, t) = T_0(t)$ ,
- на условной нижней границе деятельного слоя:  $T(z_1, t) = T_1(t)$ .

Заметим, что в правой части уравнения (3.8) значение  $Q(z, t)$  мало по сравнению с величиной других слагаемых, поскольку солнечная энергия проникает лишь в первые десятки метров верхнего слоя.

В качестве  $T_0(t)$  и  $T_1(t)$  были взяты усредненные временные ряды температуры на соответствующих границах горизонтах. Значение условной нижней границы деятельного слоя  $z_1$  приравнивается 200м (его вариации не оказывали существенного влияния на полученные результаты). В качестве начальных условий используется сплайн-аппроксимация экспериментального температурного профиля, соответствующего некоторому моменту времени.

Положительный коэффициент массопереноса означает движение воды вверх, отрицательный – вниз. Так как в слое интенсивного перемешивания нет выделенного направления смещения водных масс, введение коэффициента вертикального массопереноса имеет смысл лишь в слое с относительно устойчивой стратификацией.

Следует отметить, что выбранная модель не позволяет определить величину температуропроводности после установления однородного по всей глубине распределения температуры (гомотермии). Полученные нами результаты относятся к процессу формирования такого распределения.

Для решения уравнения теплопроводности используется неявный метод [101, 102].

Суть метода заключается в следующем:

Введем равномерную прямоугольную сетку, образованную пересечением линий  $x_k = k \cdot h$  (где  $h$  – шаг по глубине,  $0 \leq k \leq NN$ ,  $NN$  – количество шагов по глубине) и  $t_i = i \cdot \tau$  ( $\tau$  - шаг по времени). Значения функции в узлах сетки обозначим  $T_k^i = T(x_k, t_i)$ .

Возьмем около узла  $(x_k, t_i)$  конфигурацию узлов, изображенную на рисунке 3.1

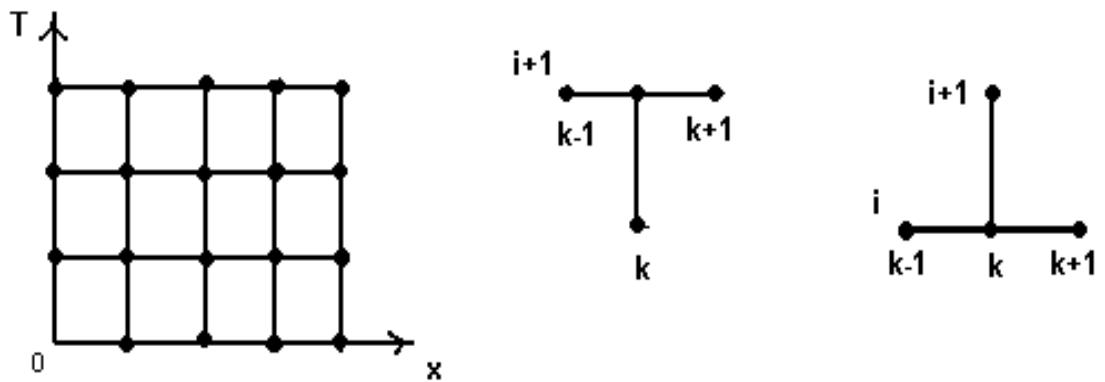


Рисунок 3.1 - Конфигурация узлов сетки численной схемы решения уравнения теплопроводности неявным методом

Заменим в уравнении (3.10) производные разностными соотношениями:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_n^{i+1} - T_n^i}{\tau} \quad (3.11)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{T_{k+1}^{i+1} - 2T_{k+1}^i + T_{k-1}^i}{h^2}$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_k^{i+1} - T_{k-1}^{i+1}}{h}$$

Тогда дифференциальное уравнение аппроксимируется разностной схемой:

$$\frac{1}{\tau} (y_k^{i+1} - y_k^i) = \frac{\chi_k^{i+1}}{h^2} (y_{k+1}^{i+1} - 2y_k^{i+1} + y_{k-1}^{i+1}) + \frac{b_k^{i+1}}{h} (y_k^{i+1} - y_{k-1}^{i+1}) + Q_k^{i+1} \quad (3.12)$$

Число уравнений получилось меньше числа неизвестных, недостающие уравнения выводятся из граничных условий.

$y_k^0 = T^0$  - исходный температурный профиль.

$y_0^{i+1} = T_0^{i+1}$  - температура на поверхности в момент времени  $t^{i+1}$ .

$y_{NN}^{i+1} = T_{NN}^{i+1}$  - температура на максимальной глубине в момент времени  $t^{i+1}$ .

Для фактического решения перепишем схему с учетом граничных условий и, так как для всех слагаемых слева индекс суммирования одинаков ( $i+1$ ), от суммированию по этому индексу можно отказаться:

$$\left(\frac{1}{\tau} + \frac{2\chi_k}{h^2} - \frac{b_k}{h}\right)y_k + \left(\frac{\chi_k}{h^2} - \frac{b_k}{h}\right)y_{k-1} + \frac{\chi_k}{h^2}y_{k+1} = \frac{T_k}{\tau} + Q_k \quad (3.13)$$

Введем коэффициенты

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{1}{\tau} + \frac{2\chi_k}{h^2} - \frac{b_k}{h} \\ B_k &= \frac{T_k}{\tau} + Q_k \\ C_k &= \frac{\chi_k}{h^2} - \frac{b_k}{h} \\ D_k &= \frac{\chi_k}{h^2} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Соответственно (3.8) можно переписать в виде:

$$A_k y_k + C_k y_{k-1} + D_k y_{k+1} = B_k \quad (3.15)$$

Матрица линейной системы трехдиагональна, и решение можно вычислить методом алгебраической прогонки, который является частным случаем решения систем уравнений методом Гаусса. В этом случае прямой ход (без выбора главного элемента) сводится к исключению элементов  $C_k$ . Получается треугольная система, содержащая в каждом уравнении только 2 неизвестных. Поэтому формулы обратного хода имеют следующий вид:

$$y_k = \varepsilon_{k+1} + \eta_{k+1} \quad k = NN, NN-1, \dots, 1 \quad (3.16)$$

Уменьшим в формуле (3.15) индекс на единицу и подставим в разностную схему (3.14)

$$C_k(\varepsilon_k y_k + \eta_k) + A_k y_k + D_k = B_k \quad (3.17)$$

Отсюда выразим  $y_k$  через  $y_{k+1}$ .

$$y_k = \frac{D_k}{-A_k - C_k \varepsilon_k} y_{k+1} + \frac{C_k \eta_k - B_k}{-A_k - C_k \varepsilon_k} \quad (3.18)$$

Для того чтобы это выражение совпадало с (3.16) необходимо, чтобы дроби в правой части были равны соответственно  $\varepsilon_{k+1}$  и  $\eta_{k+1}$ . Таким образом, получаем формулы прямого хода: для  $k$  принадлежащему множеству натурального ряда от  $k = 1$  до  $k = NN$ :

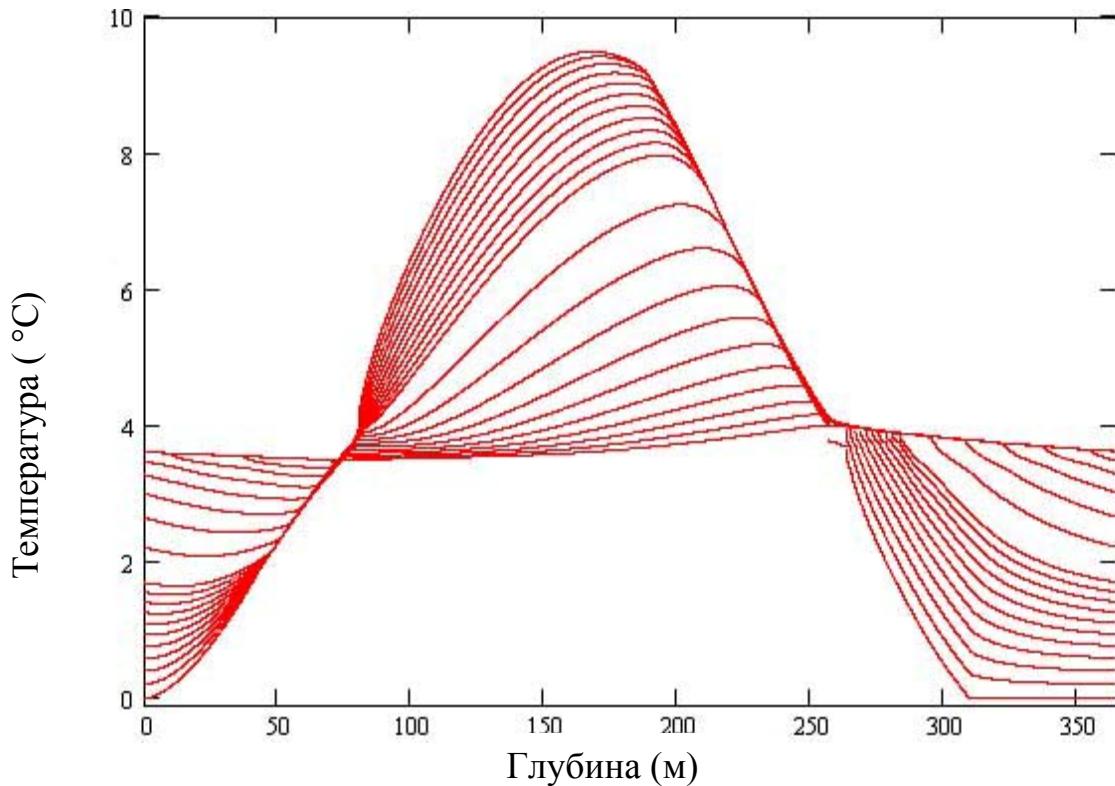
$$\begin{aligned} \varepsilon_{k+1} &= \frac{D_k}{-A_k - C_k \varepsilon_k} \\ \eta_{k+1} &= \frac{C_k \eta_k - B_k}{-A_k - C_k \varepsilon_k} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Согласно начальным условиям  $\varepsilon_1 = \eta_1 = 0$ .

Модель выстраивается в два этапа:

1. моделируется температурный профиль с шагом по глубине  $h$  в фиксированный момент времени  $t$ .
2. создается таблица из  $\frac{t_m - t_0}{\tau}$  температурных профилей с шагом по глубине  $h$ ,  $\tau$  -шаг по времени,  $t_0$  - время начала исследований (от начала года),  $t_m$ - время завершения исследований.

В качестве первого шага было проведено моделирование эволюции температурного режима в предположении отсутствия массопереноса, т.е.  $b = 0$  (рисунок 3.2).



*Рисунок 3.2 – Годовая эволюция температуры на разных глубинах, полученная при моделировании без учета массопереноса*

С учетом данного условия проверено, что выбранная модель выявляет и обосновывает многие особенности в эволюции температурного профиля: она объясняет форму зимнего профиля температуры, учитывает роль зависимости температуры максимальной плотности от глубины, показывает образование мезотермического максимума и демонстрирует появление гомотермии. Тем не менее, в отсутствие массопереноса оказалось невозможным восстановление точного хода эволюции температурного режима. Поэтому следующим шагом в моделировании стал учет слагаемого, отвечающего за вертикальный массоперенос.

Распределение коэффициентов усредненного вертикального массопереноса и температуропроводности находится путем решения задачи идентификации параметров для уравнения теплопроводности.

Решение задачи идентификации параметров проводилось в предположении существования такого временного интервала  $\Delta t$ , в течение

которого изменение коэффициентов температуропроводности и вертикального массопереноса на заданной глубине можно считать пренебрежимо малым. То же самое предположение необходимо было сделать и для пространственного шага  $h$ . С учетом величины пространственного шага была выстроена сетка из  $N$  точек.

Располагая экспериментально полученными профилем температуры в момент времени  $t$  и уравнением, по которому изменяется температура на каждой заданной глубине, мы можем получить смоделированную по времени эволюцию температурного профиля, т.е. смоделированный температурный профиль в момент времени  $t+\Delta t$  (рисунок 3.3). Задавая коэффициенты температуропроводности и массопереноса, мы можем добиться такого профиля, чтобы среднеквадратичная ошибка между смоделированным и экспериментальным профилем в момент времени  $t+\Delta t$  была минимальна.

Решение обратной задачи было осуществлено методом наименьших квадратов. Для этого минимизировалось следующее выражение:

$$F = \sum_{j=1}^{\Delta t/N} \sum_{i=1}^N (T_{\text{exp}}(t_j, z_i) - T_{\text{mod}}(t_j, z_i, \chi_i, b_i))^2, \quad (3.20)$$

где  $T_{\text{эксп}}$  – значение температуры в узловой точке, полученное на экспериментальном температурном профиле,  $T_{\text{мод}}$  – значение температуры в этой же точке, полученное путем моделирования.

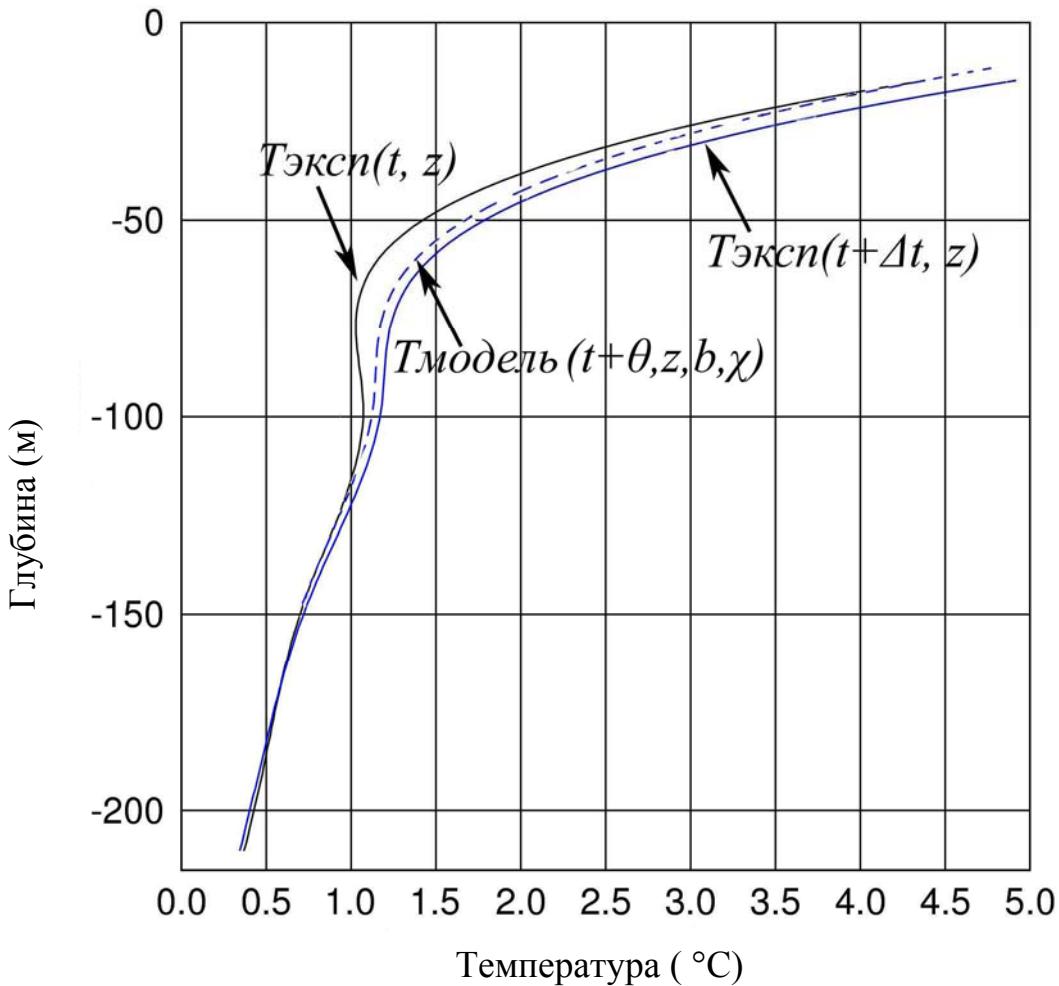


Рисунок 3.3 – Профили температуры:  $T_{\text{эксп}}(t, z)$  – экспериментальный профиль температуры в момент времени  $t$ ,  $T_{\text{эксп}}(t + \Delta t, z)$  – экспериментальный профиль температуры в момент времени  $t + \Delta t$ ,  $T_{\text{модель}}(t + \theta, z, b, \chi)$  – расчетный профиль, соответствующий моменту времени, находящемуся на интервале  $[t, t + \Delta t]$  ( $\theta \in [0; \Delta t]$ )

Согласно процедуре минимизации была построена и решена система из  $2N$  уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial b_i} &= 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \chi_i} &= 0 \end{aligned} \quad (3.21)$$

В результате были найдены такие распределения коэффициентов усредненного вертикального массопереноса и температуропроводности,

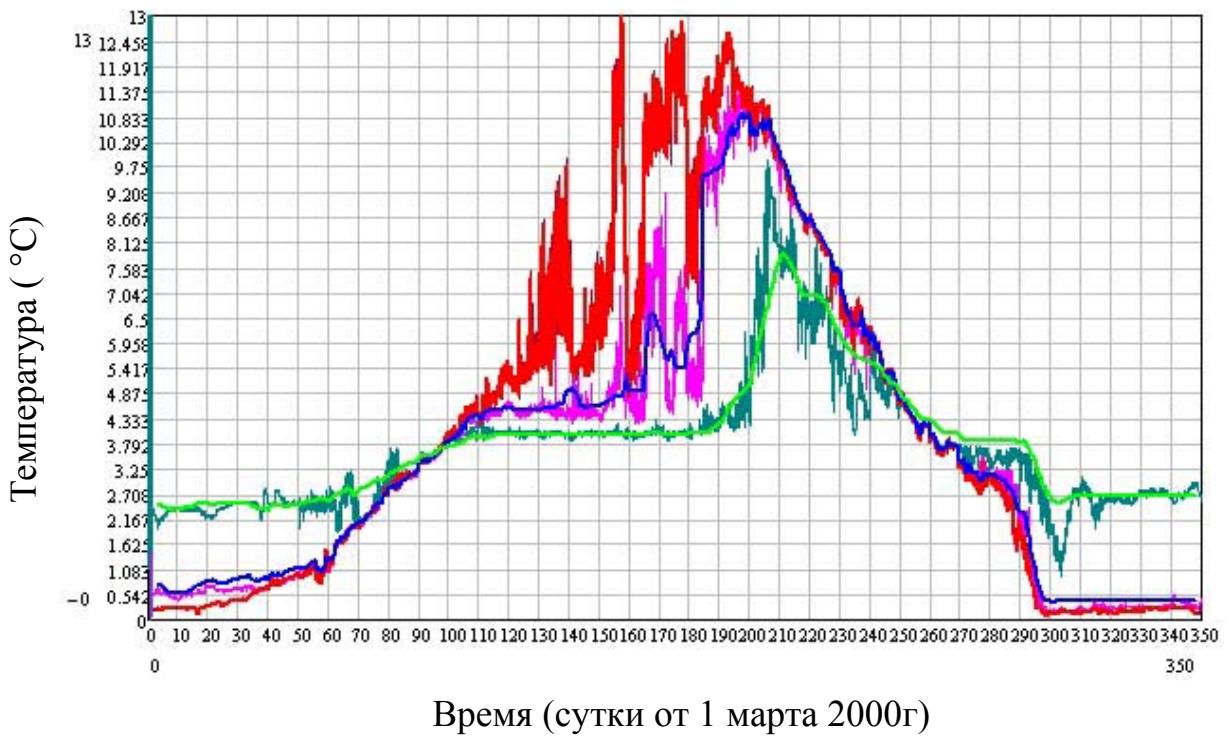
зависящие от глубины, при которых являлся возможным переход от одного экспериментального температурного профиля к следующему.

### **3.2 Апробация модели эволюции температурного режима верхних слоев озера Байкал**

Для апробации модели было проведено сравнение расчетной эволюцией температурного режима и данных мониторинга температуры.

На первом этапе необходимо было найти величины пространственного и временного шага, на протяжении которых значения коэффициентов температуропроводности и вертикального массопереноса можно считать постоянными. В результате многочисленных тестирований был сделан вывод, что такими величинами являются временной интервал равный двум суткам и шаг по глубине составляющий 5 метров. Уменьшение данных величин не влияло на полученные распределения коэффициентов, в свою очередь увеличение интервалов влекло за собой неустойчивость результата. Таким образом, при моделировании слоя толщиной 200м количество узловых точек для построения профиля составило  $N=50$ .

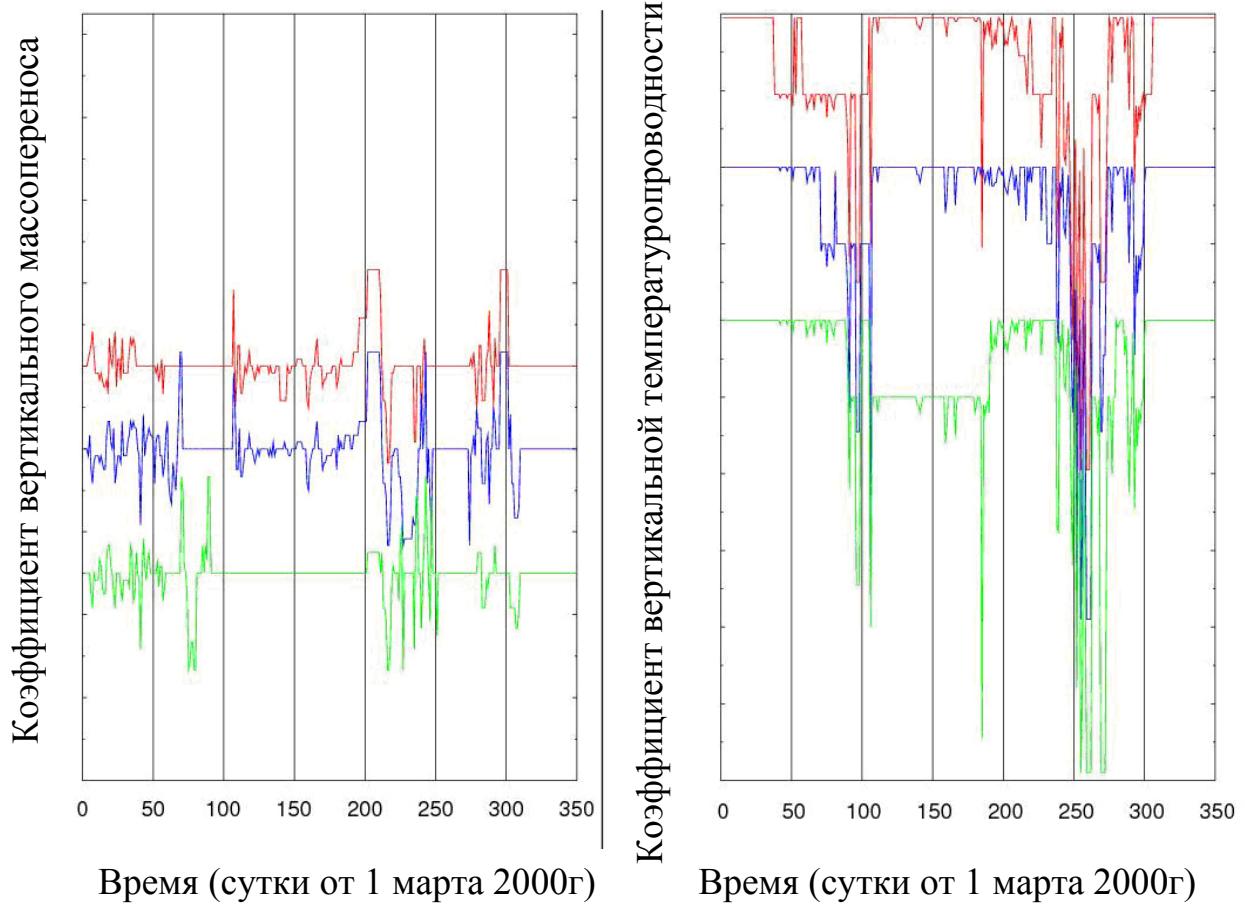
Проводя соответствие между рассчитанной в рамках модели и экспериментально полученной эволюцией температурного режима можно отметить, что реконструированные ряды с достаточной точностью воспроизводят экспериментально полученные ряды температуры. На рисунке 3.4 приведен пример соответствия между рассчитанной в рамках модели и экспериментально полученной эволюцией температурного режима. Здесь были использованы температурные ряды полученные на буйковой станции «Neutrino East» в период измерений с марта 2000 по март 2001гг и результат реконструкции этих рядов.



*Рисунок 3.4 – Реконструированная по идентифицированным параметрам эволюция температуры на горизонтах 19 (красный), 25(синий) и 77м (светло зеленый), экспериментально полученные ряды температуры на горизонтах 19 (коричневый), 25(розовый) и 77м (темно зеленый).*

В результате реконструкции параметров были получены распределения коэффициентов вертикального массопереноса и турбулентной температуропроводности в зависимости от времени и от глубины. Примеры внутригодовых эволюций коэффициентов на выделенных глубинах приведены на рисунке 3.5.

Сравнивая значения коэффициентов температуропроводности и вертикального массопереноса на выделенных глубинах, необходимо отметить резкое изменение значений коэффициента вертикального массопереноса в периоды близкие к гомотермии (преимущественно после гомотермии) и скачкообразное повышение значений коэффициента температуропроводности перед гомотермиями.



*Рисунок 3.5 – Эволюция коэффициентов вертикального массопереноса и температуропроводности на выделенных глубинах. Для удобства представления графики разнесены по вертикали*

Таким образом, мы приходим к трехмерным картам эволюции коэффициентов. По результатам моделирования эволюции коэффициентов вертикального массопереноса и температуропроводности на разных горизонтах наблюдается разделение верхнего слоя на два интервала глубин, в которых пространственно-временное поведение обоих коэффициентов существенно различается. Верхний интервал располагается от поверхности и достигает  $\sim 150\text{м.}$ , т.о. граница между интервалами примерно соответствует глубине залегания мезотермического максимума.

Эволюция коэффициента вертикального массопереноса в различные годы показана на рисунке 3.7. Красному цвету соответствует массоперенос направленный вниз, синему соответствует массоперенос направленный

вверх. В верхнем интервале типичные значения вертикального массопереноса порядка  $10^{-3}$  см/с.

Эволюция коэффициента эффективного турбулентной температуропроводности в различные годы показана на рисунке 3.8. Необходимо отметить, что в разные годы в поведении коэффициента наблюдается определенная повторяемость. Так, в периоды устойчивой стратификации в верхнем интервале турбулентная температуропроводность была очень низкой и имела величину  $\sim 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с, значение близкое к молекулярному, и более высокую  $\sim 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с в нижнем интервале. Непосредственно перед гомотермиями наблюдается развитие областей повышенной температуропроводности, начинающиеся в апреле перед весенней гомотермией и в октябре перед осенней. Наибольшие значения коэффициента достигают 0.02 м<sup>2</sup>/с.

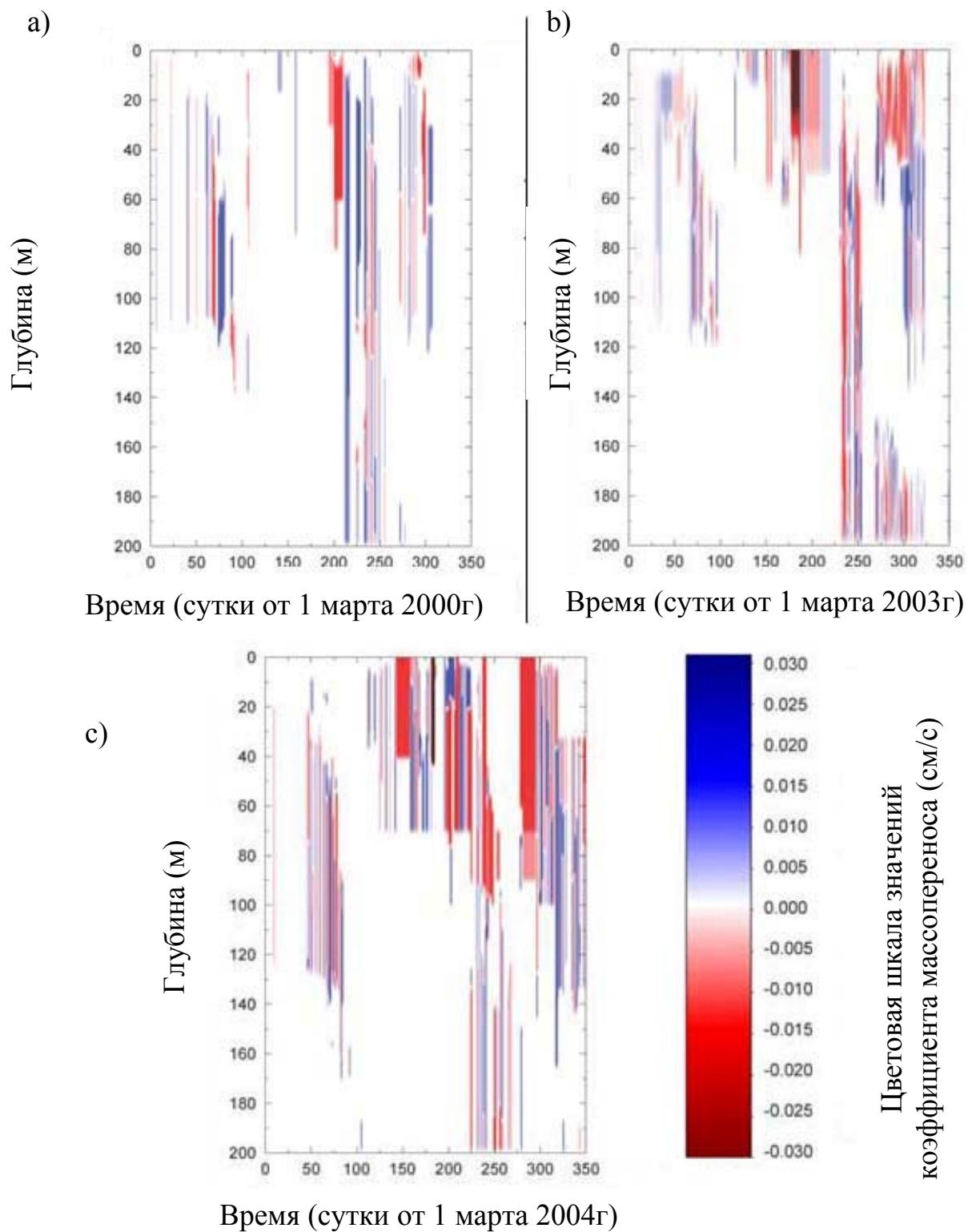


Рисунок 3.7 – Эволюция коэффициента вертикального массопереноса в различные годы, а) соответствует периоду с марта 2000 по март 2001гг, б) соответствует периоду с марта 2003 по март 2004гг, в) соответствует периоду с марта 2004 по март 2005гг

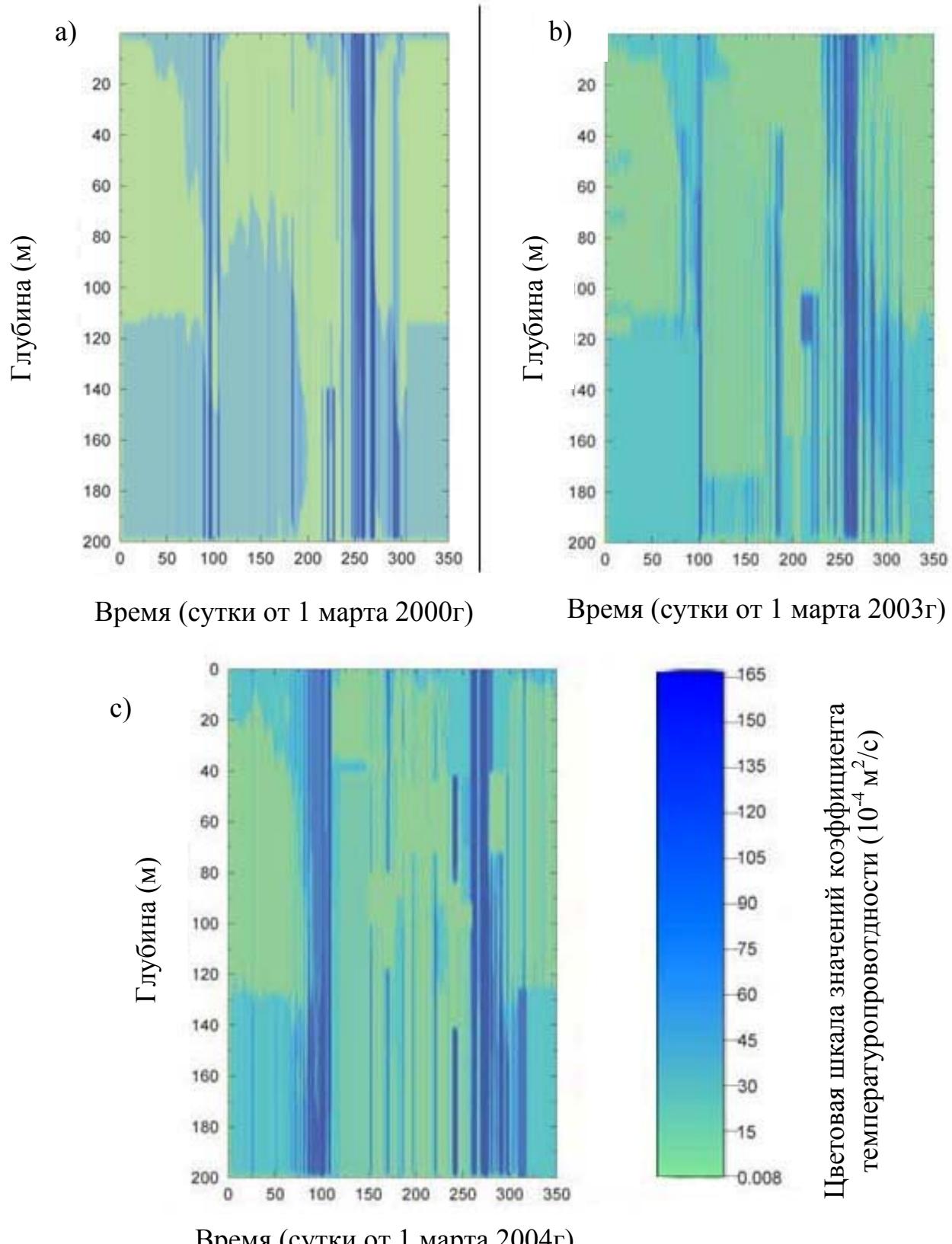


Рисунок 3.8 – Эволюция коэффициента температуропроводности в различные годы a) соответствует периоду с марта 2000 по март 2001гг, b) соответствует периоду с марта 2003 по март 2004гг, c) соответствует периоду с марта 2004 по март 2005гг

Период существования области повышенной температуропроводности, предшествующий осеннеей гомотермии, более продолжителен, чем аналогичный период перед установлением весеннеей гомотермии.

Различия в поведении коэффициентов в разные годы наиболее ярко выражены в течение периодов летней стратификации. Например, летний период 2000г хорошо описывается относительно слабым вертикальным массопереносом. Напротив, август и сентябрь 2004г характеризуется более интенсивным массопереносом. При этом в эксперименте наблюдалось уменьшение температуры в верхних слоях, связанное, по-видимому, с явлением апвеллинга [74, 75]. Характерные значения коэффициента вертикального массопереноса составляют в эти моменты  $\sim 10^{-3}$  см/с.

Межгодовая изменчивость полученных значений, в частности подтверждается данными об изменчивости объемов обновления вод Байкала в разные годы [103].

### **3.3 Обоснование использования одномерной модели эволюции температурного режима верхних слоев оз. Байкал**

До сих пор мы не проверяли адекватность применения одномерной модели.

Для проведения проверки запишем трехмерное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + b \nabla T = \chi \Delta T + Q \quad (3.21)$$

Разделим слагаемое, отвечающее массопереносу в левой части на горизонтальную и вертикальную составляющие, и проведем оценку вклада каждой из них.

Уравнение теплопроводности запишется следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + b_z \frac{\partial T}{\partial z} + b_h \nabla_h T = \chi \Delta T + Q \quad (3.22)$$

В зимний период для глубин до 90 м среднее значения:

$$\frac{\partial T}{\partial z} \sim 5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C/cm}, \quad (3.23)$$

$$b_z \sim 10^{-3} \text{ см/с}$$

отсюда можно оценить величину:

$$b_z \frac{\partial T}{\partial z} \sim 5 \cdot 10^{-7} \text{ } ^\circ\text{C/sec} \quad (3.24)$$

Одновременно оценим величину  $b_h \nabla_h T$ , сравнивая тренды сплайн-аппроксимаций температурных рядов, полученных на разнесенных по горизонтали буйковых станциях. Полученная таким образом оценка составляет:

$$b_h \nabla_h T \sim 10^{-8} \text{ } ^\circ\text{C/sec} \quad (3.25)$$

Полученное значение является малым в силу малости горизонтальных градиентов температуры. То есть, поскольку мы рассматриваем температурные вариации с достаточно большим характерным пространственным масштабом, а для временных интервалов, характерных для развития этих вариаций, слагаемое, определяющее вертикальную компоненту, является доминирующим по порядку величины, рассмотрение одномерного уравнения теплопроводности является целесообразным.

### 3.4 Оценка вертикальных скоростей и кинетической энергии вертикальных смещений в деятельном слое.

Ключевыми в понимании крупномасштабной динамики озера являются характерные масштабы свободной температурной и вынужденной глубинной конвекции, а также механизмы формирования однородного по глубине температурного распределения в периоды, близкие к весенней и осенней гомотермии. Дополнительную информацию о деталях этих процессов может дать изучение временной эволюции вертикальной компоненты скорости воды на разных горизонтах в деятельном слое озера (0-350 м). При оценке величин вертикальной компоненты скорости по данным о температуре будет использован подход, основанный на применении уравнения

теплопроводности к такой ситуации, когда формирование гомогенного температурного профиля связано преимущественно с вертикальным движением воды.

Если скорость движения воды мала по сравнению со скоростью звука, то основное уравнение теплопроводности записывается следующим образом:

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = \nabla(\kappa \nabla T) + \sigma'_{jk} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}. \quad (3.26)$$

где  $\rho$  - плотность,  $T$  - температура,  $c_p$  - удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $\kappa$  - коэффициент теплопроводности и  $\sigma'_{jk}$  является вязким тензором напряжений [70]. При этом, вследствие изменения местонахождения частицы жидкости со временем, необходимо использовать субстанциональную производную [104].

$$\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (3.27)$$

В период интенсивного перемешивания правая сторона уравнения (3.24) является малой по сравнению со слагаемыми  $\partial T / \partial t$  и  $u_j (\partial T / \partial x_j)$ .

Таким образом, в первом приближении можно записать:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = 0. \quad (3.28)$$

Более того, в предположении того, что изменение температуры формируется в основном вертикальным движением жидкости, можно ограничиться рассмотрением пространственно-одномерного случая.

Таким образом, окончательно уравнение для расчета имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + w \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad (3.29)$$

где  $w \equiv u_3$  – вертикальная компонента скорости воды как функция глубины и времени. Частные производные в уравнении аппроксимируются конечными разностями. Отметим, что в рамках такого подхода удовлетворительные оценки могут быть получены только для верхнего слоя в периоды интенсивного вертикального перемешивания. Для глубинного слоя

этот подход неприменим вследствие недостаточной точности имеющихся экспериментальных данных.

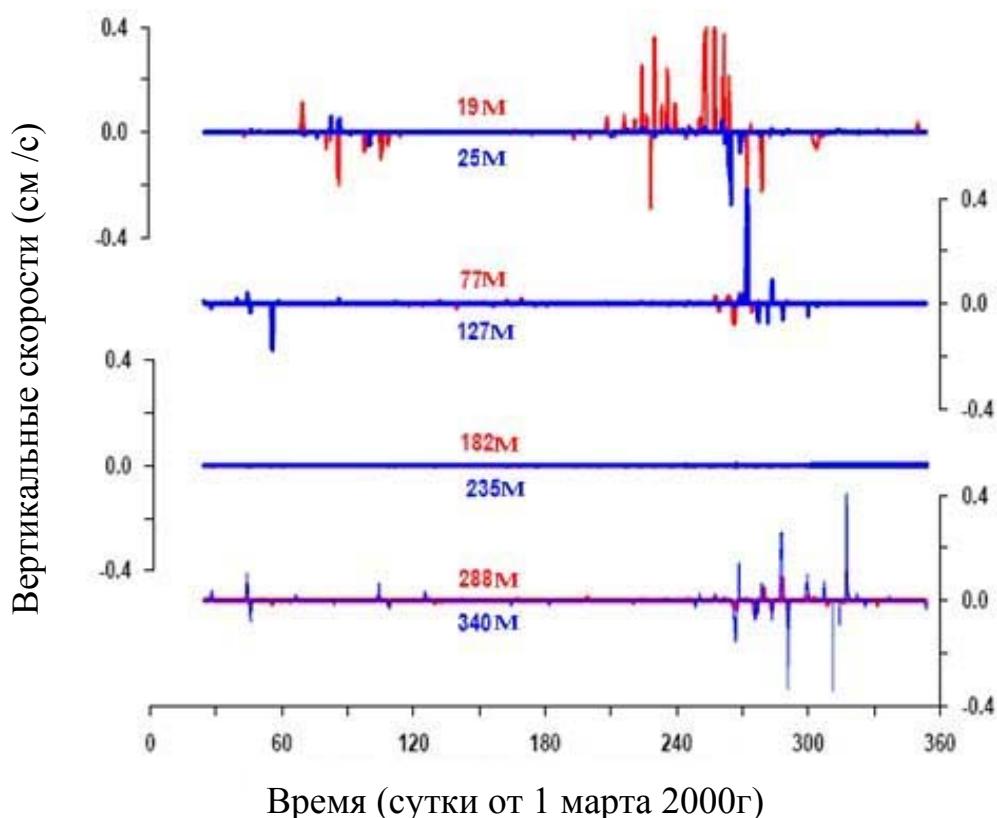


Рисунок 3.9 – Распределение вертикальных скоростей на нескольких горизонтах

Основные результаты расчета вертикальных скоростей на нескольких горизонтах на примере данных 2000г. (рисунок 3.9):

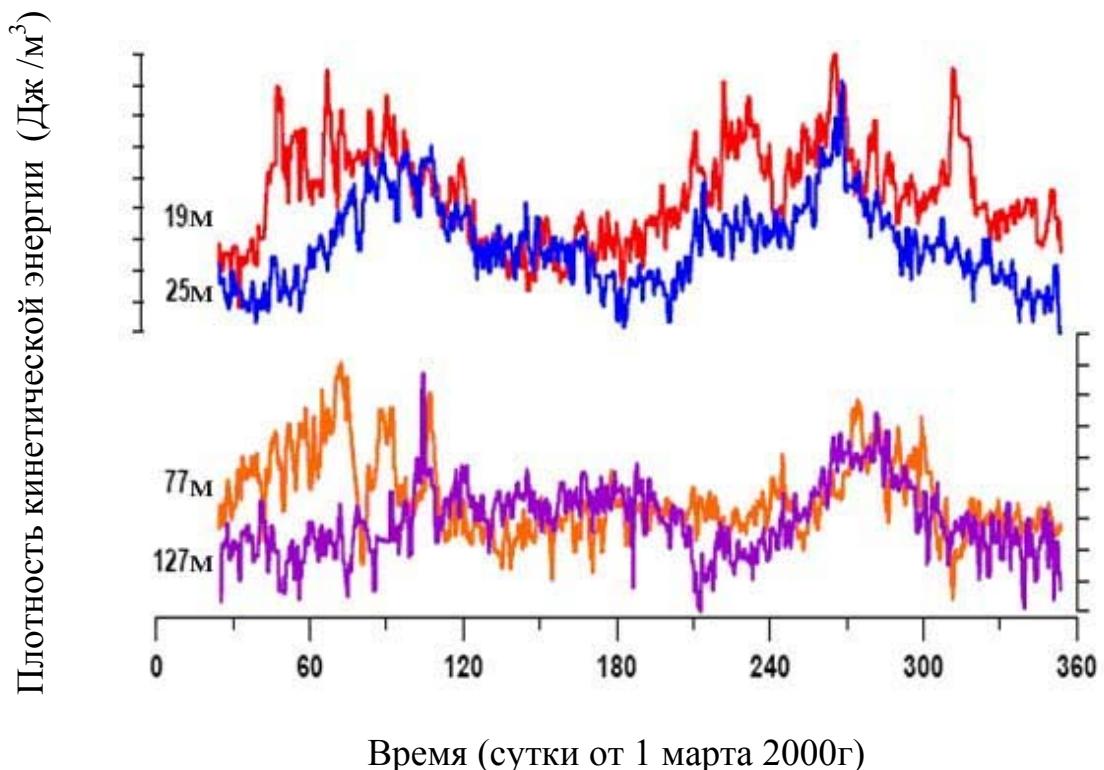
- ✓ Своих наибольших значений вертикальные скорости достигают в периоды близкие к весенней и осенней гомотериям.
- ✓ Максимальное значение вертикальной скорости составляет порядка нескольких десятых см/с. Это согласуется с результатами предыдущих исследований [22, 100]
- ✓ Продолжительность временного интервала резкого возрастания скоростей вблизи осенней гомотермии существенно больше соответствующего интервала вблизи весенней гомотермии.

Используя полученные значения вертикальных скоростей и очевидную формулу

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \rho \cdot w^2 \quad (3.30)$$

где  $\rho$  – плотность,  $w$  - вертикальная компонента скорости воды как функция глубины и времени, можно оценить плотность кинетической энергии вертикальных смещений.

Усредненные результаты расчетов для нескольких горизонтов на примере данных 2000г представлены на рисунке 3.10. Для более удобного представления полученных результатов используется логарифмическая шкала энергий.



*Рисунок 3.10 – Распределение кинетической энергии вертикальных смещений на нескольких горизонтах*

Максимальные значения энергий наблюдаются на горизонтах близких к поверхности, а именно 19м и 25м и достигают порядка  $\sim 10$  Дж/м<sup>3</sup>. Наибольшие интенсивности вертикальных смещений связаны с двумя

периодами, центры которых совпадают с осеннеи и весеннеи гомотермиями. Вместе с тем, непосредственно перед наступлением весеннеи гомотермии значения плотности энергии на некоторых горизонтах заметно выше, чем после нее. Это подтверждает разумный характер сделанных оценок, поскольку формирование однородного по глубине температурного распределения с неизбежностью сопряжено с предшествующим ему интенсивным вертикальным перемешиванием.

### **Выводы к главе 3**

В третьей главе диссертации обсуждаются методы моделирования температурного режима глубоких водоемов. Значительная часть третьей главы посвящена предлагаемой одномерной пространственной модели. Показана правомерность применения этой модели для реконструкции эволюции температурного режима верхних слоев оз. Байкал. В рамках предлагаемой модели определены пространственно-временные зависимости эффективных коэффициентов турбулентной температуропроводности и вертикального массопереноса по данным непрерывного температурного мониторинга.

Вторая часть третьей главы посвящена результатам апробации модели на данных температурного мониторинга. Основные результаты состоят в следующем.

В целом верхний слой разделяется на два интервала глубин, в которых пространственно-временное поведение обоих коэффициентов существенно различается в течение практически всего года. Граница между интервалами примерно соответствует глубине залегания мезотермического максимума (~ 150м).

Наибольшие значения вертикального массопереноса соответствуют глубинам до 150 м (верхний интервал). В этом интервале глубин типичные значения порядка  $10^{-3}$  см/с, наибольшие достигают порядка  $10^{-2}$  см/с. Исключая периоды гомотермии турбулентная температуропроводность было

$10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с в верхнем интервале и  $10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с в нижнем. Наибольшие значения температуропроводности наблюдаются непосредственно перед гомотермиями и достигают 0.02 м<sup>2</sup>/с

Более высокие значения обоих коэффициентов свидетельствуют о большей интенсивности водообменных процессов в периоды, предшествующие осенней гомотермии, чем в аналогичные периоды перед установлением весенней гомотермии.

В результате продемонстрировано разделение механизмов теплопередачи в динамических процессах, протекающих в водной толще и формирующих эволюцию температурного режима озера. В среднем, основной вклад в перераспределение энергии вносит вертикальная составляющая конвективного слагаемого субстанциональной производной. Моделирование показало, что для реконструкции эволюции усредненного профиля в большинстве случаев достаточно варьировать только коэффициент температуропроводности. Тем не менее, суммарный вклад усредненных течений является достаточно значительным и поэтому для восстановления тонкой структуры профиля необходим учет обоих слагаемых.

Получены количественные оценки максимальных вертикальных скоростей в периоды формирования гомогенного температурного профиля (т.е. в периоды близкие к гомотермиям). Максимальное значение вертикальной скорости составляет порядка нескольких десятых см/с.

По результатам моделирования температурного режима и согласно полученным оценкам вертикальной компоненты скорости и кинетической энергии вертикальных смещений показано, что максимальная интенсивность вертикального водообмена наблюдается в верхних слоях в периоды близкие к гомотермии.

## **Глава 4 Спектральный анализ временных рядов температуры, полученных в южном Байкале**

Одним из важнейших методов анализа динамики среды является спектральный анализ временных рядов тех или иных ее характеристик. Спектральный анализ позволяет количественно сравнить временные ряды между собой, помогает выявлять то, каким образом временные ряды связаны друг с другом, исследовать процессы, связанные с распространением и взаимодействием внутренних волн, возникающих в водоеме с ярко выраженной и достаточно устойчивой плотностной стратификацией.

Данные непрерывного мониторинга температурного режима представляют собой дискретные временные ряды, что позволяет проводить спектральный анализ температурных вариаций [105- 109]. Благодаря такому подходу исследуются процессы переноса энергии, периоды наиболее интенсивных возмущений, оценен их масштаб, скорость развития и перемещения в область больших глубин. Поскольку различные периоды времени (зима, лето, периоды гомотермий) характеризуются разными динамическими процессами, отображающимися в спектральном наполнении, целесообразно использовать оконные преобразования. Величина окна выбирается таким образом, чтобы охватить интервал развития основных волновых процессов в соответствующий период.

## 4.1 Спектральная плотность как энергетическая характеристика динамических процессов

Основным элементом спектрального анализа является Фурье-образ исследуемой величины, в нашем случае - температуры:

$$I(\omega | t_0, z) = \int_{t_0 - \frac{\Delta t}{2}}^{t_0 + \frac{\Delta t}{2}} e^{i\omega\tau} T(\tau, z) d\tau \quad (4.1)$$

где  $t^0$  - является центром окна.

Спектральная функция  $I(\omega)$ , определяющаяся преобразованием Фурье, позволяет определить амплитудный спектр исследуемого процесса. В дополнение к ней ключевым показателем динамики процесса является спектральная плотность корреляционной функции  $S(\omega)$ . Функция спектральной плотности иначе называется спектром мощности; наряду с плотностью вероятности, корреляционными функциями, математическим ожиданием и дисперсией, спектр мощности относится к характеристикам, с помощью которых анализируются основные свойства стационарных случайных процессов. Спектральная плотность применяется для анализа систем, подвергнутых действию случайных сигналов, для определения свойств систем по входным и выходным процессам, идентификации источников энергии и шума; знание спектральной плотности помехового сигнала позволяет определить физическую природу этого сигнала и осуществить его подавление или фильтрацию; спектр мощности используется для оценки соотношения между периодическими и шумовыми составляющими случайного процесса.

Функция спектральной плотности характеризует гармонический состав исследуемого процесса. Она определяет энергетический спектр, т.е. характеризует распределение энергии по частотам.

$$S(\omega) = \int_{t_0 - \frac{\Delta t}{2}}^{t_0 + \frac{\Delta t}{2}} e^{i\omega\tau} R(\tau | t_0, z) d\tau \quad (4.2)$$

где корреляционная функция температуры определена как

$$R(\tau | t_0, z) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0 - \frac{\Delta t}{2}}^{t_0 + \frac{\Delta t}{2}} T(t + \tau, z) T(t, z) dt \quad (4.3)$$

Согласно своему определению спектральная плотность

$$S(\omega) \sim |I(\omega)|^2 \quad (4.4)$$

Анализ спектральной плотности корреляционной функции температуры составил основной предмет исследований в данной части диссертационной работы.

## 4.2 Исследование вертикального распределения функции спектральной плотности

Исследование Фурье-образа корреляционной функции температуры показало существование тенденции к заполнению всего частотного диапазона. Тем не менее, на спектрах корреляционной функции температуры наблюдаются максимумы. Эти максимумы соответствуют набору периодов отвечающих определенным динамическим процессам, протекающих в естественных водоемах. Турбулентный режим характеризуется широким интервалом связанных спектральных возмущений, амплитуда которых подчиняется законам Колмогорова [108].

В силу того, что вариации температуры отражают динамику течений и волновых процессов, спектры корреляционной функции температуры по своему характеру близки к спектрам течений. Также как и в спектрах течений [110, 111], в спектрах корреляционной функции температуры наблюдаются ярко выраженные максимумы в области инерционной частоты ( $\sim 15$  часов) и на частоте её первого обертона ( $\sim 7$  часов) (см. рисунок 4.1). Инерционные колебания присутствуют в течение всего года по всему диапазону глубин.

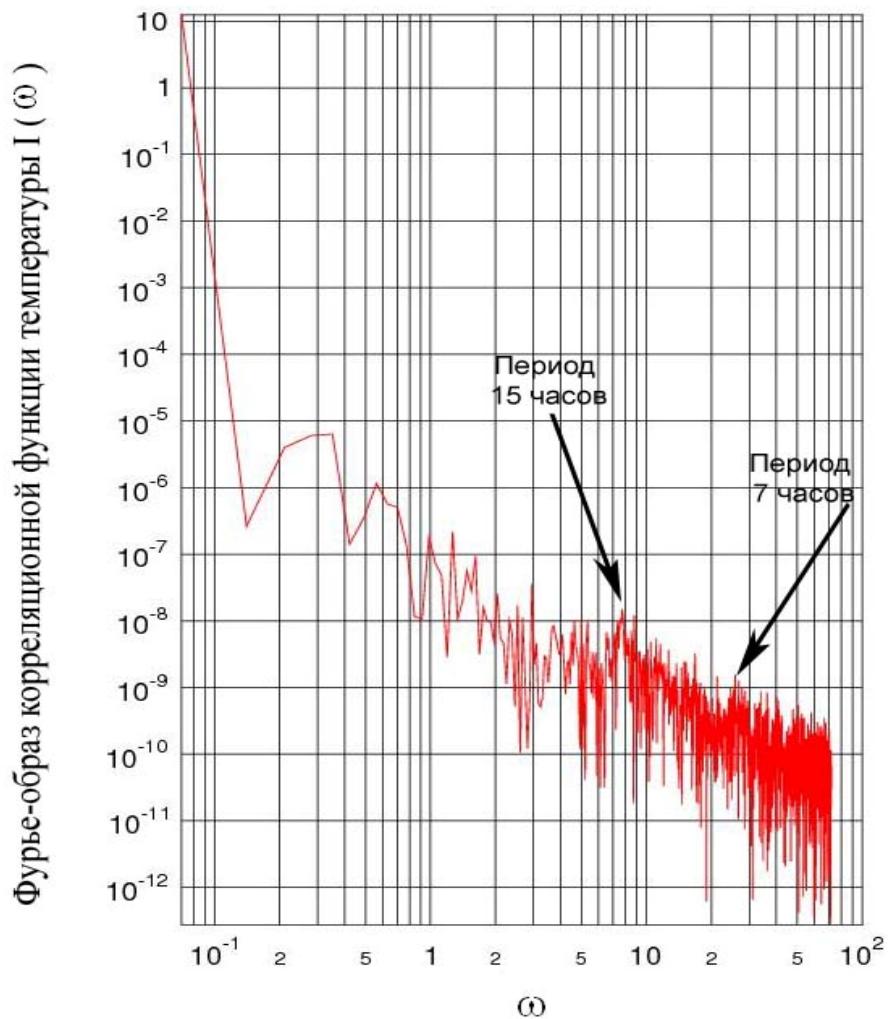


Рисунок 4.1 – Фурье-образ корреляционной функции температуры в зависимости от частоты в дважды логарифмическом масштабе (по измерениям 2004-2005гг на буйковой станции «Neutrino East» на глубине 90м)

Поскольку, инерционные колебания, наблюдаются повсеместно, является целесообразным подробное рассмотрение поведения спектральной плотности на инерционной частоте на разных глубинах, разнесенных по всей водной толще.

На рисунке 4.2 показано, как изменялось со временем значение спектральной плотности  $S(\omega)$  на инерционной частоте на разных горизонтах.

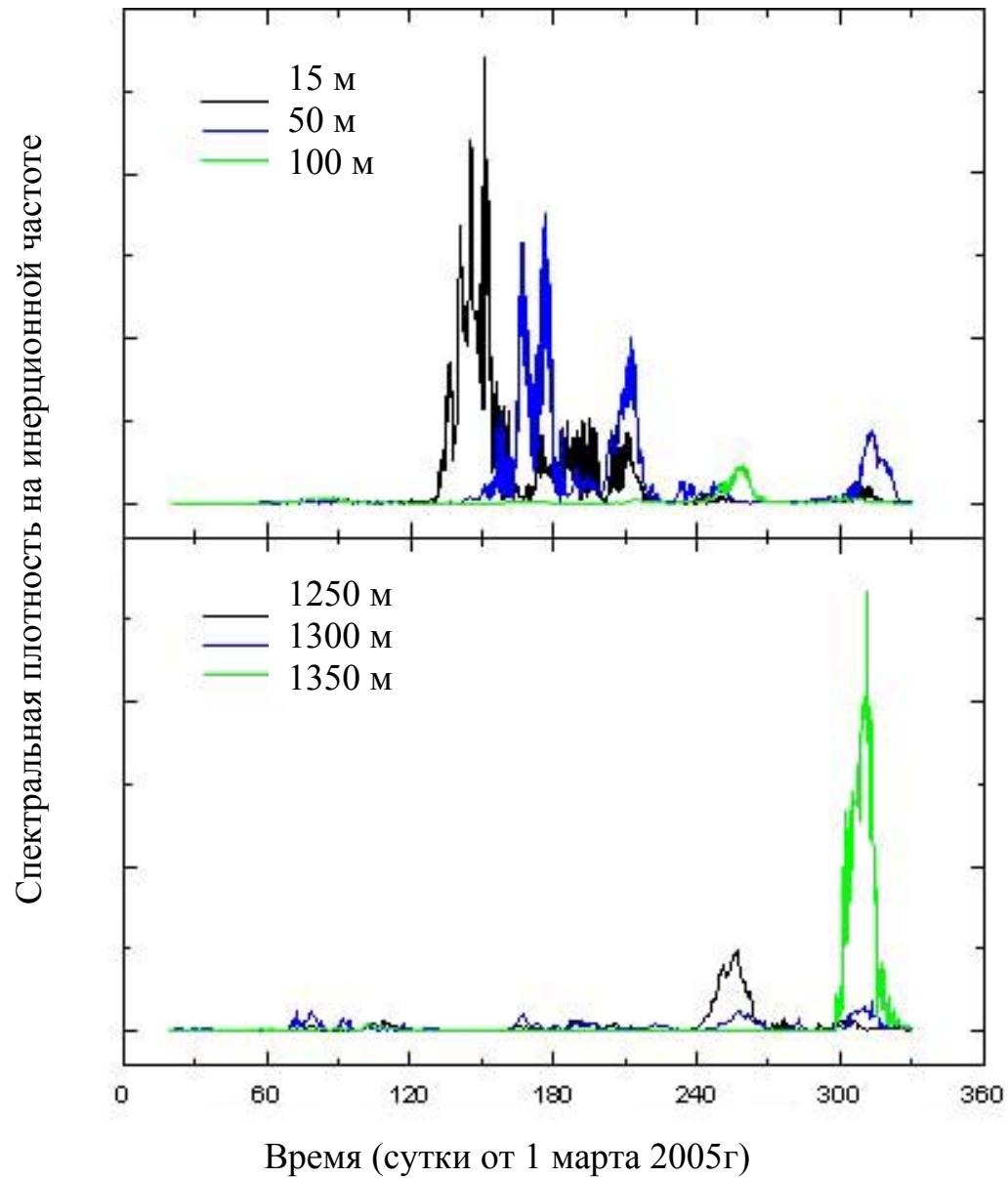


Рисунок 4.2 – Изменение значений спектральной плотности  $S(\omega)$  на инерционной частоте со временем на разных глубинах (на графике с глубинами 1250-1350 м масштаб вертикальной шкалы увеличен в 5000 раз)

В приповерхностном слое максимальные значения спектральной плотности на инерционной частоте относятся к летнему периоду. На других глубинах наибольшие значения характерны, как правило, для периодов гомотермии, хотя на некоторых горизонтах заметная активность имела место практически в течение всего года. Если сравнить интенсивности в периоды

гомотермии, то в целом именно осенняя гомотермия и предшествующий ей период отличаются самой большой энергетикой. Следует отметить, что после осенней гомотермии наблюдается резкий пик в придонной области. Возможно, это связано с особенностями динамики в присклоновых областях

Помимо инерционных колебаний естественные водоемы обладают еще целым набором характерных процессов.

Так, например, наблюдаются свободные периодические колебания – сейши (фр.Seiche), являющиеся стоячими волнами, возникающими в замкнутых или частично замкнутых водоемах за счет интерференции волн, отраженных от границ. [111-112] Период сейшевых колебаний может быть оценен, например, с помощью формулы Мериана

$$T_n = \frac{2L}{n \cdot \sqrt{g \cdot h}} \quad (4.5)$$

где  $n$  – число узлов (минимумов амплитуды колебаний) сейши,  $T_n$  – период  $n$ -узловой сейши,  $L$  – средняя длина водоема,  $h$  – средняя глубина,  $g$  – ускорение силы тяжести [113].

Для озера Байкал наблюдается следующий набор характерных процессов: сейши с периодами 278, 140, 93 и 70 мин (одно, двух-, трех- и четырехузловая), приливные процессы с периодом - 12 ч, инерционные процессы с периодами 15, 7 часов, синоптические возбуждения с периодами от 2 до 5 суток [115-118].

Согласно проведенному анализу необходимо отметить, что вариации корреляционной функции температуры на синоптических и сейшевых частотах имеют различный характер. На рисунке 4.3 приведены  $S(\omega)$  для набора характерных частот как функции времени на различных горизонтах в период с марта 2004 по март 2005 годы.

Соответствующая каждому горизонту кривая отнормирована таким образом, чтобы максимальное значение было равным единице. По максимумам колебаний на сейшевых частотах можно провести ломаную, состоящую из двух отрезков. Первый отрезок проводится через верхние

горизонты 15, 50, 100, 150 м. Второй отрезок ломаной значительно большего наклона приходится на период осеннеей гомотермии. Видно, что возмущения довольно быстро охватывают весь слой 200-1000 м.

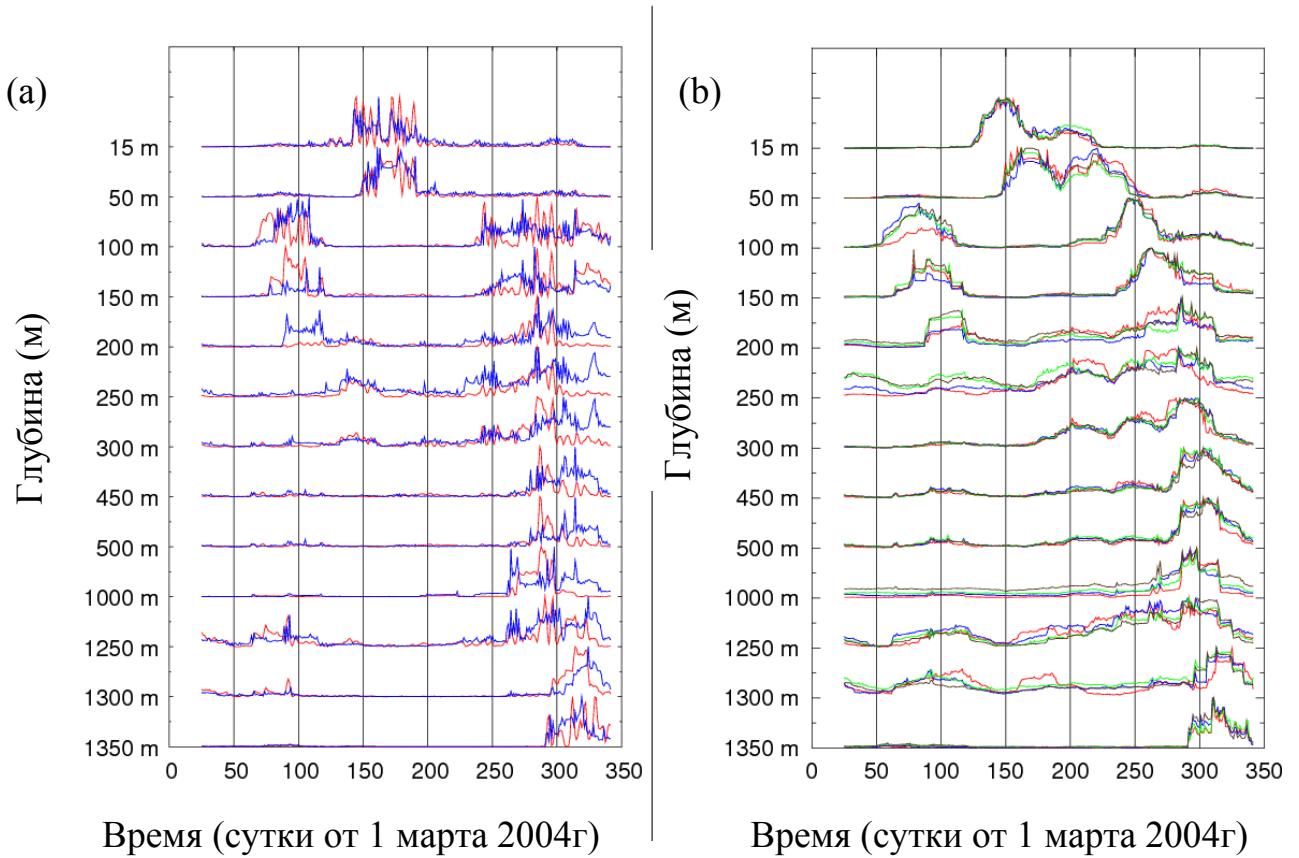


Рисунок 4.3 – Внутригодовое распределение Фурье-образа температуры на различных глубинах: a) для синоптических частот, b) для сейшевых частот

Примем точку, в которой значение интеграла Фурье-образа слева равно значению интеграла Фурье-образа справа за место расположения условного «центра масс», тогда можно оценить скорости распространения возмущения. Для скорости распространения возмущения получается оценка  $\sim 3 \cdot 10^{-4}$  м/с. Полученное значение скорости распространения возмущения качественно коррелирует со скоростью расширения области повышенной температуропроводности, полученной при моделировании температурного режима верхних слоев оз. Байкал (см. раздел 3.2) [26]. Тот факт, что

распространение возмущения по вертикали в периоды близкие к гомотермии наблюдается в широком интервале частот и интервал этот уширяется по мере смещения, может быть проинтерпретирован как подтверждение не волновой, а конвективной природы распространения энергии в эти периоды.

Аналогичная структура выявляется и при рассмотрении других годичных интервалов.

Были получены и проанализированы распределения Фурье-образа температуры и для других частот. В результате сравнительного анализа всех полученных спектров были сделаны следующие выводы.

В целом поведение спектральной плотности является типичным для естественных водоемов. Наблюдается тенденция к заполнению всего частотного диапазона. Основным механизмом здесь является, по-видимому, каскадная передача энергии от крупномасштабных возмущений ко все более мелким, формируемая нелинейными эффектами. Если сравнить зависимости  $S(\omega)$ , имеющие место на одной глубине в разные сезоны, то четко обнаруживается интенсификация возмущений в летний период. Это вполне прогнозируемое поведение особенно заметно в верхнем слое, что свидетельствует об активизации притока энергии от поля ветра на поверхности за счет напряжения, давления и потоков плавучести.

На средних глубинах со слабой стратификацией указанное явление просматривается не столь отчетливо. Данный факт может быть связан как с уменьшением доли передаваемой туда поверхностной энергии, так и со значительно более низкими градиентами температур. В придонной области основным источником возмущений служит топографическое порождение. Спектры, полученные в результате обработки, не позволяют сделать каких-либо однозначных выводов о том, коррелируют ли возбуждения в поверхностной и придонной зонах (за исключением периодов весенней и осенней гомотермии).

Таким образом, анализ спектральных характеристик показывает, что динамика в приповерхностном слое существенно отличается от глубинной

активности. Как и следовало ожидать, только в периоды весенней и осенней гомотермии развиваются динамические процессы, охватывающие всю толщу озера. В целом период осенней гомотермии отличается значительно большей энергетикой. Можно предположить, что здесь имеет место медленная, но обладающая эффектом накопления передача энергии летних поверхностных возмущений на большие глубины. Динамика придонного слоя определяется, по-видимому, характером прислоновых течений. Имеющиеся в наличии данные недостаточны для того, чтобы делать однозначные выводы о динамике придонной области.

Наряду с исследованием спектров на выделенных характерных частотах, чтобы выявить взаимосвязи возмущений на разных глубинах в разные времена года в целом, удобно использовать интегральные характеристики, а именно величину  $J(t, h)$ , равную интегралу спектральной плотности и служащую показателем величины энергии возмущения, согласно теореме Парсеваля [119]

$$J(t0, h) = \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} S(\omega, h) d\omega \quad (4.6)$$

В расчетах интеграл спектральной плотности  $J(t0, h)$  можно аппроксимировать интегральной суммой по всевозможным частотам. Верхний предел определяется частотой опроса термисторов (10 минут), нижний выбран так, чтобы влияние сезонного развития температурного профиля было исключено (25 суток).

Сравнение вертикальной структуры распределения интеграла спектральной плотности с распределением для сейшевых частот показало, в целом, схожую картину, что свидетельствует о преобладании возмущений данного типа в течение года.

Примеры изменения интегральной характеристики в течение года на разных глубинах показаны на рисунке 4.4. По порядку величины интегральные характеристики изменяются от  $10^{-3}$  на верхних глубинах до  $10^{-7}$

в придонных слоях. Для более удобного восприятия, на графике представлены значения, нормированные на величину максимального значения на каждой глубине соответственно.

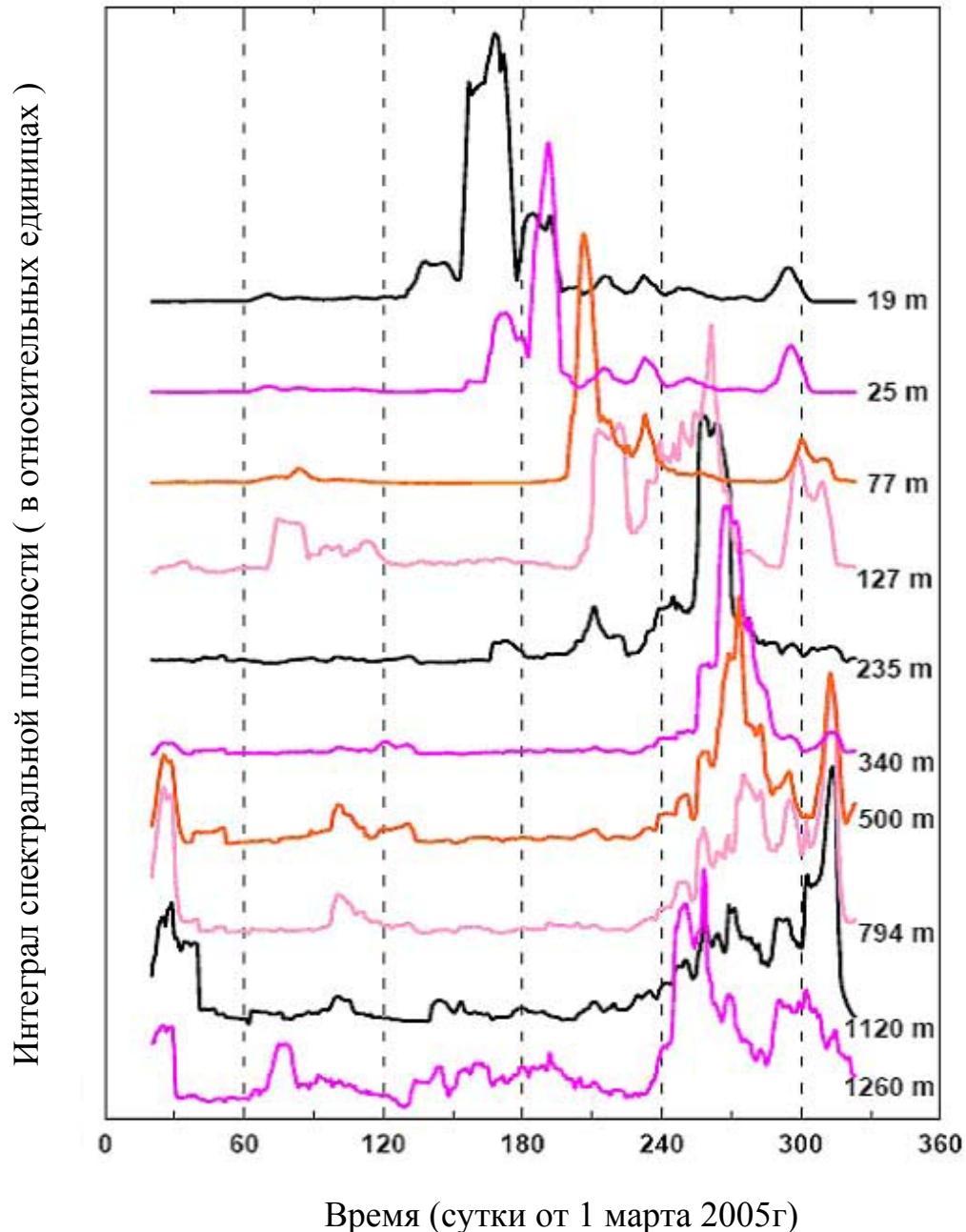


Рисунок 4.4 – Зависимость интеграла спектральной плотности (в относительных единицах) от времени на различных горизонтах

На основе сравнения полученных графиков были сделаны следующие выводы. На глубинах до 100 м наибольшая интенсивность возмущений наблюдалась в летний период. В более глубоких слоях основная динамика

связана с периодами весенней и осенней гомотермии. По-видимому, это следствие процессов, ответственных за формирование устойчивой стратификации.

Соотнося моменты времени, когда на той или иной глубине имели место наибольшие значения интегральной характеристики, можно оценить направление распространения энергии возмущений и время их проникновения вглубь. Как и следовало ожидать, в летний период потоки энергии направлены от поверхностного слоя вниз, причем на глубину 50 м энергия поверхностных возбуждений передается в течение месяца. В периоды гомотермии возбуждения в верхних слоях также имели место, но их суммарная интенсивность была значительно ниже. При этом потоки энергии были направлены также вниз, а характерные времена распространения значительных возмущений составляли около двух недель.

На глубинах от 100 до 500 м наибольшие значения интегральной характеристики имели место в периоды весенней и осенней гомотермии. Во время осенней гомотермии суммарная интенсивность возмущений была выше, причем с увеличением глубины указанная тенденция становится все более отчетливой. Одним из возможных объяснений этого может быть эффект накопления энергии возмущений, передающихся из вышележащих слоев чрезвычайно медленно действующими механизмами переноса. Здесь наиболее показательны данные по значительным глубинам (от 1000 м и ниже вплоть до дна).

Значения интегральной характеристики в пике, связанном с осенней гомотермией, более чем на порядок превосходят значения, типичные для периода весенней гомотермии. При этом в предшествующие осенней гомотермии месяц-полтора отчетливо видна постепенная интенсификация динамики водной среды. Вместе с тем хорошо развившиеся уже возмущения проникают в нижележащие слои достаточно быстро, за времена порядка нескольких суток.

Для выявления относительных масштабов активности на разных глубинах удобно рассмотреть распределение максимальных значений спектральной плотности корреляционной функции по глубине на фиксированных частотах (рисунок 4.5).

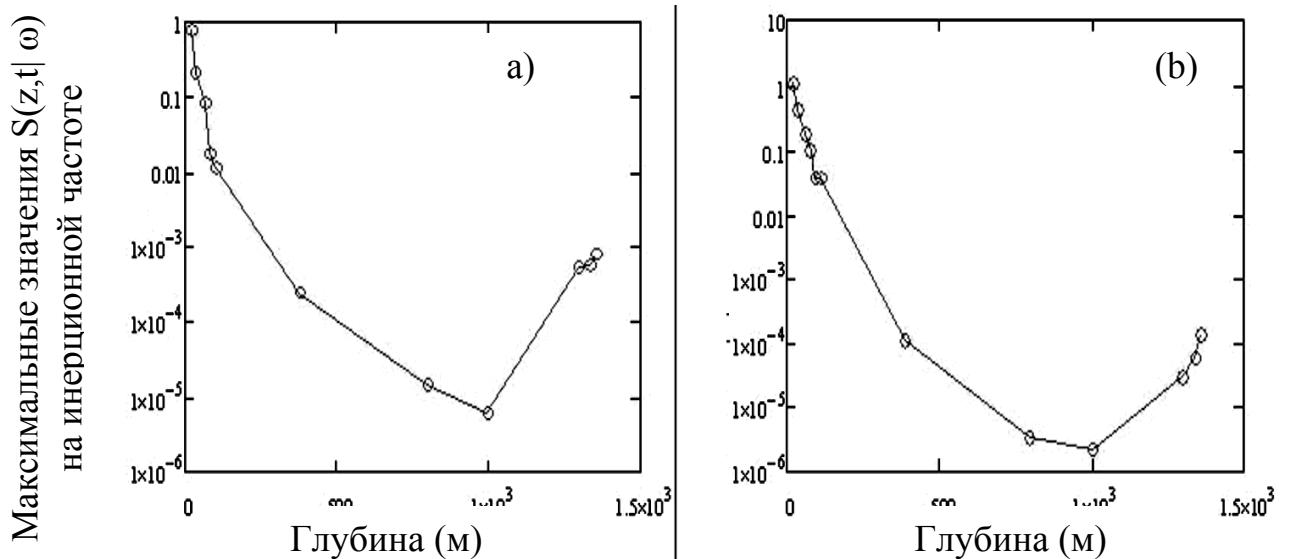


Рисунок 4.5 – Максимальные значения  $S(z, t | \omega)$  на горизонтах установки термисторов в интервалы наблюдений: (a) 2006-2007, (b) 2007-2008 г

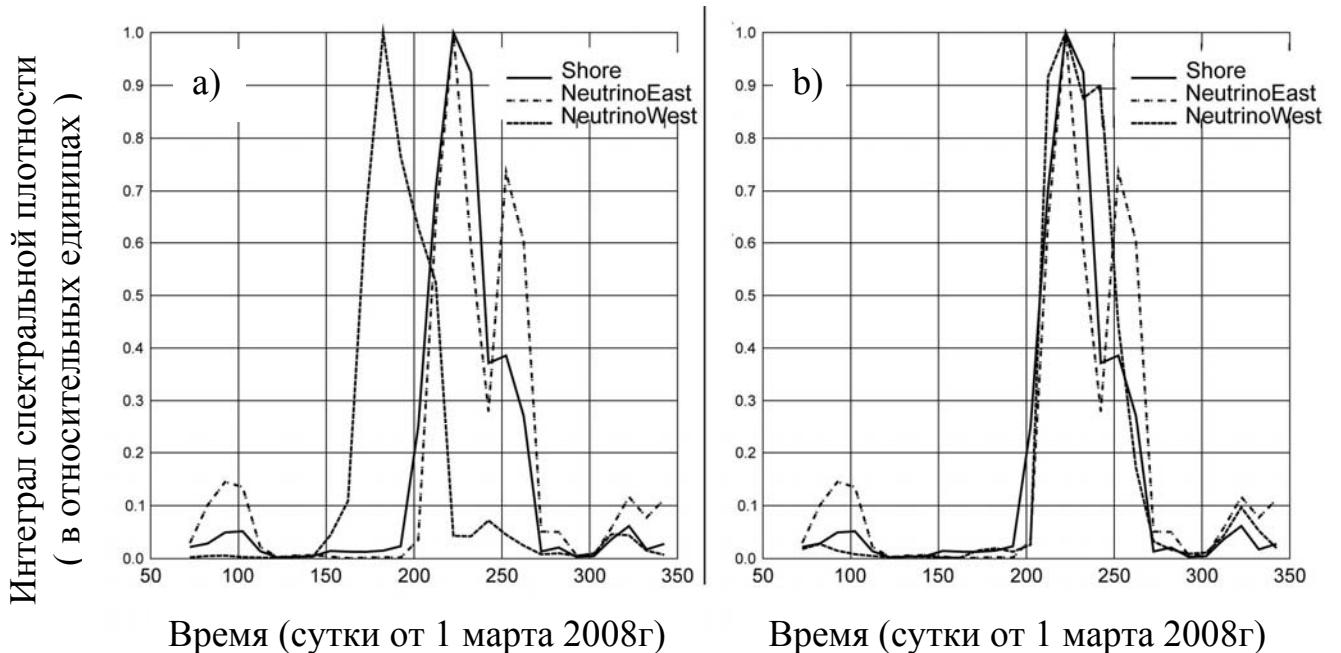
Согласно полученным распределениям можно отметить ежегодную заметную интенсификацию возмущений вблизи дна.

Это повышение значений спектральной плотности корреляционной функции является дополнительным подтверждением хорошо известного факта активизации динамики вблизи твердой границы, что свидетельствует о том, что в придонной области присутствуют движения жидкости специфического вида, не характерного для основной водной толщи [37].

Поскольку горизонтальный градиент температур мал, естественно было ожидать похожее поведение распределения интеграла спектральной плотности по глубине на всех буйковых станциях. В целом, наблюдения подтвердили, тем не менее наблюдаются различия по времени наблюдения

пиков. Примеры зависимостей интеграла спектральной плотности от времени на разных буйковых станциях на фиксированных глубинах приведены на рисунке 4.6.

Данные приведены после нормировки на величину максимального значения на каждой глубине соответственно.



*Рисунок 4.6 – (a) Зависимость интеграла спектральной плотности (в относительных единицах) от времени на буйковых станциях Short , Neutrino West, Neutrino East на горизонте 50 м; (b) - Зависимость интеграла спектральной плотности (в относительных единицах) от времени на буйковых станциях Short, Neutrino East на горизонте 50м и Neutrino West на 75 м*

На глубине 50м. наибольшая интенсивность возмущений на станции Neutrino West наблюдается со смещением в месяц относительно времени наблюдения максимума интенсивности на станциях Short , Neutrino East (рисунок 4.6 (а)).

При этом в момент максимальных возмущений на станциях Short, Neutrino East в точке Neutrino West наблюдается максимум на другом горизонте - 75м (рисунок 4.6 (б)).

Это позволяет сделать вывод об одновременном распространении температурного возмущения по горизонтали и в глубину. Средняя скорость распространения такого температурного возмущения составляет порядка  $\sim 10^{-2}$  см/с.

#### 4.3 Выделение основных типов динамических процессов по результатам спектрального анализа температурных рядов

Как видно из рисунка 4.1, распределение Фурье-образа корреляционной функции температуры в зависимости от частоты в дважды логарифмическом масштабе представляет собой прямую. Это позволяет аппроксимировать его степенным законом.

В инерционном интервале спектр кинетической энергии подчиняется «закону пяти третей» Колмогорова-Обухова:

$$F(k) \sim k^{-5/3} \quad (4.8)$$

При интегрировании трехмерного спектра по всем направлениям волнового вектора получается спектр волновых чисел  $E(k)$ .

В области малых масштабов неоднородностей рассматриваемого гидродинамического поля (т.е. поля температуры) на прямой  $L$  одномерный спектр волновых чисел  $F_1(k_1)$  может быть построен по частотному спектру флуктуаций значений поля в фиксированной точке на заданной прямой  $E_1(\omega)$  согласно гипотезе «замороженной турбулентности» Дж. Тэйлора:

$$F_1(k_1) = \bar{u} E_1(\bar{u} k_1) \quad (4.9)$$

где  $\bar{u}$  - осредненный компонент скорости статистически стационарного и горизонтально-однородного течения вдоль прямой  $L$ . В случае локально-изотропной турбулентности спектр волновых чисел и одномерный спектр связаны соотношением

$$E(k) = -2k \frac{dF_1(k)}{dk} \quad (4.10)$$

Следовательно, по частотному спектру  $E_1(\omega)$  возможно построение спектра волновых чисел  $E(k)$  и наоборот [114].

Т. е. в случае, когда изменение температуры в точке в основном связано с движением воды, можно использовать линейную связь между величинами  $\omega \approx \bar{u} k_l$ .

Для инерционно-конвективной динамики зависимость спектральной плотности температурных флуктуаций записывается согласно «закону пяти третей» Обухова-Корсина в форме:

$$E_T(k) \sim k^{-5/3} \quad (4.11)$$

Сравним величины Фурье-образа корреляционной функции температуры  $I(\omega | t0, z)$ , полученные согласно модели (4.6), с зависимостью (4.11). Таким образом, мы можем выявить периоды, для которых наблюдается хорошее согласие с законом «5/3», что означает наблюдение динамики среды подобной инерционно-конвективной. Необходимо подчеркнуть, что согласие с законом «5/3» еще не является однозначным свидетельством наличия свободной конвекции. Мы можем лишь предполагать связь наблюданной динамики с инерционно-конвективными процессами.

Мы будем проводить сравнение спектральной картины с зависимостью

$$I(\omega | t0, z) \sim \omega^{-5/3} \quad (4.9)$$

Для заданного момента времени мы рассчитываем величину  $I(\omega | t0, z)$  как степенную функцию  $\sim \omega^B$ , где  $B(z, t0) = (5/3)\alpha(z, t0)$  и  $\alpha(z, t0)$  является оценочным параметром. В областях, где значение  $\alpha(z, t0)$  близко к единице, можно говорить о достаточном согласии с законом «5/3».

Результаты проведенного анализа для 2000 и 2004 гг. приведены на рисунке 4.7. Здесь зеленым цветом окрашены те области, где значение  $\alpha \approx 1$ .

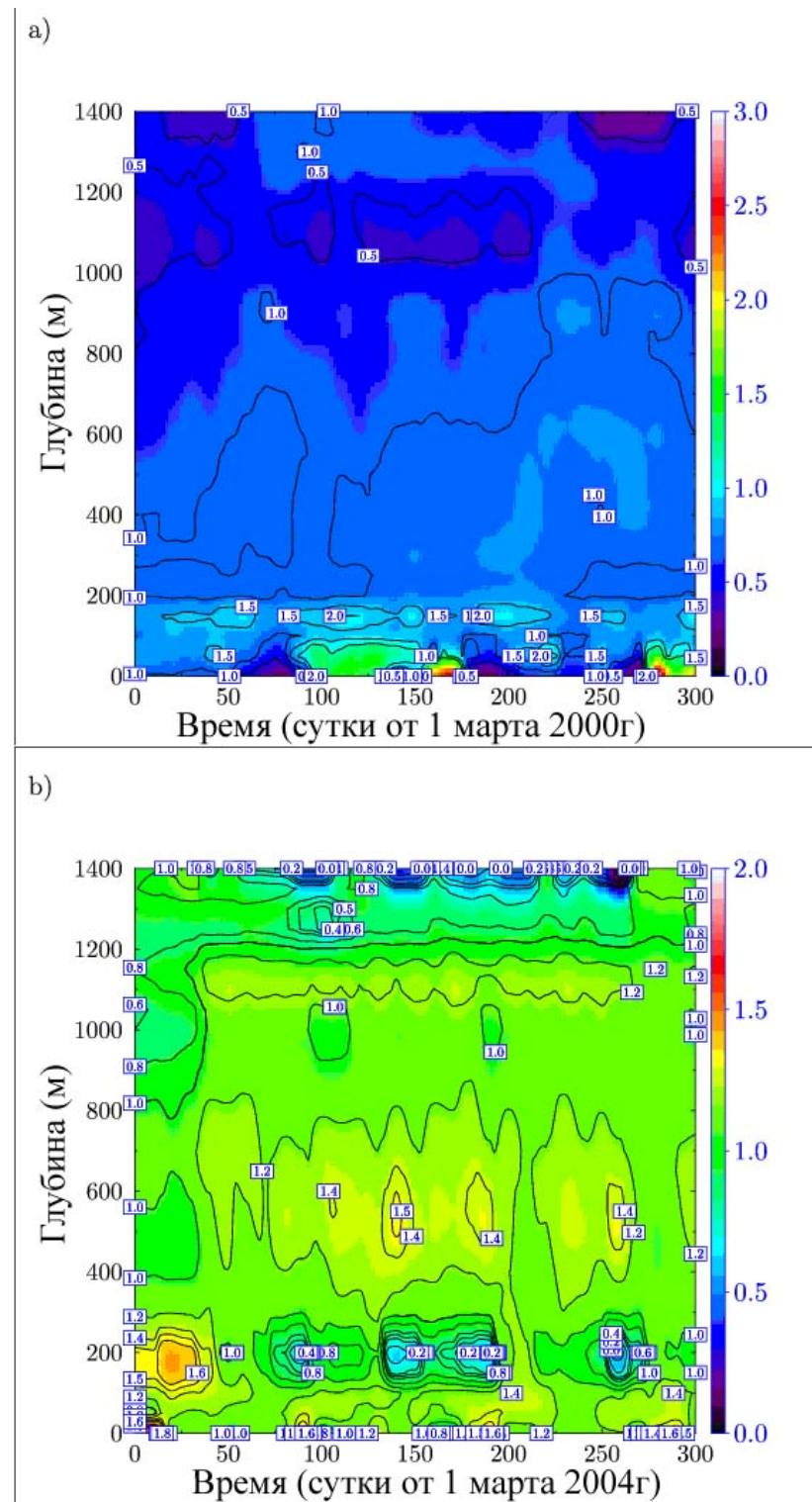


Рисунок 4.7 – Оценочный параметр  $\alpha$ , вычисленный как функция глубины и времени: (а) 2000г, (б) 2004 г.

Как видно из рисунка 4.7, хорошее согласие с законом «5/3» в 2000г. наблюдалось в течение всего года на средних глубинах, более того, в периоды близкие к гомотермиям область  $\alpha \approx 1$  расширяется, захватывая

более глубинные слои. В 2004 г. область с  $\alpha \approx 1$  значительно шире, что свидетельствует о наличии интенсивных процессов перемешивания на протяжении почти всего года.

Этот результат можно объяснить влиянием наличия устойчивой или, напротив, относительно слабой стратификации. Проведенное моделирование внутригодовой эволюции коэффициентов температуропроводности и вертикального массопереноса показало, что 2000 год характеризовался относительно малыми величинами коэффициентов температуропроводности, что свидетельствует о сильной стратификации. Тогда как в 2004 году стратификация была относительно слабой, о чем говорят повышенные значения коэффициентов температуропроводности, на протяжении большей части года [26, 120]. Это связано как с достаточно низким значением вертикального градиента температуры, так и с наблюдавшимися в 2004 г. крупномасштабными явлениями апвеллинга [74, 75], которые сопровождаются возникновением термобарической неустойчивости, что приводит к ослаблению общей стратификации.

Сравним полученную картину с другими типами динамических процессов. Так, согласно [115], вязко-конвективная динамика обычно характеризуется с зависимостью  $\sim \omega^{-1}$ , где значение  $\alpha = 0.6$ . На рисунке 4.7 соответствующие области окрашены голубыми оттенками. Значение оценочного параметра для такого типа динамики наблюдается в глубинных (но не придонных) слоях.

Особого внимания при рассмотрении требует динамика верхних слоев. Здесь наблюдается спектральная зависимость  $\sim \omega^B$  где  $B > -5/3$  может рассматриваться как свидетельство присутствия внутренних волн.

Наряду с исследованием степенного параметра в функции, моделирующей Фурье-образ корреляционной функции температуры, было проведено исследование зависимости амплитуды  $A(z, t)$  от глубины и

времени. Поскольку график имеет линейный характер, можно использовать экспоненциальное приближение:

$$A(z, t) \sim \exp(-\xi z) \quad (4.10)$$

где  $\xi$  является оценочным параметром.

На рисунке 4.8 представлено распределение амплитуды  $A(z, t)$  от глубины и времени для 2000г. Значение функции  $A(z, t)$  представлено в логарифмической шкале, а распределение по глубине в обычной шкале.

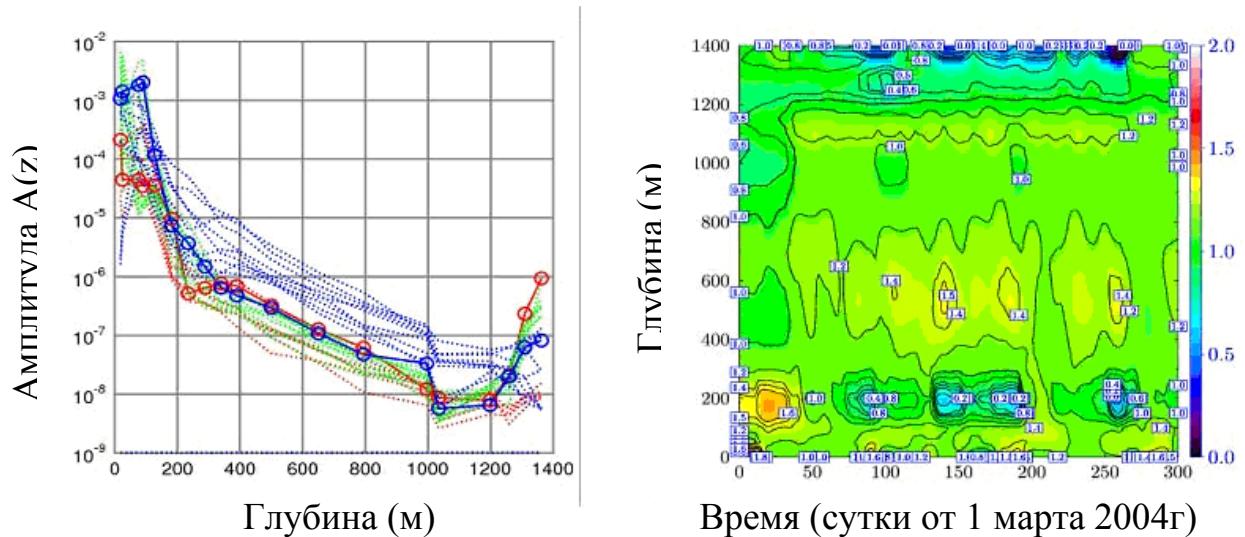


Рисунок 4.8 – (a) Зависимость  $A(z)$  соответствующая определенным фиксированным моментам времени; (b) 3х-мерная карта распределения амплитуды  $A(z, t)$

Из графика видно четкое разделение водной толщи на 3 области в соответствии со значениями параметра  $\xi$ . В верхнем слое значение  $\xi \sim 0.01 \text{ m}^{-1}$  меняется ежегодно, глубинный слой характеризуется устойчивым значением  $\xi \sim 0.006 \text{ m}^{-1}$ , и в придонной области  $\xi \approx -0.03 \text{ m}^{-1}$ . Отрицательное значение параметра  $\xi$  является показателем интенсификации движения водных масс по направлению от дна.

## Выводы к главе 4

Четвертая глава диссертации посвящена результатам спектрального анализа температурных рядов. Рассматривается распределение спектральной плотности температуры по глубине и ее изменения по времени для различных лет, также анализируется корреляционная функция температуры. Анализ проводится как для выделенных частот, так и для интегральных характеристик.

Проведенный спектральный анализ позволил оценить изменение по времени картины энергетического баланса.

На глубинах до 100 м наибольшая интенсивность наблюдается в летний период. Типичное время распространения области возмущений через приповерхностную зону порядка месяца. На больших глубинах заметные возмущения наблюдаются в периоды, близкие по времени к моментам гомотермий. При этом осенняя динамика отличается значительно большей интенсивностью.

Наблюдается общая корреляция между результатами моделирования коэффициента турбулентной температуропроводности и спектральным анализом области свободной конвекции.

Значения характеристик, как интегральной так и по отдельным частотам, в пике, связанном с осенней гомотермией, более чем на порядок превосходят значения, типичные для периода весенней гомотермии. При этом в предшествующие осенней гомотермии месяц-полтора отчетливо видна постепенная интенсификация динамики водной среды. Вместе с тем хорошо развившиеся уже возмущения проникают в нижележащие слои достаточно быстро, за времена порядка нескольких суток.

Общие поведение интегральных характеристик повторяет основные черты соответствующих характеристик по отдельно взятым частотам.

## Заключение

Диссертационная работа посвящена исследованию на примере озера Байкал разномасштабных гидродинамических процессов в естественных глубоких водоемах, играющих важную роль в круговороте вещества и энергии. Многообразие факторов, определяющих характер вертикального и горизонтального переноса вод, существенная нелинейность многих процессов, делают практически невозможным строгое описание всех явлений, исходя исключительно из фундаментальных уравнений гидродинамики и статистической физики, что является причиной недостаточной изученности на сегодня многих физические механизмы обмена вод в озере Байкал – крупнейшем в мире резервуаре чистой воды, населенном уникальным биологическим сообществом. Актуальным остается вопрос исследования процессов насыщения глубинных слоев кислородом, перераспределения энергии и снижения концентрации вредных веществ в крупных внутренних водоемах, что очень важно для правильного понимания современного состояния экосистемы озера Байкал и более точного прогнозирования возможных в ней изменений за счет глобальных природных процессов и антропогенного воздействия.

Прямые измерения полей векторов скоростей движения вод – чрезвычайно сложная технически задача, для решения которой требуются очень высокие затраты. В этой связи для экспериментального исследования процессов водообмена часто используются те или иные косвенные методы. Поскольку процессы водообмена, сопровождаются переносом вод с разной температурой, т.е. теплопереносом, то один из наиболее удобных методов исследования гидрофизических процессов состоит в том, чтобы использовать температуру в качестве маркера для изучения горизонтального и вертикального переноса вод.

Результаты, представленные в диссертационной работе, получены на основе многостороннего анализа данных многолетнего мониторинга

пространственно-временной структуры температурного поля в окрестности Байкальской нейтринной обсерватории в Южном Байкале. Основные результаты диссертационного исследования состоят в следующем:

Получен и апробирован на экспериментальных данных метод, позволяющий провести оценку пространственно-временных масштабов водообменных процессов на основе фундаментальных принципов. Показано, что для статически устойчивого профиля температуры в приближении инфинитезимальных смещений метод позволяет получить правильные выражения для силы плавучести в зависимости от частоты Брента-Ваясяля и обобщает известные соотношения на случай смещений конечной величины. Сравнение с результатами натурных наблюдений показывает, что данный метод дает правильные по порядку величины оценки.

Проведенная реконструкция эволюции таких термодинамических характеристик как: распределение по глубине эффективного коэффициента турбулентной температуропроводности и эффективного коэффициента вертикального массопереноса показала что, в целом, верхний слой в Южной части озера Байкал разделяется на два интервала глубин, в которых пространственно-временное поведение обоих коэффициентов существенно различается в течение практически всего года. Граница между интервалами примерно соответствует глубине залегания мезотермического максимума ( $\sim 150$ м). Наибольшие значения вертикального массопереноса соответствуют глубинам до 150 м (верхний интервал). В этом интервале глубин типичные значения эффективного коэффициента вертикального массопереноса порядка  $10^{-3}$  см/с, наибольшие его значения достигают величин порядка  $10^{-2}$  см/с. Исключая периоды гомотермии, турбулентная температуропроводность была  $10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с в верхнем интервале и  $10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с в нижнем. Наибольшие значения температуропроводности наблюдаются непосредственно перед гомотермиями и достигают 0.02 м<sup>2</sup>/с. По результатам оценки вертикальных скоростей и соответственно значений кинетической энергии вертикальных смещений показано, что своих наибольших значений они достигают в

периоды близкие к весенней и осенней гомотериям. Максимальное значение вертикальной скорости в эти периоды составляет порядка нескольких десятых долей сантиметра в секунду.

Проведенный спектральный анализ позволил оценить изменения по времени картины энергетического баланса: на глубинах до 100 м. Наибольшая интенсивность наблюдается в летний период, наибольшие значения вертикальной компоненты скорости достигаются на горизонтах близких к поверхности (19м, 25м). Типичное время распространения энергии через приповерхностную зону порядка месяца. Наблюдается корреляция между результатами моделирования коэффициента турбулентной температуропроводности и спектрального анализа области свободной конвекции. Были выделены основные типы динамических процессов, связанные с инерционно-конвективными, вязко-конвективными движениями, а также с наличием внутренних волн.

На основании полученных результатов можно составить четкое представления о важнейших параметрах вертикального водообмена, основных чертах каскадной передачи энергии между динамическими процессами на разных пространственно-временных масштабах и существенно дополнить накопленные сведения о тепловом режиме озера Байкал.

Полученные результаты многостороннего анализа температурного поля существенно дополняют картину крупномасштабных гидрофизических процессов в озере Байкал, что необходимо для формирования более полного представления о современном его состоянии и более точного прогнозирования развития гидросферы Байкала.

Предлагаемые методы и модели применимы к исследованию динамики в естественных водоемах разного типа. При наличии подробных данных о температуре и солености их можно использовать для исследования динамических процессов в океанологии.

## **Благодарности**

Автор благодарна преподавателям кафедры теоретической физики ИГУ за плодотворные обсуждения результатов, научному руководителю к.ф.м.н. Ловцову С.В. за постановку задачи и безмерное терпение; к.ф.-м.н. Растегину А.Э. за всестороннее содействие при выполнении работы; д.ф.м.н. Будневу Н.М. за поддержку работы.

Автор выражает признательность сотрудникам коллаборации «Байкал» и Swiss Federal Institute for Environmental Science and Technology (Швейцария) за предоставленные экспериментальные данные.

## Список иллюстраций

- 1.1 – Расположение приборов на буйковой станции «Молодежная»
- 1.2 – Расположение буйковых станций для долговременного мониторинга гидрофизических и биогеохимических процессов.
- 1.3 – Типичные распределения температуры в зависимости от глубины в периоды устойчивой стратификации: сплошная линия соответствует зимнему периоду (обратная стратификация), пунктирная – летнему (прямая стратификация)
- 1.4 – Пятилетний ход температуры в верхнем слое воды озера Байкал. Приведенные данные относятся к буйковой станции «Neutrino East»
- 1.5 – Годовой ход температуры в глубинной и придонной зонах озера (уровни 1350м, 1330м, 1300м, 1250м, 1000м). Приведенные данные относятся к буйковой станции «Neutrino East»
- 1.6 – годовой ход температуры на фиксированной глубине по результатам измерений на буйковых станциях: красный – БС «Shore», уровень 102м; черный – БС «Neutrino East», уровень 107м; синий – БС «Neutrino West», уровень 100м; зеленый – БС «Молодежная», уровень 100м.
- 1.7 а) – температурные ряды по измерениям на буйковых станциях: красный – БС «Shore» на глубине ~100м; синий – БС «Neutrino East» на глубине ~100м; зеленый – БС «Neutrino West» на глубине ~89м
- 1.7 б) – смещенные температурные ряды на глубине ~100м по измерениям на буйковых станциях: красный – БС «Shore»; синий – БС «Neutrino East»; зеленый – БС «Neutrino West»
- 2.1 – Схема формирования термобарической нестабильности в верхнем слое оз. Байкал в течение зимы и весны: (а) Идеализированная стабильная ситуация: температурный профиль и  $T_{md}$  пересекаются при значении

температуры мезотермического максимума; (b) нестабильность, обусловленная бароклиническим подъемом; (c) нестабильность, обусловленная бароклиническим понижением

2.2 – Температура максимальной плотности: (1) – по данным Гилла, Чена-Миллера, (2) – Каплуна, (3) – Штрема

2.3 – Схема формирования температурного профиля вблизи области температуры максимальной плотности

2.4 – Схема формирования температурного профиля вблизи области температуры максимальной плотности

2.5 – Графическое представление условий термобарической устойчивости элемента температурного профиля

2.6 – пунктирная линия: наблюдаемый фрагмент температурного профиля  $T(z)$ , содержащий неустойчивую часть, сплошная линия: температура максимальной плотности на соответствующем интервале глубин

2.7 – рассчитанные значения  $u(z)$  в зависимости от глубины: (1) – без учета эффекта присоединенной массы, (2) – с учетом эффекта присоединенной массы

2.8 - Годовое распределение областей неустойчивости в верхнем слое (горизонты 19м - красный, 25м - синий, 77м - зеленый, 90м - розовый, 127м - золотистый, 186м - светло-голубой, 235м - коричневый)

2.9 – рассчитанные значения потенциала  $u(z)$  в зависимости от глубины: согласно предлагаемому методу (сплошная линия), согласно линеаризованной модели движения (пунктирная линия)

2.10 – Оценки годового распределения областей смещения температурных возмущений от горизонта 127м согласно предлагаемому методу (розовый) и согласно линеаризованной модели движения (голубой)

3.1 - Конфигурация узлов сетки численной схемы решения уравнения теплопроводности неявным методом

3.2 – Годовая эволюция температуры на разных глубинах, полученная при моделировании без учета массопереноса

3.3 – Профили температуры:  $T_{\text{эксп}}(t, z)$  - экспериментальный профиль температуры в момент времени  $t$ ,  $T_{\text{эксп}}(t + \Delta t, z)$  - экспериментальный профиль температуры в момент времени  $t + \Delta t$ ,  $T_{\text{модель}}(t + \theta, z, b, \chi)$  - расчетный профиль, соответствующий моменту времени, находящемуся на интервале  $[t, t + \Delta t]$  ( $\theta \in [0; \Delta t]$ )

3.4 – Реконструированная по идентифицированным параметрам эволюция температуры на горизонтах 19 (красный), 25(синий) и 77м (светло зеленый), экспериментально полученные ряды температуры на горизонтах 19 (коричневый), 25(розовый) и 77м (темно зеленый).

3.5 – Эволюция коэффициентов вертикального массопереноса и температуропроводности на выделенных глубинах. Для удобства представления графики разнесены по вертикали

3.6 – Эволюция коэффициента вертикального массопереноса в различные годы, а) соответствует периоду с марта 2000 по март 2001гг, б) соответствует периоду с марта 2003 по март 2004гг, в) соответствует периоду с марта 2004 по март 2005гг

3.7 – Эволюция коэффициента температуропроводности в различные годы а) соответствует периоду с марта 2000 по март 2001гг, б) соответствует периоду с марта 2003 по март 2004гг, в) соответствует периоду с марта 2004 по март 2005гг

3.8 – Распределение вертикальных скоростей на нескольких горизонтах

3.9 – Распределение кинетической энергии вертикальных смещений на нескольких горизонтах

4.1 – Фурье-образ корреляционной функции температуры в зависимости от частоты в дважды логарифмическом масштабе (по измерениям 2004-2005гг на буйковой станции «Neutrino East» на глубине 90м)

- 4.2 – Изменение значений спектральной плотности  $S(\omega)$  на инерционной частоте со временем на разных глубинах (на графике с глубинами 1250-1350 м масштаб вертикальной шкалы увеличен в 5000 раз)
- 4.3 – Внутригодовое распределение Фурье-образа температуры на различных глубинах: а) для синоптических частот, б) для сейшевых частот
- 4.4 – Зависимость интеграла спектральной плотности (в относительных единицах) от времени на различных горизонтах
- 4.5 – Максимальные значения  $S(z, t | \omega)$  на горизонтах установки термисторов в интервалы наблюдений: (а) 2006-2007, (б) 2007-2008г
- 4.6 – (а) Зависимость интеграла спектральной плотности (в относительных единицах) от времени на буйковых станциях Short, Neutrino West, Neutrino East на горизонте 50 м; (б) - Зависимость интеграла спектральной плотности (в относительных единицах) от времени на буйковых станциях Short, Neutrino East на горизонте 50м и Neutrino West на 75 м
- 4.7 – Оценочный параметр  $\alpha$ , вычисленный как функция глубины и времени: (а) 2000г, (б) 2004 г.
- 4.8 – (а) Зависимость  $A(z)$  соответствующая определенным фиксированным моментам времени; (б) 3х-мерная карта распределения амплитуды  $A(z, t)$

## Список литературы

1. Sebnem Elci. Effects of thermal stratification and mixing on reservoir water quality// Limnology. –2008. –V.9. –pp.135–142.
2. Markofsky M. Predictive model for thermal stratification and water quality in reservoirs / Markofsky M, Harleman D.R.F. –MIT, Boston, 1971.– 283pp.
3. Шерстянкин П.П. Байкал, питьевая вода, устойчивое развитие: сегодня и в XXI веке / П.П. Шерстянкин // Химия в интересах устойчивого развития. – 1997. –№5.–стр. 443-451.
4. Lerman A. Physics and Chemistry of Lakes / A. Lerman, D. Imboden, J. Gat – Berlin Heidelberg : Springer, 1995. –334 pp.
5. Aynutdinov V. et al. Baikal neutrino telescope – an underwater laboratory for astroparticle physics and environmental studies / V. Aynutdinov, A. Avrorin, V. Balkanov, et al. // Nuclear Instruments and Methods A. – 2009. –V.598. – pp. 282–288.
6. Wuest, A. Cold intrusions in Lake Baikal: Direct observational evidence for deep-water renewal / A. Wuest, T. Ravens, N. Granin, O. Kocsis, M. Schurter, and M. Sturm // Limnol.Oceanogr. –2005–V.50. – №1. – pp.184–196.
7. Соловьев Д.А. Лабораторная модель весеннего термического бара / Д.А. Соловьев, Н.С. Блохина, А.Е. Орданович // Вестник московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. – 2007.– №5.
8. Судольский А. С. Лабораторные исследования и расчеты сейш Байкала / А. С. Судольский // Морфологические и гидравлические исследования рек и водоемов. - Л. : Гидрометеоиздат, 1968. – с. 109-123

9. Marine Turbulence. Theories, Observations, and Models / Ed by Baumert H Z., Simpson J., Sündermann J. – Cambridge University press, 2005. –652 pp.
10. Hodges B.R. Modeling the hydrodynamics of stratified lakes / B.R. Hodges, J.Imberger, B. Laval, J. Appt // Hydroinformatics 2000 conference. – 2000
11. Sahlberg J. A Hydrodynamical Model for Calculating the Vertical Temperature Profile in Lakes During Cooling /J. Sahlberg // Nordic Hydrology, 1983. – pp.239– 254.
12. Mellor G.L. Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems / Mellor G.L., and Yamada T. // Reviews of geophysics and space physics. – 1982. –V. 20. –№ 4. – pp. 851–875.
13. Авраменко М. И. О к-е модели турбулентности. / М. И. Авраменко. –Снежинск : Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 2010. – 117 с.
14. Bonnet M.-P. Numerical modeling of thermal stratification in a lake reservoir. Methodology and case study / M.-P. Bonnet, M. Poulin and J. Devaux // Aquatic Science. –2000. – V62. – pp.105–124.
15. Burchard H. GOTM, a General Ocean Turbulence Model. User manual. / H. Burchard, K.Bolding, M. R. Villarreal // Available at <http://www.gotm.net>.
16. Oveisy A. Three-dimensional simulation of lake and ice dynamics during winter / A.Oveisy, L. Boegman, J.Imberger // Limnol. Oceanogr. – 2012. –V57. –№1. –pp. 43–57.
17. Гебхарт Б. Свободноконвективные течения, тепло- и массообмен. В 2-х кн. / Гебхарт Б., Джалурия И., Махаджан Р., Саммакия Б. – М.: Мир, 1991. –678 с.
18. Thorpe S. A. The Turbulent Ocean / S. A. Thorpe. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. – 439pp.
19. Каменкович В.М. Основы динамики океана. / В.М. Каменкович. – Л.: Гидрометеоиздат, 1973. –240 с.

20. Socolofsky S. A. Environmental Fluid Mechanics Part I: Mass Transfer and Diffusion / S. A.Socolofsky, G. H. Jirka. – Institute of Hydromechanics, Karlsruhe, Germany, 2002. – 171 pp.
21. Imberger J. Physical processes in lakes and oceans/ J. Imberger //AGU coastal and estuarine studies. – 1998. –V. 54. – pp. 1–18.
22. Shimaraev M.N. Physical limnology of Lake Baikal: a review / M.N. Shimaraev, V.I.Verbolov, N.G. Granin, P.P. Sherstyankin. – Baikal International Center for Ecological Research. Print.N.2. Irkutsk-Okayama, 1994. – 81 pp.
23. Шерстянкин П.П. Термохалинnyй анализ процессов перемешивания и фронтогенез байкальских вод. / П.П.Шерстянкин, Л.Н. Куимова // Докл. РАН. – 1995. – Т. 344. – №2. – стр. 247-251.
24. Aynutdinov A., The Baikal Neutrino Project: Present and perspective /A. Aynutdinov, A. Avrorin, V.Balkanov, et al // Nuclear Instruments and Methods- A. – 2011. – V. 628. – №. 1. – pp. 115-119.
25. Буднев Н.М. Анализ гидростатической неустойчивости на основе механической аналогии / Н.М. Буднев, С.В. Ловцов, И.А. Портянская, А.Э. Растегин, В.Ю. Рубцов // Известия Вузов. Физика. 2010.–Т. 53. – №6. –стр. 93–97.
26. Буднев Н.М. Результаты моделирования эволюции температурного режима верхних слоев оз. Байкал по данным экспериментов 2000–2001гг., 2004-2005гг. / Н.М. Буднев, С.В.Ловцов, И.А. Портянская, А.Е. Растегин, В.Ю. Рубцов, M. Shturm, M. Shurter, A. Wuest. // Известия Иркутского государственного университета. Серия – Науки о Земле» . – 2008. – Т1. – №1. – с. 76-83.
27. Буднев Н.М. Вертикальная структура поля температурных возмущений в Южном Байкале по результатам спектрального анализа /Н.М. Буднев, С.В.Ловцов, И.А. Портянская, А.Е. Растегин, В.Ю. Рубцов // Избранные тексты докладов международной конференции «Потоки и структуры в жидкостях: физика геосфер». – 2010. – стр.58 – 63.

28. Байкаловедение. / Отв. редакторы: О.Т.Русинек, В.В.Тахтеев, Д.П.Глакочуб, Т.В.Ходжер, Н.М.Буднев // Сибирская издательская фирма «Наука», 2012. – Т1– 467 с.
29. Шимараев М.Н. Элементы теплового режима озера Байкал. Новосибирск: Наука, 1977. –150 с.
30. Проблемы Байкала. Новосибирск: Наука, 1978. –295 с.
31. Дыбовский Б.И. Физико-географические исследования на озере Байкал в 1869–1870 / Б.И. Дыбовский, В. Годлевский // Труды Восточно-Сибирского Отдела Императорского Русского Географического Общества. – 1897. – Т1. – №1, стр. 1–62.
32. Верещагин Г.Ю. Некоторые данные о режиме глубинных вод Байкала в районе Маритуя / Г.Ю. Верещагин // Труды комиссии по изучению Байкала. –1927. – Т.2. стр.77– 136.
33. Россолимо Л.Л. Температурный режим озера Байкал / Л.Л. Россолимо // Труды Байкальской лимнологической станции АН СССР. – 1957. –Т.16. –552 с.
34. Сокольников В.М. Тепло- и водообмен в южной части оз. Байкал / В.М.Сокольников, В.И.Верболов, М.Н. Шимараев и др. // Изучение и использование водных ресурсов СССР 1966-1967 гг. –1970. – с.116-117.
35. Мамаев О.И. К вопросу о термическом режиме озера Байкал/ О.И. Мамаев // Докл. АН СССР. – 1987. – Т.292. – №6. –стр. 1477-1481.
36. Шерстянкин П.П. О температуре максимальной плотности и термобарических свойствах глубоких пресных вод на примере озера Байкал/ П.П. Шерстянкин, Л.Н.Куимова, В.Л. Потемкин // ДАН. – 2000. – Т. 375. – №1. –стр. 107-111.
37. Шерстянкин П.П. Термобарическая устойчивость и неустойчивость глубоких природных вод озера Байкал / П.П.Шерстянкин, Л.Н. Куимова // ДАН. – 2002. – Т. 385. – №2. – стр. 247– 251.

38. Шимараев М.Н. К вопросу о стратификации и механизме конвекции в Байкале / М.Н.Шимараев, Н.Г.Гринин // ДАН СССР. – 1991. – Т.321. – стр.381-385.
39. Shimaraev M.N. Deep ventilation of Lake Baikal due to spring thermal bars / M.N.Shimaraev, N.G. Granin, A.A. Zhdanov // Limnol. Oceanogr. – 1993. – V.8. – №5. – pp. 1068-1072.
40. Шимараев М.Н. Интенсивность вертикального водообмена в отдельных котловинах Байкала / М.Н. Шимараев, Е.С. Троицкая, В.М.Домышев // География и природные ресурсы. – 2003. – №3.
41. Гринин Н.Г. Устойчивость стратификации и некоторые механизмы генерации конвекции в Байкале / Н.Г. Гринин // Автореферат дис. на соиск. уч. ст. канд. геогр. наук . ЛИН СО РАН. – Иркутск, 1999. – 102 с.
42. Schmid, M. Lake Baikal deepwater renewal mystery solved / Schmid, M., N. Budnev, N. Granin, M. Sturm, M. Schurter, A. Wüest // Geophys. Res. Lett. – 2008. – V.35. – L09605.
43. Айнбунд М.М. Течения и внутренний водообмен в озере Байкал / М.М.Айнбунд. – Л.: Гидрометеоиздат, 1988. – 247 с
44. Верболов В.И. Течения и водообмен в Байкале / В.И. Верболов // Водные ресурсы, 1996. – Т23. – №4. – стр. 413-423.
45. Буднев Н.М., Мороз А.И., Парфенов Ю.В., Ченский А.Г. Использование гидроакустической системы установки НТ-200 для изучения водной динамики оз. Байкал. // Вторая Верещагинская байкальская конференция: Тез. докл. и стенд. сообщ. – 1995. – с. 30.
46. Boehrer B. Stratification of very deep, thermally stratified lakes / B. Boehrer, R. Fukuyama, K. Chikita // Geophys. Res. Lett. –2008. – V.35. – L16405; doi:10.1029/2008GL034519.
47. Бояринов П.М. Процессы формирования термического режима глубоких пресноводных водоемов./ П.М. Бояринов, М.П. Петров. – Л.: Наука, 1991. – 175 с.

48. Довгий Т.Н. Подводная солнечная радиация на Байкале. / Т.Н. Довгий. – Новосибирск: Наука, 1977. – 104 с.
49. Шимараев М.Н. Современные изменения климата и температура глубинных вод озера Байкал / М.Н. Шимараев, Е.С. Троицкая, Р.Ю. Гнатовский // ДАН. – 2009. – Т. 426 – №5 – с.685-689.
50. Шимараев М.Н., Троицкая Е.С., Гнатовский Р.Ю. Изменения температуры глубинных вод озера Байкал в 1972-2007 годы // География и природные ресурсы.– 2009. – №3. – стр.68-76.
51. Буднев Н.М. Некоторые особенности динамических процессов на оз. Байкал / Н.М. Буднев, Ю.В. Парфенов, В.Ю. Рубцов, А.Г. Ченский, С.В. Ловцов, А.Э. Растворин, М. Шуртер, М. Штурм, А. Вуест // Материалы Байкальской молодежной научной школы по фундаментальной физике. – 2002. –с. 42–49.
52. Давыдова М.А. Лекции по гидродинамике. / М.А. Давыдова.– М.: Физматлит, 2011 – 216с
53. Вознесенский А.В. Очерк климатических особенностей Байкала / А.В. Вознесенский // Лоция и физико-географический очерк Байкала. – СПб., 1908. – с. 173-329.
54. Гершунин Г. З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г. З. Гершунин, Е. М. Жуховицкий. – М.: Наука, 1972. –392 стр.
55. Tang W. A prediction for the optimal stratification for turbulent mixing / W. Tang, C. P.Caulfield, R. R. Kerswell // J. Fluid Mech. –2009.– V. 634. – pp. 487–497.
56. Шерстянкин П.П., Куимова Л.Н. Процессы перемешивания в природных водах в режиме наибольшей устойчивости. / П.П. Шерстянкин, Л.Н. Куимова // ДАН. –2003. –Т. 392. –№2. – стр.244-247.
57. Шерстянкин П.П., Куимова Л.Н. Температура максимальной плотности и потенциальная температура озерных и океанических вод. // Материалы VIII Международной конференции «Современные методы и

средства океанологических исследований». Часть I. – 2003. – стр. 172-180.

58. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. / Л. Г. Лойцянский. – М., Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 678с.
59. Eklund H. Fresh water: Temperature of maximum density calculated from compressibility / H. Eklund // Science. – 1963. – V.142. – pp.1457-1458.
60. Гилл А. Динамика атмосферы и океана: В 2-х т. / А. Гилл. – М.: Мир, 1986. – 396 с.
61. Chen Ch. T., Millero F.J. Precise thermodynamic properties of natural waters covering only limnological range./ Ch. T. Chen, F. J. Millero // Limnology and oceanography. – 1986. –V.31. – №3. –pp.657 – 662.
62. Chen Ch. T., Millero F.J. The use and misuse of pure water PVT properties for lake waters / Ch. T. Chen, F. J. Millero // Nature. –1977. – V.266. –pp.707-708.
63. Бочаров О.Б., О термогравитационной конвекции в прибрежной зоне глубокого озера в период весенне-летнего прогревания / Бочаров О.Б., Овчинникова Т.Э. // Вычислительные технологии. –1998. – Т.3. – №4. –стр. 3-12.
64. Васильев О. Ф. Методы расчета термодинамических свойств воды с повышенной минерализацией / О. Ф.Васильев, Т. Э. Овчинникова, С. И. Прокопьев. – Электронный научный журнал «Исследовано в России» <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2007/161.pdf>
65. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. I / Г. М. Фихтенгольц; [пред. и прим. А.А. Флоринского]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 680 с.
66. Таблицы физических величин. Справочник. / Под ред. И. К. Кикоина. – М., Атомиздат, 1976. – 1008 с.

67. Sverdrup H.U. The Oceans. Their physics, chemistry, and general biology/ Sverdrup H.U., Johnson M.W., Fleming R.H. – N.Y.: Prentice-Hall, 1942. – 1087 pp.
68. Лайтхилл Дж. Волны в жидкостях / Дж. Лайтхилл. – М.: Мир, 1981. – 598 с.
69. Шерстянкин П.П. Вертикальная устойчивость и частота Вяйсяля-Брента глубоких природных вод на примере озёр Байкал, Танганьики и Мирового океана / П.П. Шерстянкин, Л.Н. Куимова // Докл. РАН. – 2009. – Т. 429. – №5. – стр. 673-678.
70. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 736 с.
71. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 224 с.
72. Stokes G. G. On some cases of Fluid Motion, / Stokes G. G. – Camb. Trans., VIII , 1843, Papers, I, 17
73. Ламб Г. Гидродинамика. / Г. Ламб. – М., Л.: Гос. изд. технико-теоретической литературы, 1947. – 928 с.
74. Буднев Н.М. О случаях прибрежного апвеллинга в Южном Байкале по измерениям температуры на буйковых станциях в районе нейтринного телескопа / Н.М. Буднев, С.В. Ловцов, Ю.В.Парфенов, И.А. Портянская, А.Э. Растворин, В.Ю.Рубцов М.Н. Шимараев, Е.С. Троицкая, M. Shturm, M. Shurter, A. Wuest// Избранные тексты докладов международной конференции «Потоки и структуры в жидкостях». – 2008.–стр. 214 – 219.
75. Шимараев М. Н. Об апвеллингах в озере Байкал / М. Н. Шимараев, Е. С. Троицкая, В. В. Блинов, В. Г. Иванов, Р. Ю. Гнатовский // Доклады Академии Наук. – 2012. – Т. 442. – № 5. – с. 696–700.
76. Troitskaya E. Cyclonic circulation and upwelling in Lake Baikal /E. Troitskaya, V.Blinov, V. Ivanov et al // Aquat Sci. – 2014.; DOI 10.1007/s00027-014-0361-8

77. Монин А.С. Статистическая гидромеханика. / А.С. Монин, А.М. Яглом – М.: Наука, ч1 – 1965, ч2 – 1967.
78. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности / Л.А. Сена. – М.: Наука, 1969. –304с.
79. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. / Г. Шустер. М.: Мир, 1988.
80. Гетлинг А.В. Формирование пространственных структур конвекции Рэлея-Бенара / А.В. Гетлинг // УФН.– 1991. – Т. 161. – № 9.
81. Хинце И.О. Тurbulentность. Ее механизм и теория. / И.О. Хинце. – М.: Физматгиз, 1963
82. Ravens Th. Small-scale turbulence and vertical mixing in Lake Baikal / Th.M. Ravens, O. Kocsis, A. Wüest // Limnology and Oceanography. – 2000. –V.45. – № 1. – pp. 159–173.
83. Wuest A. Small-scale hydrodynamics in lakes / A. Wuest, A. Lorke // Annu. Rev. Fluid Mech. – 2003. – V.35. – pp.373–412.; doi: 10.1146/annurev.fluid.35.101101.161220
84. Saggio A. Mixing and turbulent fluxes in the metalimnion of a stratified lake / A. Saggio, J.Imberger // Limnol. Oceanogr. –2001–V.46. – №2 –pp.392–409.
85. Wüest A. et al. Turbulent kinetic energy balance as a tool for estimating vertical diffusivity in wind-forced stratified waters /A. Wüest, G. Piepke, D. C. Van Senden, and N. Granin //Limnology and Oceanography. – 2000. –V.45. – № 6. – pp. 1388–1400.
86. Lorrai C. Boundary mixing in lakes: 2. Combined effects of shear- and convectively induced turbulence on basin-scale mixing / C. Lorrai, L. Umlauf, J. K. Becherer, A. Lorke, and A. Wuest. // Journal Of Geophysical Research. – 2011. – V. 116. – C10018; Doi:10.1029/2011jc007121.
87. Mohammadi B. Analysis of the K-Epsilon turbulence model. / B. Mohammadi, O. Pironneau. – M. John Wiley & Sons, 1994

88. Коркодинов Я.А. Обзор семейства  $k-\epsilon$  моделей для моделирования турбулентности //Вестник ПНИПУ. Машиностроение, материаловедение, -2013 – Т. 15 - №2 – с.5-16 .
89. Burchard H. Comparing the performance of the Mellor - Yamada and the  $k - \epsilon$  two-equation turbulence models/ H.Burchard, O. Petersen, T. Rippeth //J. Geophys. Res. –1998. –V.103. –№C5. –pp. 10543–10554.
90. Hanert E. An adaptive finite element water column model using the Mellor-Yamada level 2.5 turbulence closure scheme. / E.Hanert, E. Deleersnijder, V. Legat // Ocean Modelling. – 2006. – V.12. – pp. 205-223.
91. Burchard H. Comparative analysis of four second-moment turbulence closure models for the oceanic mixed layer / H. Burchard, K. Bolding // J. Phys. Oceanogr. –2001–V.31–pp.1943–1968.
92. Umlauf L. Extending the  $k-\omega$  turbulence model towards oceanic applications / L. Umlauf, H. Burchard, and K. Hutter // Ocean Modelling.– 2003. – V. 5. – pp. 195-218.
93. Goudsmit G.-H. et al, Application of  $k-\epsilon$  turbulence models to enclosed basins: The role of internal seiches / G.-H. Goudsmit, H. Burchard, F. Peeters and A.Wüest // Journal of Geophysical Research. –2002. – V. 107, – № 12; doi:10.1029/2001JC000954 1983, 239-254
94. Mellor G. L. Users guide for a three-dimensional, primitive equation, numerical ocean model (June 2004 version) / G. L. Mellor . –Prog. in Atmos. and Ocean. Sci, Princeton University, 2003. –56 pp. – <http://www.aos.princeton.edu/WWWPUBLIC/htdocs.pom/FTPbackup/usersguide0604.pdf>
95. Hall, R.W., and Dortch, M.S., 1994: New York Bight Study; Report 2; Development and Application of a Eutrophication /General Water Quality Model, Technical Report CERC-94-4, US Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS.

96. Mironov D. V. Parameterization of lakes in numerical weather prediction. Description of a lake model. / D. V. Mironov // COSMO Technical Report. – 2008. – No. 11. – 41 pp.
97. DYRESM – Scientific Reference Manual \ Imerito A. – Centre for Water Research: University of Western Australia, 2005
98. Imberger J., Faghihi M., Etemad - Shahidi A. Modelling Thermal Stratification and Artificial De-stratification using DYRESM; Case study: 15-Khordad Reservoir // Int. J. Environ. Res. – 2010. –V.4. – №3. – pp. 395-406.
99. Штокман В.Б. Избранные труды по физике моря. / В.Б. Штокман . –Л.: Гидрометеорологическое Издательство, 1970. – 336 с.
100. Троицкая Е.С. Пространственно-временная изменчивость термических процессов на Байкале.: автореф. дисс. на соиск. уч. ст. канд. геогр. наук по спец. 25.00.27 / Троицкая Елена Сергеевна . – Иркутск. 2005. –
101. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, –1981c.
102. Press W. Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing./ W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, B. Flannery. –New York.: Cambridge Univ. Press, 1997. – 994 pp.
103. Hohmann, R. Processes of deep water renewal in Lake Baikal / Hohmann, R., R. Kipfer, F. Peeters, G. Piepke, D. M. Imboden, and M. N. Shimaraev // Limnol. Oceanogr. –1997. – V. 42. pp. 841– 855.
104. Chorin A. Mathematical Introduction to Fluid Mechanics. / A. Chorin, J. A. Marsden– Springer, 1993
105. Харкевич А. А. Спектры и анализ. / А. А. Харкевич. – М.: Изд-во технико-теоретической литературы, 1957. –237с.
106. Дженкинс Г. Спектральный анализ и его приложение. / Г.Дженкинс, Д. Ваттс–М.,1971. – Вып. 1. –316 с. - 1972., Вып. 2. –287 с.
107. Фрик П.Г. Турублентность: подходы и модели. / П.Г. Фрик. – Москва-Ижевск: НИЦ "РХД", 2003.

108. Монин А.С., Озмидов Р. В. Океанская турбулентность. / А.С.Монин, Р. В. Озмидов. –Ленинград: Гидрометеоиздат, 1981. – 320с.
109. McComb D. The Physics of the Fluid Turbulence. / D. McComb. – Oxford: Clarendon Press, 1990. –572 pp.
110. Жданов А. А. Горизонтальный перенос и макротурбулентный обмен в озере Байкал / А. А. Жданов // Автореферат дисс. на соиск. уч. ст. канд. геогр. наук по спец. 25.00.27. Ин-т географии им. В.Б. Сочавы СО РАН. Иркутск. 2006
111. Жданов А.А. Горизонтальный макротурбулентный обмен и скорость диссипации турбулентной энергии в пелагиали озера Байкал / А.А. Жданов, Н.Г. Гранин, Р.Ю. Гнатовский, В.В. Блинов // География и природные ресурсы. – 2009. – №1– с. 55-60.
112. Crawford G. B. Observations of a deep-mixing event in Crater Lake, Oregon/ G. B. Crawford, R. W. Collier // Limnol. Oceanogr. –1997. –V.42.– №2. –pp. 299-306.
113. Munnich M. Observations of the second vertical mode of the internal seiche in an alpine lake / M. Munnich, A. Wuest, and D. M. Imboden // Limnol. Oceanogr. –1992. –V.37. –№8. –pp. 1705-1719.
114. Nonlinear Internal Waves in Lakes, Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics, DOI 10.1007/978-3-642-23438-5 / ed by K. Hutter. –Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012.– pp. 277.
115. Судольский А.С. Динамические явления в водоемах. / А.С. Судольский. – Л.: Гидрометеоиздат, 1991. – 263с.
116. Иванов-Ростовцев А.Г. Самоорганизация и саморегуляция природных систем (модель, метод и основы теории D-SELF) / Л.Г. Колотило, Ю.Ф. Тарасюк, П.П. Шерстянкин // СПб.: Русское географическое общество; под ред. Кондратьева К.Я. –2001. – с. 171-180.
117. Соловьев В.Н. Сейши озера Байкал / В.Н. Соловьев, В.Б, Шостакович // Труды Иркутской магн. и метеоролог. обсерватории. Иркутск. – 1926. – №1.

118. Верболов В.И. О байкальской сейше. / В.И. Верболов. // Сейши на озерах, поверхностные и внутренние.– Л.: Наука , 1970. – стр.50–52.
119. Percival D. B. Spectral analysis for physical applications. / D. B. Percival, A.T. Walden. – Cambridge .: Cambridge University Press, 1993. – 584 pp.
120. Ловцов С. В. Особенности переноса энергии по результатам спектрального анализа температурных данных / С. В. Ловцов, А. Э. Растегин, И.А. Портянская // Известия Иркутского государственного университета. Серия – Науки о Земле». –2012. – Т. 5. – с.195-204.