

МОДЕЛЬ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ ГЛОБАЛЬНЫХ МИНИМУМОВ И МАКСИМУМОВ В СОЛНЕЧНОМ ДИНАМО

Л.Л. Кичатинов, С.В. Олемской

MODEL OF INTERMITTENCY OF GRAND MINIMA AND MAXIMA IN SOLAR DYNAMO

L.L. Kitchatinov, S.V. Olemskoy

Модель $\alpha\Omega$ -динамо со случайными флуктуациями параметра α воспроизводит все основные признаки солнечных глобальных минимумов и максимумов. Учет зависимости турбулентной диффузии от магнитного поля показывает явление гистерезиса, когда в определенном интервале значений динамо-числа возможны два решения: затухающие колебания слабых полей и магнитные циклы с постоянной и большой амплитудой, устанавливающиеся в зависимости от начальных условий. Флуктуации параметра α приводят к переходам между этими режимами, и расчеты показывают перемежаемость магнитных циклов относительно большой амплитуды с эпохами слабых магнитных полей. Такое поведение может служить моделью глобальных минимумов и максимумов солнечной активности.

Model $\alpha\Omega$ -dynamo with casual fluctuations of parameter α reproduces all the basic characteristics of solar grand minima and maxima. Taking into account the dependence of the turbulent diffusivity on a magnetic field shows a hysteresis phenomenon. In a certain range of dynamo numbers, two types of solutions – decaying oscillations of weak fields and magnetic cycles of strong fields of constant amplitude – coexist settling in dependence on the initial conditions. Fluctuations of the α -parameter provoke transitions between these two regimes and the computations show intermittency of magnetic cycles of relatively large amplitudes and epochs of weak magnetic fields. This behavior may serve as a model of grand minima and maxima of solar activity.

Введение

Важной характеристикой циклических процессов солнечной активности являются локальные экстремумы отдельных циклов. В конце XIX в. Вольф определил моменты экстремумов и амплитуды 11-летних циклов с 1610 г., т. е. со времен первых телескопических наблюдений, включая Маундеровский минимум. На сегодняшний день не вызывает сомнений существование длительных минимумов в пятнообразовательной деятельности Солнца – так называемых «глобальных минимумов» солнечной активности, для которых характерное число Вольфа в максимуме 11-летнего цикла не превышает 80 [Витинский и др., 1986]. Менее распространенный термин – «глобальные максимумы» солнечной активности; они характеризуются последовательностью нормальных по мощности 11-летних циклов активности в максимуме цикла с числом Вольфа больше 80. Глобальные минимумы (максимумы), по всей вероятности, присутствуют и на подобных Солнцу звездах [Saar, Baliunas, 1992].

Выделение глобальных минимумов (максимумов) практически всегда основано на исторических или косвенных сведениях о числе солнечных пятен. Наиболее длинный исторический ряд данных о пятенной активности Солнца – ряд Шове [Schöve, 1955], непрерывная часть которого охватывает около 1700 лет. Этот ряд создан на основе исторических письменных сведений о наблюдениях различных явлений природы. Ряды косвенных данных о солнечной активности более длинные. Реконструируют такие ряды по скорости образования и концентрациям «космогенных» изотопов (^{14}C и ^{10}B) в разных земных средах (древесные кольца, сталактиты и др.) [Nagaya, et al., 2008; Solanki, et al., 2004; Eddy, 1977].

Впервые Эдди [Eddy, 1977] по реконструированному ряду данных солнечной активности выделил шесть глобальных минимумов в течение 5000 лет. Следует отметить, что ближайшие к современной

эпохе пять глобальных минимумов солнечной активности названы именами Дальтона, Маундера, Шперера, Вольфа и Оорта. По таким характеристикам, как глубина и продолжительность, выделено два типа глобальных минимумов: более глубокие, но короткие (Маундеровского типа) и более продолжительные (тип Шперера). В работе [Usoskin, et al., 2007] по реконструированному ряду чисел солнечных пятен с временным разрешением 10 лет (восстановленный по данным концентрации радиоуглерода ^{14}C [Solanki, et al., 2004]) выделено 27 глобальных минимумов в солнечной магнитной активности в интервале времени 11400 лет.

Приведем основные характеристики квазиодиннадцатилетних циклов солнечной активности в эпоху глобальных минимумов. Наиболее полно изучен Маундеровский минимум солнечной активности по сравнению с другими глобальными минимумами, так как для исследования этой эпохи доступны не только косвенные данные, но и исторические данные, включая первые телескопические наблюдения. Принимая во внимание, что мы исследуем поведение одной динамической системы во времени, описанные закономерности будут распространяться на все известные глобальные минимумы солнечной активности. Установлено, что 11-летние циклы в течение Маундеровского минимума не прекращались, а лишь сильно уменьшились по амплитуде (например [Nagovitsyn, 2007; Nesme-Ribes, et al., 1994]). В работе [Nagovitsyn, 2007] приведены аргументы в пользу того, что смена знака магнитного поля 11-летних циклов в эту эпоху происходила в соответствии с законом Хейла (22-летний цикл). Что касается продолжительности 11-летних циклов, по результатам разных исследований она составляет от 9 лет до 14 лет. Сравнительный анализ восстановленных диаграмм бабочек по историческим данным в период 1620–1719 гг., перекрывающий Маундеровский минимум, и диаграмм современной эпохи выявил три типа 11-летних циклов: «нормальные» солнечные циклы (отно-

сятся к эпохам глобальных максимумов), циклы GM (11-летние циклы глобальных минимумов) и «слабые» циклы (циклы переходных эпох) [Nesme-Ribes, et al., 1994]. Циклы GM характеризуются продолжительностью 9-10 лет, малым числом солнечных пятен и значительной северо-южной асимметрией. Исследование реконструированных временных рядов солнечной активности с годовым временным разрешением в период 1413–1745 гг., перекрывающий глобальные минимумы Шперера (1416–1534 гг.) и Маундера (1645–1715 гг.), показало, что продолжительность 11-летних циклов составляет около 14 лет в эпохи глобальных минимумов и около 11-лет в эпохи глобальных максимумов [Nagaya, et al., 2008].

Что касается природы глобальных минимумов, одна из гипотез – интерференция циклов различной длительности (например векового и 600- или 400-летнего) [Витинский и др., 1986]. Эпохи глобальных минимумов и максимумов качественно объясняются суперпозициями экстремумов 205-, 360- и 1200-летних циклов [Komitov, et al., 2003]. Указанные компоненты выделены по восстановленному временному ряду данных солнечной активности Шове (1700 лет). На более длинном (11400 лет) реконструированном ряде чисел солнечных пятен с временным разрешением 10 лет выявлены 100-, 200- и 2300-летние вариации в возникновении глобальных минимумов, которые наступают, когда фазы минимумов указанных компонент совпадают [Mordvinov, Kramynin, 2010]. Однако физическая природа 100-, 200- и 2300-, а также 205-, 360- и 1200-летних циклов остается неясной. Предлагаемые модели также не описывают различную протяженность и глубину (высоту) глобальных минимумов (максимумов).

Другое объяснение природы глобальных минимумов и максимумов заключается в том, что динамическая система, моделирующая циклические свойства процесса пятнообразования, не прекращает своего функционирования, но спонтанно скачком переключается на другой режим и также возвращается обратно. Выделяются три класса моделей динамо, описывающих явление перемежаемости «нормальных» циклов активности с глобальными минимумами. Во-первых, нелинейные модели динамо могут проявлять хаотическое поведение [Ruzmaikin, 1983; Ruzmaikin, 1990; Weiss, et al., 1984]. Такое поведение, однако, обнаруживается лишь в моделях с малым числом степеней свободы, например, когда удерживаются лишь первые члены разложения полей в ряд по базисным функциям. Хаотические решения полных уравнений динамо до сих пор не найдены. Во-вторых, в нелинейном динамо возможна длиннопериодическая модуляция амплитуды магнитных циклов. Модуляция может возникать в результате биений между различными модами динамо с близкими частотами [Brandenburg, et al., 1990; Sokoloff, 1994], а также из-за взаимодействия магнитного поля с неоднородным вращением [Kitchatinov, et al., 1994a; Küker, et al., 1999]. Трудность такого подхода связана с тем, что глобальные минимумы происходят нерегулярно, т. е. не представляют периодического

явления [Usoskin, et al., 2007]. Длиннопериодическая модуляция скорее имеет отношение к вековому циклу активности, чем к глобальным минимумам [Кичатинов, Пипин, 1998; Kitchatinov, et al., 1999]. В-третьих, коэффициенты переноса в уравнениях динамо, такие как турбулентная диффузия η или коэффициент α , содержат случайные флуктуации. Это приводит к нерегулярным изменениям амплитуды магнитных циклов [Hooyng, 1988; Choudhuri, 1992]. Данный подход также имеет свои трудности. Для воспроизведения глобальных минимумов требуется слишком большие флуктуации, сравнимые и даже превышающие по величине средние величины. Наконец, имеются комбинированные модели глобальных минимумов.

В модели динамо данной работы учтена зависимость диффузии от магнитного поля. Выясняется, что такая зависимость приводит к явлению гистерезиса, когда в некотором интервале значений динамо-числа вблизи критического имеется два возможных режима: магнитные циклы постоянной и относительно большой амплитуды и затухающие колебания малой амплитуды. Относительно малые флуктуации α ($\delta\alpha \sim 0.1\alpha$) способны вызывать переходы между этими режимами. Обнаруженный гистерезис в динамо, когда при прочих равных условиях возможны магнитные циклы с существенно различающимися амплитудами, может иметь отношение к наблюдаемым глобальным минимумам.

Описание модели

Основным параметром моделей солнечного и звездного динамо является динамо-число

$$D = \frac{\alpha \Omega R^3}{\eta^2}, \quad (1)$$

где Ω – угловая скорость звезды, R – ее радиус, η – эффективная магнитная диффузия, параметр α определяет интенсивность генерации поля циклонической конвекцией [Parker, 1955; Вайнштейн и др., 1980]. Имеется критическая величина динамо-числа D_{cr} для генерации поля. При величине D меньше критической магнитное поле затухает, а при $D > D_{cr}$ возрастает со временем. Рост останавливается при достаточно больших напряженностях поля из-за обратного влияния поля на генерирующие его течения, т. е. из-за нелинейных эффектов.

В подавляющем большинстве нелинейных моделей динамо учитывалась зависимость параметра α и/или неоднородности вращения от магнитного поля. Уменьшение α с увеличением напряженности поля приводит к уменьшению эффективного динамо-числа, и рост поля останавливается. Есть, однако, основания полагать, что магнитная диффузия η также зависит от магнитного поля и также уменьшается, когда поле усиливается. Большие времена жизни солнечных пятен по сравнению со временем линейной диффузии объясняют подавлением эффективной диффузии сильным магнитным полем [Petrovay, Moreno-Insertis, 1997]. Уменьшение диффузии с напряженностью поля предсказывает квазилинейная теория турбулентных коэффициентов переноса [Kitchatinov, et al., 2004b].

В данной работе используется модель $\alpha\Omega$ -дина-
мо для конвективной оболочки звезды. Магнитное
поле симметрично относительно оси вращения:

$$\vec{B} = \vec{e}_\phi B + \text{rot} \left(\vec{e}_\phi \frac{A}{x \sin \theta} \right), \quad (2)$$

где x , θ и ϕ – обычные сферические координаты, \vec{e}_ϕ – единичный вектор в азимутальном направлении, B – тороидальная составляющая магнитного поля, A – потенциал полоидального поля.

Уравнения динамо в безразмерных переменных имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{D}{x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial \theta} - \frac{\partial f}{\partial \theta} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \\ &+ \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\varphi_\eta(B)}{\sin \theta} \frac{\partial (\sin \theta B)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\varphi_\eta(B) \frac{\partial (x B)}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial A}{\partial t} &= \varphi_\alpha(B) x \cos \theta \sin^3 \theta B + \\ &+ \varphi_\eta(B) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\varphi_\eta(B)}{x^2} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \theta} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнения справедливы в следующих прибли-
жениях. Рассматривается простейший случай, когда
фоновые турбулентная диффузия η и альфа-эффект
 α однородны в пространстве. Зависимость от коор-
динат появляется лишь из-за нелинейности, т. е.
влияния магнитного поля:

$$\eta_T = \eta \varphi_\eta(B), \quad \alpha_T = \alpha \cos \theta \sin^2 \theta \varphi_\alpha(B). \quad (4)$$

Здесь обезразмеренное поле B измеряется в
единицах поля равнораспределения $B_{eq} = \sqrt{4\pi\rho} u'$,
где u' – среднеквадратичная скорость турбулентных
движений. Зависимость от магнитного поля опреде-
ляется согласно расчетам коэффициентов переноса в
квазилинейном приближении [Kitchatinov, et al., 1994b;
Rüdiger, et al., 1993]:

$$\begin{aligned} \varphi_\alpha(B) &= \frac{15}{32B^4} \left(1 - \frac{4B^2}{3(1+B^2)^2} - \frac{1-B^2}{B} \arctg(B) \right), \\ \varphi_\eta(B) &= \frac{3}{8B^2} \left(1 + \frac{4+8B^2}{(1+B^2)^2} + \frac{B^2-5}{B} \arctg(B) \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Для сильных полей $B \gg 1$ магнитная диффузия
уменьшается обратно пропорционально B ,
 $\varphi_\eta \approx \frac{3\pi}{16B}$, в то время как $\varphi_\alpha \approx \frac{15\pi}{64B^3}$. Поэтому если
вместо величины (1) рассмотреть эффективное
динамо-число, $D_{\text{eff}} = \Omega R^3 \frac{\alpha \varphi_\alpha(B)}{(\eta \varphi_\eta(B))^2}$, с учетом зави-
симости магнитной диффузии и α от магнитного
поля, то для сильных полей такое число убывает с
увеличением B , $D_{\text{eff}} \sim B^{-1}$, что и требуется для на-
сыщения роста поля. Однако для слабых полей при
 $B \ll 1$ находим $\varphi_\alpha \approx 1-12B^2/7$ и $\varphi_\eta \approx 1-2B^2$.
Поэтому $D_{\text{eff}} \approx D(1+16B^2/7)$ первоначально возрас-
тает с B . С этим и связаны обсуждаемые ниже осо-

бенностями нелинейного динамо вблизи критической величины динамо-числа. Относительная величина D_{eff}/D как функция магнитного поля показана на рис. 1.

Величина f в (3) определяет неоднородное вра-
щение, т. е. средняя скорость \bar{u} дается выражением
 $\bar{u} = e_\phi x \sin \theta \Omega f(x, \theta)$. (6)

Использовалась аппроксимация данных гелио-
сейсмологии о внутреннем вращении Солнца
[Belvedere, et al., 2000]:

$$f(x, \theta) = \frac{1}{461} \sum_{m=0}^2 \cos \left(2m \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \right) \sum_{n=0}^4 C_{nm} x^n. \quad (7)$$

Значения коэффициентов C_{nm} приведены в
работе (см. табл. 1, [Belvedere, et al., 2000]).

Использовались псевдовакуумные граничные
условия на поверхности ($x=1$) и условия для
поверхности раздела со сверхпроводником в
основании ($x=0.7$) конвективной оболочки:

$$\begin{aligned} B &= 0, \quad \frac{\partial A}{\partial x} = 0, \quad x = 1, \\ \frac{\partial (x B)}{\partial x} &= 0, \quad A = 0, \quad x = 0.7. \end{aligned} \quad (8)$$

На полюсах ($\theta=0, \pi$) B и A обращаются в ноль.
Симметрия полей относительно экватора задана не
была, и дополнительные условия на экваторе не
использовались. Эволюция поля во времени от
некоторого начального заданного распределения
рассчитывалась численно.

Флуктуации α

Параметры α и η связаны с турбулентной
конвекцией. Поэтому в них присутствуют случай-
ные флуктуации. Оценка характерного масштаба
времени таких флуктуаций по порядку величины
есть l/u' , где l – масштаб конвективных движений.
В безразмерных единицах времени, принятых в урав-

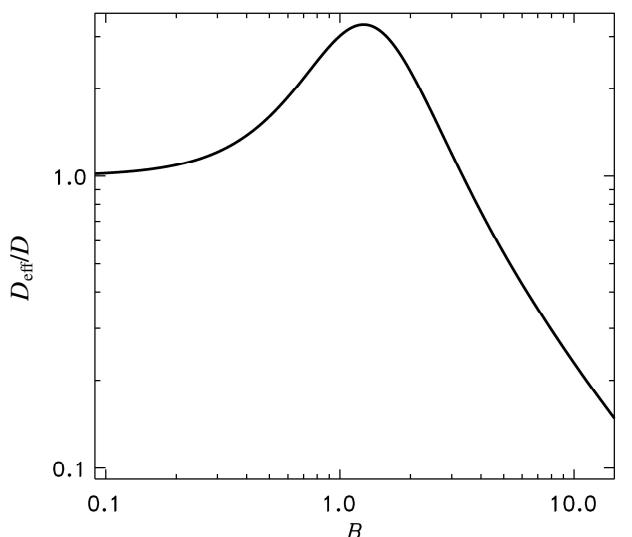


Рис. 1. Зависимость $D_{\text{eff}}/D = \varphi_\alpha(B)/\varphi_\eta^2(B)$ от магнит-
ного поля не является монотонной. Для слабых полей D_{eff}
возрастает с B .

нениях (3), характерное время флюктуаций $\tau \sim l\eta/u'R^2$. Используя обычную оценку коэффициента диффузии $\eta \sim lu'$, окончательно находим

$$\tau = \frac{l^2}{R^2}. \quad (9)$$

Амплитуду флюктуаций оценить сложнее. Если предположить, что для отдельной конвективной ячейки характерная величина флюктуаций сравнима со средней величиной, то для относительной величины флюктуаций $\delta\alpha/\alpha \sim 1/\sqrt{N}$, где N – количество конвективных ячеек. Вероятно, основной вклад в альфа-эффект для Солнца дают гигантские конвективные ячейки, размер которых сравним с толщиной конвективной оболочки, тогда $N \sim l^2/R^2 \sim \tau^{-1}$.

Ограничимся простейшей моделью, которая учитывает лишь флюктуации α , причем их относительная величина $\delta\alpha/\alpha$ однородна в пространстве, но зависит от времени. Эта величина остается постоянной в течение времени τ (9), затем мгновенно изменяется и т. д. Уравнение для полоидального поля вместо записанного в (3) теперь примет вид

$$\frac{\partial A}{\partial t} = (1 + s\sqrt{\tau})\phi_a(B)x \cos \theta \sin^3 \theta B + \\ + \phi_\eta(B) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\phi_\eta(B)}{x^2} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A}{\partial \theta} \right). \quad (10)$$

Здесь s – случайная величина с однородным распределением значений в интервале $-1 \leq s \leq 1$. Эта величина остается постоянной в течение времени τ , после чего мгновенно изменяется случайным образом. Расчеты проводились для $l=0.2R$ ($\tau=0.04$).

Результаты и обсуждение

Рассмотрим сначала результаты для случая, когда флюктуации α отсутствуют, т. е. предельный случай малых времен корреляции $\tau \rightarrow 0$. Изложенная выше модель показывает следующее поведение. Критическое динамо-число линейной задачи $D_{cr}=131000$. При меньших значениях D магнитное поле затухает со временем, а при $D > D_{cr}$ – возрастает. Период динамо-цикла в безразмерных единицах времени составляет около 0.02. Нелинейные расчеты обнаруживают более сложное поведение. Во всех проведенных расчетах распределение поля становится антисимметричным (дипольный тип симметрии) относительно экваториальной плоскости по прошествии достаточно длительного времени (рис. 2). На рис. 3 показана зависимость амплитуды колебаний тороидального поля от динамо-числа (поле приводится в безразмерных единицах; для Солнца $B=1$ соответствует примерно 5000 Гс). Даже при небольшом превышении величиной D критического значения устанавливаются колебания со значительной амплитудой $B \sim 1$. Для D , меньших критической величины, но близких к ней, результат зависит от величины начального поля. Слабые поля неограниченно затухают, в то время как для достаточно сильных начальных полей устанавливаются колебания конечной амплитуды. Конечные ампли-

туды колебаний при $D < D_{cr}$ были получены путем последовательных уменьшений динамо-числа на малую величину и использования в качестве начального поля предыдущего расчета.

Гистерезисный характер зависимости, показанной на рис. 3, является следствием подавления турбулентной диффузии магнитным полем. Зависимость эффективного динамо-числа от магнитного поля, показанная на рис. 1, не является монотонной. Если начальное магнитное поле мало, то D_{eff} меняется мало, и при $D < D_{cr}$ поле затухает. Однако при достаточно большом начальном поле D_{eff} может превысить критическое значение, даже если $D < D_{cr}$, что приводит к усилению поля. Насыщение роста поля происходит в области сильных полей, где кривая рис. 1 имеет отрицательный наклон.

В области гистерезиса на рис. 3 имеется два возможных режима: затухающие колебания малой амплитуды и установившиеся циклы относительно большой амплитуды. Наблюдения магнитной активности Солнца также обнаруживают перемежаемость эпох относительно высокой активности с глобальными минимумами. Можно ожидать, что флюктуации спираль-

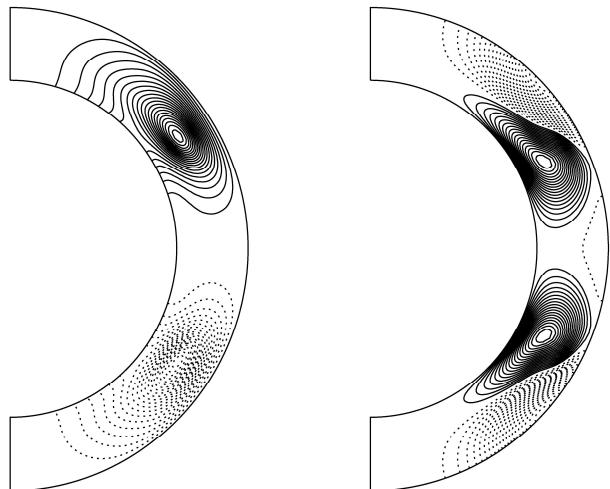


Рис. 2. Конфигурация диполя в меридиональном сечении конвективной зоны. В левой части показаны изолинии тороидального магнитного поля, а в правой части – изолинии полоидального поля.

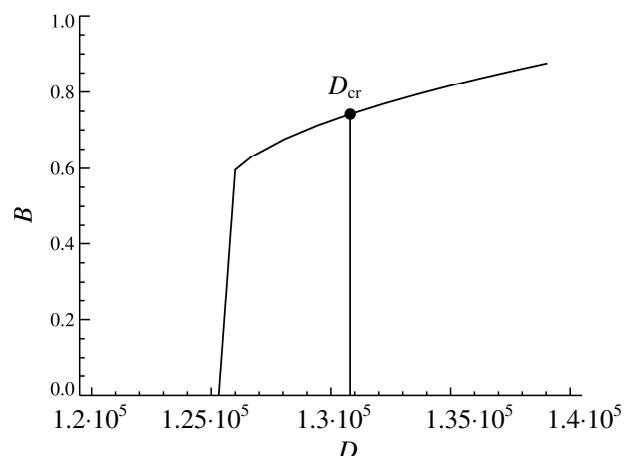


Рис. 3. Амплитуда колебаний тороидального магнитного поля в середине конвективной зоны ($x=0.85$, $\theta=\pi/4$) как функция динамо-числа (1).

ности (α -эффекта) в рассматриваемой модели позволяют воспроизвести перемежаемость. Флуктуации могут приводить к переходам между двумя возможными режимами в области гистерезиса.

Рисунок 4 показывает, что такие переходы действительно имеют место, если динамо-число лишь немножко превышает критическую величину. По мере увеличения D уменьшаются частота появления и продолжительность моделируемых глобальных минимумов. При достаточно больших D они вовсе исчезают. С уменьшением D глобальные минимумы в расчетах становятся более продолжительными, и при достаточно малых D динамо «выключается» (установить точное значение D , при котором это происходит, в численных расчетах с флюктуирующими α затруднительно).

Рассмотренная модель показывает глобальные минимумы лишь вблизи критической величины динамо-числа. Заметим, что число D (1) является возрастающей функцией скорости вращения. Скорость вращения Солнца и подобных ему звезд уменьшается со временем [Skumanich, *Astrophys.*, 1972]. Причем между динамо и вращением имеется обратная связь: чем выше магнитная активность, тем больше скорость потери углового момента [Durney, Latour, 1978]. Возможно, что замедление вращения в конце концов приводит звезды к порогу действия крупномасштабного динамо. Состояния низкой активности действительно наблюдаются лишь на старых звездах [Wright, 2004].

Если предложенная картина верна, то наблюдения могут обнаружить резкое уменьшение темпов замедления вращения для старых звезд, показываю-

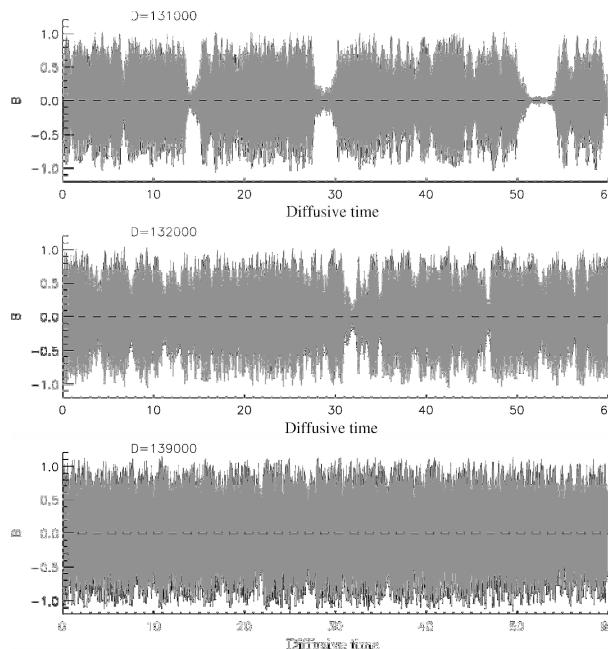


Рис. 4. Зависимости магнитного поля от времени для ряда значений динамо-числа (1), близких к его критической величине $D_{cr}=131000$, полученные в модельных расчетах с учетом флюктуаций параметра α . Значение поля берется в середине конвективной зоны ($x=0.85$, $\theta=\pi/4$). В верхней части каждого рисунка приведено соответствующее динамо-число.

щих глобальные минимумы активности. К этому вопросу можно подойти иначе. Характерное время замедления вращения Солнца из-за истечения солнечного ветра есть

$$T_{dec} = \frac{3I}{2R_c^2 \dot{M}}, \quad (11)$$

где I – момент инерции Солнца, R_c – радиус коротации в солнечной короне, \dot{M} – скорость потери массы Солнца. Подставляя численные значения $I=5.7 \cdot 10^{53}$ [г·см²], $R_c \simeq 10R_\odot$ и $\dot{M} \simeq 2.5 \cdot 10^{-14} M_\odot$ [год⁻¹] в (11), находим оценку $T_{dec} = 3.5 \cdot 10^{10}$ лет, что существенно превышает возраст Солнца. Иными словами, замедление вращения Солнца уже практически остановилось. Это согласуется с предположением о том, что скорость вращения Солнца близка к пороговой для включения динамо.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 10-02-00148-а, 10-02-00391) и СО РАН (Лаврентьевский грант 2010-2011).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Витинский Ю.И., Копецкий М., Куклин Г.В. Статистика пятнообразовательской деятельности Солнца. М: Наука, 1986. С. 296.
- Вайнштейн С.И., Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А. Турублентное динамо в астрофизике. М: Наука, 1980. С. 354.
- Brandenburg A., Meinel R., Moss D., Tuominen I. Variation of Even and Odd Parity in the Solar Dynamo // *Solar Photosphere: Structure, Convection and Magnetic Fields / IAU Symp. 138* / Ed. J.O. Stenflo, Dordrecht: Kluwer. 1990. P. 379.
- Belvedere G., Kuzanyan K.M., Sokoloff D.D. A two-dimensional asymptotic solution for a dynamo wave in the light of the solar internal rotation // *Astron. Astrophys.* 2000. V. 315. P. 778–790.
- Choudhuri A.R. Stochastic fluctuations of the solar dynamo // *Astron. Astrophys.* 1992. V. 253. P. 277–285.
- Durney B.R., Latour J. On the angular momentum loss of late-type stars // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 1978. V. 9. P. 241–255.
- Eddy J.A. The case of the missing sunspots // *Sci. Am.* 1977. V. 236, N5. P. 80–88.
- Hoyng P. Turbulent transport of magnetic fields. III – Stochastic excitation of global magnetic modes // *Astrophys. J.* 1988. V. 332. P. 857–871.
- Komitov B.P., Kaftan V.I. Solar Activity Variations for the Last Millennia. Will the Next Long-Period Solar Minimum be Formed? // *Geomagn. and Aeron.* 2003. V. 43, N 5. P. 553–561.
- Kitchatinov L.L., Rüdiger G., Küker M. Lambda-quenching as the nonlinearity in stellar-turbulence dynamos // *Astron. Astrophys.* 1994. V. 292. P. 125–132.
- Küker M., Arlt R., Rüdiger G. The Maunder minimum as due to magnetic Lambda –quenching // *Astron. Astrophys.* 1999. V. 343. P. 977–982.
- Kitchatinov L.L., Pipin V.V. Solar torsional oscillations and the grand activity cycle as a consequence of interaction between the magnetic field and rotation // *Astron. Reports.* 1998. V. 42. P. 808–812.
- Kitchatinov L.L., Pipin V.V., Makarov V.I., Tlatov A.G. Solar torsional oscillations and the grand activity cycle // *Sol. Phys.* 1999. V. 189. P. 227–239.
- Kitchatinov L.L., Pipin V.V., Rüdiger G. Turbulent viscosity, magnetic diffusivity, and heat conductivity under the influence of rotation and magnetic field // *Astron. Nachr.* 1994. V. 315. P. 157–170.

- Mordvinov A.V., Kramynin A.P. Long-Term Changes in Sunspot Activity, Occurrence of Grand Minima, and Their Future Tendencies // *Sol. Phys.* 2010. V. 264. P. 269–278.
- Nagaya K., Kitazawa K., Masuda K., et al. Variation of Solar «11-year cycle» during the grand solar minimum in the 4th century BC by measurement of 14C content in tree rings // 30th ICRC, Mexico City, Mexico. 2008. V. 1. P. 521–524.
- Nagovitsyn Yu.A. Solar cycles during the Maunder minimum // *Astron. Lett.* 2007. V. 33, N 5. P. 340–345.
- Nesme-Ribes E., Sokoloff D., Ribes J.C., Kremliovsky M. The Maunder minimum and the solar dynamo // The Solar Engine and its Influence on Terrestrial Atmosphere and Climate / Proc. of the NATO Advanced Research Workshop held 25–29 October 1993, Paris, France / Ed. El. Nesme-Ribes. Berlin Heidelberg: Springer Verlag. 1994. P. 71.
- Parker E.N. Hydromagnetic Dynamo Models // *Astrophys. J.* 1955. V. 122. P. 293.
- Petrovay K., Moreno-Insertis F. Turbulent Erosion of Magnetic Flux Tubes // *Astrophys. J.* 1997. V. 485. P. 398.
- Ruzmaikin A.A. Non-linear problems of the solar dynamo // *Stellar and Planetary Magnetism* / Ed. A.M. Soward, New York: Gordon and Breach Sci. Publ. 1983. P. 151.
- Ruzmaikin A.A. Order and Chaos in the Solar Cycle // *Solar Photosphere: Structure, Convection and Magnetic Fields / IAU Symp. 138* / Ed. J.O. Stenflo, Dordrecht: Kluwer. 1990. P. 343.
- Rüdiger G., Kitchatinov L.L. Alpha-effect and alpha-quenching // *Astron. Astrophys.* 1993. V. 269. P. 581–588.
- Saar S.H., Baliunas S.L. Recent Advances in Stellar Cycle Research // The Solar Cycle Workshop / Ed. K.L. Harvey, ASP Conf. Sries, 27. 1992. P. 150–167.
- Schou J. The Sunspot Cycle, 649 B.C. to A.D. 2000 // *J. Geophys. Res.* 1955. V. 60, N 2. P. 127–146.
- Solanki S.K., Usoskin I.G., Kromer B., et al. Unusual activity of the Sun during recent decades compared to the previous 11000 years // *Nature*. 2004. V. 431, N 7012. P. 1084–1087.
- Sokoloff D.D., Nesme-Ribes E. The Maunder minimum: A mixed-parity dynamo mode? // *Astron. Astrophys.* 1994. V. 288. P. 293–298.
- Skumanich A. Time Scales for CA II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion // *Astrophys. J.* 1972. V. 171. P. 565.
- Usoskin I.G., Solanki S.K., Kovaltsov G.A. Grand minima and maxima of solar activity: new observational constraints // *Astron. and Astrophys.* 2007. V. 471, N 1. P. 301–309.
- Weiss N.O., Cattaneo F., Jones C.A. Periodic and aperiodic dynamo waves // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 1984. V. 30. P. 305–341.
- Wright J.T. Do We Know of Any Maunder Minimum Stars? // *Astronomical J.* 2004. V. 128. P. 1273–1278.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск