

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт солнечно-земной физики
Сибирского отделения
Российской академии наук

На правах рукописи
УДК 523.98



Олемской Сергей Владимирович

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И МОДЕЛИРОВАНИЕ
ГЛОБАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
МАГНИТНОЙ АКТИВНОСТИ СОЛНЦА**

Специальность 01.03.03 – «Физика Солнца»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Иркутск – 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук

Научный консультант:

Кичатинов Леонид Леонидович, доктор физико-математических наук, доцент по специальности, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук, главный научный сотрудник

Официальные оппоненты:

Наговицын Юрий Анатольевич, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория Российской академии наук, заведующий отделом

Соколов Дмитрий Дмитриевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова», профессор

Паперный Виктор Львович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБУН ВПО «Иркутский государственный университет», заведующий кафедрой

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова Российской академии наук

Защита состоится «23» сентября 2014 г. в 14.00 ч. на заседании диссертационного совета Д.003.034.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 126а, а/я 291, ИСЗФ СО РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан «___» _____ 2014 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета
Кандидат физико-математических наук



Поляков В.И.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Магнитная активность Солнца определяет физические условия в гелиосфере и влияет на околоземное космическое пространство. Изучение магнитной активности Солнца имеет продолжительную историю. Выявлен ряд закономерностей, определяющих ее изменения во времени и пространстве. Имеется, однако, ряд нерешенных проблем, нуждающихся в дальнейшем изучении либо уточнении.

Примером такой проблемы может служить долготная неоднородность магнитной активности Солнца, которая очень сложна в исследовании. Так называемые активные долготы выражены не так ярко, как широтная неоднородность магнитной активности. Поэтому большое значение имеет определение статистической достоверности обнаруживаемых активных долгот. Исследование усложняется также неоднородностью вращения Солнца, которая привносит неопределенность в выбор периода вращения, принятого для определения долготы. Решение этих проблем необходимо для выяснения природы активных долгот. В диссертации предложен и применен метод оценки статистической достоверности активных долгот Солнца в зависимости от периода вращения, принятого для определения долготы. Это позволило подтвердить статистическую значимость явления активных долгот и предложить объяснение этого явления.

В современных моделях динамо солнечной активности важнейшую роль играет глобальное меридиональное течение. Однако измерения этого течения современными гелиосейсмологическими методами и классическим методом трассеров не согласуются между собой. Гелиосейсмология, а также измерения спектральными методами показывают течение от экватора к полюсам во всем диапазоне широт. Использование солнечных пятен как трассеров для определения меридионального течения дает растекание вещества к полюсу и к экватору от широты с наибольшей частотой пятнообразования. В диссертации предложено решение этого противоречия. Показано, что неоднородность в распределении трассеров по широте приводит к ложной составляющей в меридиональном течении при его определении традиционным методом. Предложен метод, исключаяющий ложную составляющую меридионального течения при его определении по трассерам. Применение этого метода приводит результаты в соответствие с данными гелиосейсмологии. Предложенный метод носит универсальный характер и применим для трассеров любой природы.

В моделях солнечного динамо первостепенную роль играет так называемый альфа-эффект преобразования глобального тороидального поля в полоидальное. Причем имеют значение не только среднестатистические характеристики альфа-эффекта, но и их нерегулярные изменения (флуктуации). Флуктуации важны для теории нерегулярных изменений солнечной активности, в частности для объяснения глобальных минимумов активности, подобных известному минимуму Маундера. Однако до недавнего времени не было основанных на наблюдениях свидетельств присутствия альфа-эффекта на Солнце. В диссертационной работе получены такие свидетельства по данным каталогов солнечных пятен. Показано, что особая разновидность альфа-эффекта, известная как меха-

низм Бэбкока–Лейтона, действует на Солнце. Проведены оценки относительной величины флуктуаций альфа-эффекта.

Построение адекватных моделей динамо важно для понимания природы солнечной активности. Значительная часть диссертации посвящена количественным моделям солнечного динамо. Модели отличаются использованием нелокального альфа-эффекта (механизма Бэбкока–Лейтона) и учетом диамагнитного эффекта неоднородной турбулентной конвекции. Они воспроизводят основные наблюдаемые глобальные характеристики солнечных циклов. Результатам численного моделирования даны наглядные физические объяснения. При учете флуктуаций альфа-эффекта с параметрами, определенными по данным о солнечных пятнах, модели показывают глобальные минимумы и максимумы магнитной активности. Такие расчеты важны для изучения природы глобальных изменений солнечной активности, что и определяет их актуальность.

Большое значение имеет также всестороннее изучение механизмов динамо со всеми присущими им эффектами. В диссертации показано, что зависимость турбулентной диффузии от напряженности магнитного поля приводит к эффекту гистерезиса в динамо: в определенной области значений динамо-числа имеется два устойчивых решения, реализующихся в зависимости от начальных условий. Флуктуации альфа-эффекта могут приводить к переходам между этими двумя решениями. Данный эффект может иметь значение для объяснения особенностей глобальных минимумов солнечной активности.

Разработанные модели солнечного динамо способствуют решению фундаментальных задач теории солнечной активности и могут быть использованы для интерпретации данных наблюдений.

Степень разработанности темы исследования

Исследованию глобальных характеристик магнитной активности Солнца по наблюдениям и их моделированию посвящено много работ, и каждой отдельной проблемой занимается определенный круг отечественных и зарубежных исследователей.

Существенный вклад в изучение проявлений долготной неоднородности магнитной активности Солнца внесли Т. Бай (Т. Bai), Д. Г. Баранов, Е. Е. Беневоленская, С. В. Бердюгина, В. Бумба (V. Bumba), Ю. И. Витинский, Е. В. Иванов, Х. Корхонен (H. Korhonen), Г. В. Куклин, А. В. Мордвинов, К. И. Никольская, В. Н. Обридко, Л. А. Плюснина, И. Г. Усоскин и др. Среди перечисленных авторов Ю. И. Витинский ввел понятие «активных долгот» солнечных пятен. Г. В. Куклин выдвинул гипотезу о существовании двух систем активных долгот на Солнце, магнитные образования которых имеют существенные различия по морфологическим признакам. Т. Бай, исследуя активные долготы солнечных вспышек, обратил внимание на то, что распределение долготной неоднородности существенно зависит от периода вращения, принимаемого для определения долготы. Несмотря на высокую степень проработанности данной проблемы, на сегодняшний день остаются открытыми два вопроса – период вращения активных долгот солнечных пятен и их статистическая достоверность.

Исследованию меридиональных течений на Солнце по трассерам посвящены труды таких авторов, как Х. Бальтазар (H. Balthasar), У. Беккер (U. Becker), Р. Брайс (R. Brajsa), Х. Вёль (H. Wöhl), М. А. Камбри (M. A. Kambry), Л. Лустиг (L. Lustig), Р. С. Ричардсон (R. S. Richardson), Ж. Туоминен (J. Tuominen), И. Туоминен (I. Tuominen), Ф. Уорд (F. Ward), М. Шварцшильд (M. Schwarzschild) и др. Собственные движения трассеров, которые обусловлены подфотосферными процессами, исследовали В. Бумба (V. Bumba), М. Вальдмайер (M. Waldmeier), Р. С. Гневышева, С. И. Гопасюк, Г. В. Куклин и др. Однако в этих работах при определении меридиональных течений по трассерам не учитывалось влияние широтной неоднородности статистики солнечных пятен. Еще в 1966 г. Ф. Уорд выразил сомнение в статистической достоверности зависимости, полученной Ж. Туоминеном и др. Данные гелиосейсмологии о подфотосферных течениях в верхней конвективной зоне (Ю. Жао, А. Косовичев) также не согласуются с исследованиями Ж. Туоминена. Возникла необходимость в пересмотре полученных ранее результатов и модификации метода определения меридионального течения по трассерам.

Определенное влияние на формирование современного представления о природе альфа-эффекта оказали работы таких исследователей, как Х. Бэбкок (H. W. Babcock), Р. Б. Лейтон (R. B. Leighton), Ю. Н. Паркер (E. N. Parker), Ф. Краузе (F. Krause), К.-Х. Редлера (K.-H. Rädler), Г. Рюдигер (G. Rüdiger), М. Штеенбек (M. Steenbeck) и др. Их работы в значительной мере способствовали пониманию механизма генерации полоидального поля Солнца. В последние годы появились указания на то, что, возможно, именно механизм Бэбкока–Лейтона играет определяющую роль в генерации полоидального поля Солнца (Д. В. Ерофеев, Ю. А. Наговицын, С. К. Соланки (S. K. Solanki), А. Р. Чудури (A. R. Choudhuri), М. Даси-Эспиг (M. Dasi-Espuig) и др.). Однако количественного подтверждения по наблюдениям действия на Солнце альфа-эффекта Бэбкока–Лейтона получено не было.

В развитие теории гидромагнитного солнечного динамо основной вклад внесли работы В. Б. Брагинского, С. И. Вайнштейна, Я. Б. Зельдовича, Ф. Краузе (F. Krause), Ю. Н. Паркера (E. N. Parker), К.-Х. Редлера (K.-H. Rädler), А. А. Рузмайкина, М. Штеенбека (M. Steenbeck) и др. Их работы содержат фундаментальные основы решения задач гидромагнитного динамо. В последующие годы много работ было посвящено построению моделей солнечного динамо. К их числу относятся труды А. Бранденбурга (A. Brandenburg), П. А. Гилмана (P. A. Gilman), М. Дикпати (M. Dikpati), С. Дорч (S. B. F. Dorch), П. Калигари (P. Caligari), Л. Л. Кичатинова, К. М. Кузаныяна, Д. Мосса (D. Moss), С. Н. Нефедова, А. Нордлунда (Å. Nordlund), В. В. Пипина, К. Сабраманиана (K. Subramanian), Д. Д. Соколова, А. Р. Чудури (A. R. Choudhuri), П. Шарбоне (P. Charbonneau) и др. Тем не менее, несмотря на имеющиеся разработки по данной тематике, построение модели динамо, согласованным образом описывающей основные наблюдаемые характеристики солнечного цикла, остается нерешенной проблемой. Остается открытым вопрос катастрофического подавления альфа-эффекта из-за сохранения магнитной спиральности.

В последние годы проблеме глобальных минимумов (максимумов) солнечной активности и уделяли внимание Р. Альт (R. Arlt), А. Бранденбург (A. Brandenburg), Р. Л. Дженнингс (R. L. Jennings), М. Дикпати (M. Dikpati), Б. Б. Карак (B. B. Karak), Л. Л. Кичатинов, А. В. Мордвинов, Д. Мосс (D. Moss), С. Х. Саар (S. H. Saar), Д. Д. Соколов, И. Г. Усоскин, А. Р. Чудури (A. R. Choudhuri) и др. Их работы преимущественно посвящены исследованию явления глобальных минимумов в рамках моделей солнечного динамо с флуктуациями управляющих параметров во времени. Многие модели воспроизводят глобальные минимумы и максимумы в хорошем соответствии с данными наблюдений, восстановленными по концентрации изотопов радиоуглерода в естественных архивах. Однако для исследования конфигурации магнитных полей в глобальных минимумах и поиска возможных предикторов перехода в режим с низкой магнитной активностью необходимо построение моделей с нерегулярными изменениями управляющих параметров как во времени, так и в пространстве.

Цели и задачи

Работа направлена на исследование глобальных характеристик магнитной активности Солнца в масштабах 11-летнего цикла и на более длительных масштабах времени порядка десяти тысяч лет, что и определило комплекс решаемых в диссертации задач:

- Определение неоднородности распределения групп солнечных пятен по долготе в зависимости от периода вращения, принимаемого для определения долготы. Оценка статистической достоверности явления активных долгот.
- Определение меридиональных течений на Солнце с использованием пятен как трассеров, исключая ложную меридиональную циркуляцию, возникающую из-за широтной неоднородности статистики трассеров.
- Оценка вклада механизма Бэбкока–Лейтона в генерацию полоидального магнитного поля Солнца по данным наблюдений. Определение параметров флуктуаций альфа-эффекта Бэбкока–Лейтона.
- Построение модели солнечного динамо, одновременно учитывающей нелокальный альфа-эффект и диамагнитный эффект неоднородной турбулентности.
- Развитие численной модели динамо глобальных изменений солнечной активности с использованием параметров флуктуаций альфа-эффекта, определенных по данным о солнечных пятнах. Сравнение теоретических расчетов с данными о глобальных минимумах солнечной активности.
- Изучение эффекта гистерезиса в солнечном динамо в рамках модели, учитывающей зависимость турбулентной диффузии от магнитного поля.

Научная новизна

Впервые выполнена оценка статистической достоверности долготной неоднородности пятенной активности Солнца. Проведена количественная оценка активных долгот групп солнечных пятен в зависимости от периода вращения, принимаемого для определения долготы. Дано физическое обоснование двум

системам активных долгот, вращающихся с синодическими периодами около 27 и 28 сут. Предложено объяснение активных долгот присутствием неосесимметричного реликтового магнитного поля, замороженного в однородно вращающуюся лучистую зону Солнца.

Показано, что стандартные методы определения меридионального течения по движениям трассеров дают погрешность, связанную с неоднородным распределением трассеров по широте, и, как следствие этого, ложное течение, характеризующееся растеканием вещества в стороны уменьшения плотности трассеров.

Предложен метод устранения ложного меридионального течения. Циркуляция, найденная с использованием такого метода, характеризуется стеканием вещества к широтам максимальной частоты пятнообразования в согласии с данными гелиосейсмологии. Обсуждаемые эффекты относятся к трассерам произвольной природы и могут иметь значение для наблюдений меридиональных течений на звездах.

Выполнена оценка параметров механизма Бэбкока–Лейтона генерации крупномасштабного магнитного поля по данным о солнечных пятнах. Полученные результаты свидетельствуют о присутствии данного механизма на Солнце. Механизм Бэбкока–Лейтона является разновидностью альфа-эффекта гидромагнитного динамо. Определена относительная величина флуктуаций альфа-эффекта Бэбкока–Лейтона. Показано, что амплитуда флуктуаций в несколько раз превышает среднее значение, а их характерное время имеет величину порядка периода вращения Солнца. Флуктуации с найденными параметрами использованы в численной модели солнечного динамо.

Развита новая модель солнечного динамо с нелокальным альфа-эффектом и диамагнитным переносом поля. Нелокальность в пространстве характерна для альфа-эффекта Бэбкока–Лейтона: генерация полоидального поля вблизи солнечной поверхности связана с тороидальным полем вблизи основания конвективной зоны. Нелокальная формулировка альфа-эффекта позволяет существенно улучшить согласие моделей солнечного динамо с наблюдениями. Установлено, что нелокальный альфа-эффект не подвержен так называемому катастрофическому подавлению, связанному с сохранением магнитной спиральности. Проблема катастрофического подавления является одной из основных трудностей современной теории солнечного динамо. Показано, что диамагнитный эффект солнечной конвекции приводит к концентрации магнитного поля у основания конвективной зоны.

Модель динамо с нелокальным альфа-эффектом и диамагнитным переносом поля дополнена учетом флуктуаций альфа-эффекта. Используются параметры флуктуаций, определенные по данным о солнечных пятнах. Расчеты показывают повторяющиеся эпохи магнитных циклов малой амплитуды, соответствующие глобальным минимумам солнечной активности. Статистические свойства полученных в расчетах глобальных минимумов согласуются с данными о солнечной активности в период голоцена.

В рамках модели динамо глобальных минимумов изучена связь конфигурации крупномасштабных магнитных полей с амплитудой магнитных циклов. Расчеты показывают отрицательную корреляцию отклонений магнитного поля от эк-

ваториальной симметрии дипольного типа с амплитудой магнитных циклов. Иными словами, теория предсказывает высокую северо-южную асимметрию магнитной активности в эпохи глобальных минимумов и непосредственно перед ними.

Развита модель динамо с учетом зависимости турбулентной диффузии от напряженности магнитного поля. Расчеты в рамках такой модели обнаружили явление гистерезиса: в определенном интервале значений динамо-числа имеются два решения – затухающие колебания слабых полей и магнитные циклы с постоянной и относительно большой амплитудой, зависящие от начальных условий. Учет флуктуаций альфа-эффекта в рамках такой модели показывает, что относительно слабые (около 10 % от их средней величины) флуктуации приводят к переходам между этими режимами, и расчеты показывают перемежаемость магнитных циклов относительно большой амплитуды с эпохами слабых магнитных полей.

Теоретическая и практическая значимость работы

Практическая ценность работы состоит в том, что удалось обобщить и уточнить ряд фундаментальных глобальных характеристик магнитной активности Солнца. Выявленные по данным наблюдений закономерности были использованы для совершенствования моделей динамо солнечной активности, что улучшило соответствие теоретических моделей наблюдениям. Разработанные модели динамо могут быть применены к подобным Солнцу звездам. Полученные результаты позволяют глубже понять физические свойства как 11-летнего цикла, так и глобальных минимумов и максимумов солнечной активности. Обнаруженная в модельных расчетах связь северо-южной асимметрии магнитной активности с эпохами глобальных минимумов может иметь прогностическое значение: повышенная северо-южная асимметрия может служить индикатором вступления Солнца в эпоху пониженной магнитной активности. Сравнение теоретических результатов с наблюдениями свидетельствует о реалистичности разработанных моделей и указывает на возможность их использования для интерпретации данных наблюдений.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из 7 разделов: введения, 4 основных глав, заключения и списка литературы. Диссертация включает 200 страниц текста, 58 рисунков и 5 таблиц. Список литературы включает 250 наименований.

Достоверность полученных результатов

Достоверность результатов настоящего диссертационного исследования подтверждается:

- согласием результатов, полученных разными методами и с использованием физически обоснованных подходов, а также отсутствием противоречий с результатами других авторов;
- использованием параметров альфа-эффекта, определенных по данным наблюдений;

- сравнением модельных расчетов глобальных характеристик магнитной активности Солнца с данными наблюдений;
- применением для решения уравнений динамо численных методов, надежность которых подтверждается многолетней практикой их использования в различных научно-технических задачах;
- публикациями полученных результатов в рецензируемых изданиях;
- обсуждением результатов диссертации на конференциях и семинарах.

Апробация работы

Основные результаты, представленные в диссертационной работе, докладывались и обсуждались на следующих научных мероприятиях:

- Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике, ИСЗФ СО РАН, г. Иркутск, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009, 2011, 2013 гг.
- Всероссийская конференция «Экспериментальные и теоретические исследования основ прогнозирования гелиогеофизической активности», ИЗМИРАН, г. Москва, 10–15 октября 2005 г.
- 8th «MHD-Days», Institute for Astrophysics, Potsdam (Germany), 28–29 November 2005 yr.
- 30-я Всероссийская конференция по космическим лучам, ФТИ им. А.Ф. Иоффе, г. Санкт-Петербург, 2–7 июля 2008 г.
- Всероссийская ежегодная конференции по физике Солнца «Солнечная и солнечно-земная физика – 2008», ГАО РАН, г. Санкт-Петербург, 7–12 июля 2008 г.
- Cosmic Rays and Neutron Monitors – a training course and application (NMDB), University of Athens, Athens (Greece), 14–19 September 2009 yr.
- Международная конференция «Физика Солнца: наблюдения и теория», НИИ КрАО, п. Научный (АР Крым, Украина), 6–12 сентября 2009 г.
- Всероссийская ежегодная конференция по физике Солнца «Солнечная и солнечно-земная физика – 2010», ГАО РАН, г. Санкт-Петербург, 3–9 октября 2010 г.
- Всероссийская конференция «Солнечно-земная физика», посвященная 50-летию создания ИСЗФ СО РАН, г. Иркутск, 28–30 июня 2010 г.
- VIII Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования», ИКИ РАН, г. Москва, 14–15 апреля 2011 г.
- Отчетная молодежная конференция «Лаврентьевские чтения», ИНЦ СО РАН, г. Иркутск, 18–19 ноября 2011 г.
- Международная конференция «Солнечная активность и 24-й цикл», НИИ КрАО, п. Научный (АР Крым, Украина), 1–15 сентября 2012 г.
- Всероссийская конференция «Солнечная активность и природа глобальных и региональных климатических исследований», ИСЗФ СО РАН, г. Иркутск, 19–22 июня 2012 г.

- IAU Symposium No. 294 «Solar and Astrophysical Dynamos and Magnetic Activity», Beijing (China), 27–31 August 2012 yr.
- Всероссийская конференция по солнечно-земной физике, посвященная 100-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН В.Е. Степанова, ИСЗФ СО РАН, г. Иркутск, 16–21 сентября 2013 г.
- Всероссийская астрономическая конференция «Многоликая Вселенная» (ВАК–2013), ГАО РАН, г. Санкт-Петербург, 23–27 сентября 2013 г.
- Семинары ИСЗФ СО РАН.
- Практической апробацией явилось также выполнение грантов РФФИ (№ 02–02–16044–а, 05–02–16326–а, 10–02–00148–а, 12–02–92691–ИНД_а, 12–02–33110–мол_а_вед), РФФИ–ННИО (№ 05–02–04015), ИНТАС (№ 2001–0550), СО РАН (Лаврентьевский грант молодежных проектов).

Публикации

По теме диссертации опубликовано 46 работ, из них 16 статей (перечень приведен в конце автореферата) в российских журналах, входящих в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, утвержденных ВАК для публикации основных научных результатов диссертаций, и в международных изданиях, включенных в систему цитирования Web of Science.

Личный вклад автора

Представленные в диссертации результаты были получены автором самостоятельно и в соавторстве с коллегами из ИСЗФ СО РАН и Индийского института естественных наук (Бангалор, Индия). На протяжении всего времени работы автор принимал непосредственное участие в проводимых исследованиях, был ответственным исполнителем и руководителем нескольких грантов по теме диссертационного исследования.

Автор является разработчиком комплекса программ для обработки и визуализации данных наблюдений на интерактивном языке IDL и для численного моделирования на языке FORTRAN.

Основные положения, выносимые на защиту

- Вывод о статистической достоверности явления активных долгот на Солнце. Дано физическое обоснование существования двух систем активных долгот с синодическими периодами вращения 27 и 28 сут.
- Метод определения меридиональных течений на Солнце по трассерам с устранением погрешности, связанной с широтной неоднородностью статистики трассеров.
- Определение параметров механизма Бэбкока–Лейтона по данным о солнечных пятнах. Вывод о том, что альфа-эффект Бэбкока–Лейтона действует на Солнце.
- Модель солнечного динамо с нелокальным альфа-эффектом и диамагнитным эффектом неоднородной турбулентности. Доказательство отсутствия катастрофического подавления нелокального альфа-эффекта из-за сохранения

магнитной спиральности.

- Модель динамо с нерегулярными изменениями альфа-эффекта во времени и пространстве. Модель воспроизводит статистические свойства глобальных минимумов и максимумов солнечной активности при использовании параметров флуктуаций альфа-эффекта, определенных по данным о солнечных пятнах.

- Вывод, что зависимость турбулентной диффузии от напряженности магнитного поля приводит к эффекту гистерезиса в нелинейном гидромагнитном динамо, а также результаты исследования данного эффекта в рамках численной модели солнечного динамо.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дана общая характеристика диссертационной работы, показаны актуальность темы, научная новизна и практическая значимость работы, сформулированы задачи исследований и приведены основные положения, выносимые на защиту. Дан обзор основных вопросов теории динамо магнитной активности Солнца и наблюдений солнечных пятен, имеющих отношение к исследуемой проблеме.

Первая глава диссертации посвящена исследованию глобальных характеристик магнитной активности Солнца, определяемых по данным наблюдений групп солнечных пятен.

Долготная неоднородность магнитной активности Солнца. Области долгот с повышенной магнитной активностью получили название активных долгот [1]. Активные долготы обнаруживаются в распределениях солнечных пятен, в формировании активных областей, в статистике солнечных вспышек. Долготная неоднородность магнитной активности Солнца имеет отклик и в модуляции интенсивности космических лучей. Несмотря на многочисленные исследования явления активных долгот, остаются не выясненными два принципиальных вопроса.

Во-первых, не ясно, какой период вращения следует принимать для определения долготы. Обычный выбор кэррингтоновского периода вращения не подкреплён физическими аргументами. В то же время определение скорости вращения активных долгот важно для понимания их природы. Например, если активные долготы действительно связаны с неосесимметричным реликтовым магнитным полем, то они должны вращаться с (синодическим) периодом около 28.8 сут – периодом вращения солнечной лучистой зоны.

Во-вторых, отсутствовала количественная оценка статистической достоверности явления активных долгот. Очевидно, что даже при статистически однородном распределении конечного числа активных областей по долготе их фактическое распределение однородным не будет. Имеется множество указаний на то, что центры пятнообразования распределены по долготе не однородно. Однако вопрос о возможности объяснения этой неоднородности случайными флуктуациями оставался нерешённым.

В диссертации предложена количественная мера долготной неоднородности распределения конечного числа групп солнечных пятен. Данная величина долготной неоднородности зависит от периода вращения, принятого для определения долготы. Проведен расчет вероятности того, что при случайном распределении конечного числа событий по долготе соответствующая долготная неоднородность превысит определенное значение. По данным каталогов солнечных пятен проведены оценки величин долготной неоднородности их наблюдаемого распределения. Показано, что для некоторых периодов вращения активные долготы солнечных пятен с вероятностью более 95 % не могут быть объяснены «статистическими шумами».

В результате проведенных исследований было обнаружено два периода вращения, для которых активные долготы солнечных пятен обладают высокой статистической достоверностью. Система активных долгот с периодом около 27 сут доминирует в наиболее мощных 11-летних циклах активности. Система активных долгот с периодом около 28 сут наиболее выражена в эпоху минимума векового цикла. Высказана гипотеза о том, что активные долготы с периодом 28 сут являются проявлением неосесимметричного реликтового поля, замороженного в однородно вращающуюся лучистую зону Солнца, но приходящую и в зону конвекции.

Выявлена северо-южная асимметрия активных долгот, показывающая долговременные изменения. В минимуме векового цикла наиболее выражены активные долготы южного полушария, а в эпоху максимума – северного.

Меридиональная циркуляция, определяемая по трассерам. В последнее десятилетие интерес к меридиональному течению на Солнце возрастал по мере осознания важности меридиональной циркуляции для динамики глобальных магнитных полей (см., напр., [2]). Меридиональная циркуляция играет также важную роль в формировании неоднородного вращения Солнца [3] и звезд [4]. Поэтому данные наблюдений о меридиональном течении на Солнце имеют большое значение. Однако результаты, полученные разными методами, не согласуются между собой. Доплеровские измерения показывают течение к полюсам на солнечной поверхности [5]. Гелиосейсмология подтверждает наличие такого течения вплоть до глубин около 12 тыс. км, но наряду с ним присутствует также относительно медленное сходящееся течение к области широт с наибольшей частотой образования солнечных пятен [6]. В то же время по движениям солнечных пятен обнаруживается прямо противоположная картина: растекание вещества от широт максимального пятнообразования (см., напр., [7]).

В диссертации показано, что традиционные методы определения меридионального течения по трассерам, в частности по движениям пятен, подвержены методической ошибке, связанной с неоднородностью распределения трассеров по широте. Для определения глобальных течений используются смещения пятен за конечный интервал времени. При нахождении смещений конечные положения определяются по более «старым» пятнам, чем начальные. Широтное распределение пятен обычно имеет максимум на некоторой широте так, что час-

тота появления пятен уменьшается от этой широты по направлению как к полюсу, так и к экватору. Из-за случайных блужданий пятен происходит диффузионное сглаживание такого распределения, т. е. для более старых пятен распределение имеет менее выраженный максимум и более широкие «крылья». Такие изменения в широтном распределении пятен, не связанные с регулярными меридиональными течениями, и приводят к возникновению ложной циркуляции. Предложен простой метод ее устранения. Необходимо смещения трассеров за конечный интервал времени относить к начальным координатам, тогда из-за диффузии вследствие случайных блужданий ложная скорость не будет возникать.

Проведенные расчеты меридиональной циркуляции по движениям групп солнечных пятен с устранением погрешности на широтную неоднородность статистики пятен показали стекание вещества к широтам максимальной частоты пятнообразования (рис. 1), что согласуется с результатами гелиосейсмологии о подфотосферном течении [6].

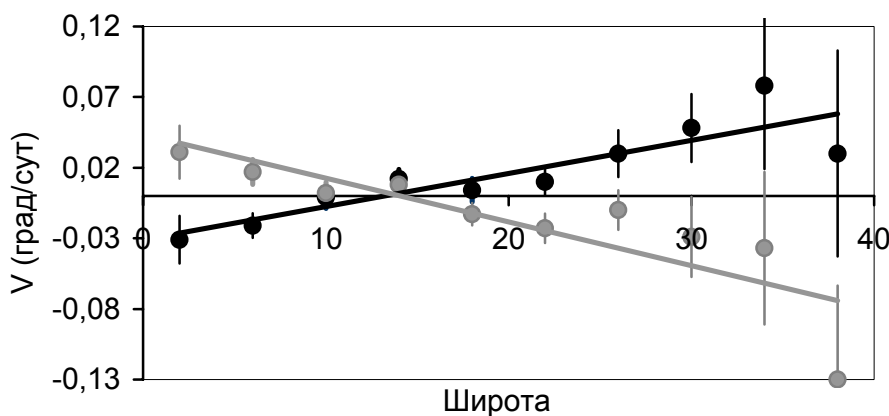


Рис. 1. Меридиональные скорости, определенные по движениям трассеров. Линейный тренд черного цвета показывает результаты расчетов, в которых смещение трассеров относилось к их начальной широте (исключено влияние широтной неоднородности трассеров), серая линия – к средней широте траектории трассера. Вертикальные линии показывают величину стандартной ошибки. В области положительных значений V движение направлено к экватору, а в области отрицательных – к полюсу.

Также было установлено, что последствия широтной неоднородности в распределении трассеров проявляются одинаково вне зависимости от природы трассеров. Использование предлагаемой методики расчета меридиональной циркуляции исключает влияние граничных эффектов и связанной с ними ложной циркуляции для трассеров любого вида.

Обсуждаемые эффекты, связанные с неоднородностью распределения трассеров по широте, проявляются только в меридиональной циркуляции и не играют роли при определении дифференциального вращения и переноса углового момента с использованием трассеров.

Оценка механизма Бэбкока–Лейтона по данным о солнечных пятнах.

Один из типов альфа-эффекта теории солнечного динамо, известный как механизм Бэбкока–Лейтона [8, 9] заслуживает особого внимания по двум причинам. Во-первых, альфа-эффект Бэбкока–Лейтона является нелокальным в пространстве и поэтому не подвержен так называемому катастрофическому подавлению из-за сохранения магнитной спиральности. По этой причине данная разновидность альфа-эффекта может быть основной в солнечном динамо. Во-вторых, эта разновидность альфа-эффекта дает уникальную возможность оценки ее параметров по данным наблюдений. Механизм Бэбкока–Лейтона использовался в моделях динамо с 60-х гг. прошлого века, однако количественного подтверждения действия этого механизма на Солнце до сих пор не было.

В диссертации проведены оценки вкладов механизма Бэбкока–Лейтона в генерацию полоидального магнитного поля Солнца для отдельных солнечных циклов по данным каталогов солнечных пятен. Найдена высокая корреляция этих оценок с величиной крупномасштабного поля в минимумах активности, следующих за данными циклами (рис. 2).

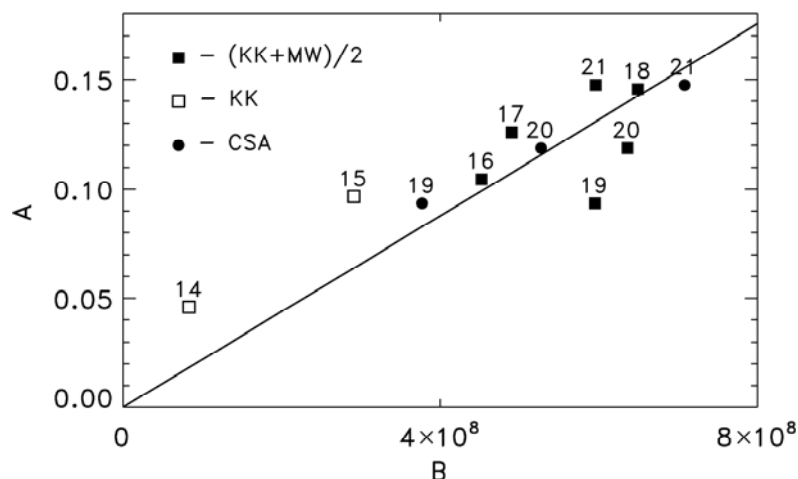


Рис. 2. Суммарный вклад активных областей B в генерацию полоидального поля Солнца за отдельные 11-летние циклы (номера циклов указаны на рисунке) и значения индекса A [10] в последующих минимумах активности. Сплошной линией показана общая для всех наборов данных линейная регрессия (CSA – Каталог солнечной деятельности Пулковской астрономической обсерватории, KK – Кодайканал, MW – Маунт-Вилсон).

Таким образом, получены основанные на данных наблюдений свидетельства действия альфа-эффекта Бэбкока–Лейтона на Солнце. Также по данным наблюдений определены параметры флуктуаций альфа-эффекта, которые в дальнейшем используются в модели динамо глобальных минимумов солнечной активности.

Во второй главе изложена модель солнечного динамо с нелокальным альфа-эффектом и диамагнитным переносом поля.

Поскольку тороидальные магнитные поля располагаются в глубоких слоях Солнца, а возникающие при их всплывании полоидальные поля образуются вблизи поверхности, то такой альфа-эффект является нелокальным [11]. Проведенные

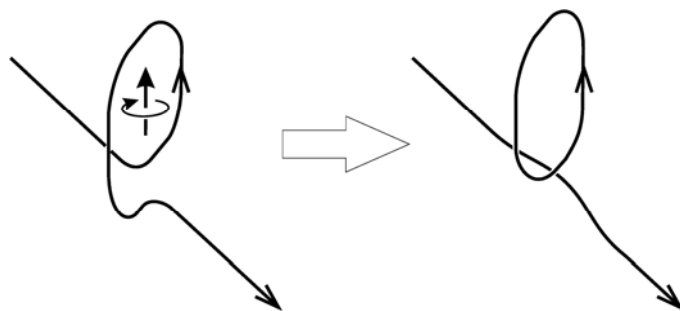


Рис. 3. Иллюстрация возникновения альфа-эффекта при всплывании магнитных трубок. Под воздействием силы Кориолиса всплывающая магнитная петля приобретает полоидальную ориентацию. Пересоединение в основании петли отсоединяет ее от исходной магнитной трубки тороидального поля. Результирующие тороидальная и полоидальная петли не имеют зацепления и не обладают магнитной спиральностью.

численные расчеты показали, что нелокальный альфа-эффект не подвержен катастрофическому подавлению из-за сохранения магнитной спиральности. Рисунок 3 поясняет этот результат. В нелокальном процессе генерации полоидального поля нет зацепления магнитных трубок этого поля с исходным тороидальным полем, которое должно присутствовать для спиральных магнитных структур [12], и поэтому генерируемое крупномасштабное поле не обладает спиральностью. В данном случае сохранение магнитной спиральности не требует появления равной по абсолютной величине и противоположной по знаку спиральности в мелкомасштабных полях, с которой связано катастрофическое подавление альфа-эффекта.

Другой особенностью модели является концентрация магнитного поля у дна конвективной оболочки. Считается, что эта область является предпочтительной для действия динамо (см., напр., [13]), однако причины, по которым магнитное поле концентрируется в этой области, определены не были. В данной модели учитывается диамагнитный эффект неоднородной турбулентности [14, 15], что и приводит к концентрации поля вблизи основания зоны конвекции. Из-за концентрации полоидального поля вблизи основания конвективной оболочки дифференциальное вращение успевает за время 11-летнего цикла генерировать достаточно сильные тороидальные поля. Расчетная амплитуда тороидальных полей приблизительно в тысячу раз больше амплитуды полоидального поля на поверхности.

Рисунок 4 иллюстрирует один из основных результатов. Модель солнечного динамо с нелокальным альфа-эффектом и диамагнитным переносом поля воспроизводит основные наблюдаемые характеристики 11-летнего цикла: период цикла, экваториальный дрейф поля, экваториальную симметрию дипольного типа, соотношение амплитуд полярного и тороидального полей.

Диамагнитный эффект неоднородной турбулентности приводит к концентрации магнитных полей вблизи основания конвективной зоны, где диффузия относительно мала. Таким образом, период солнечного цикла может быть воспроизведен при стандартных значениях турбулентной диффузии ($\eta_T \approx 10^9 \text{ м}^2/\text{с}$) в конвективной зоне.

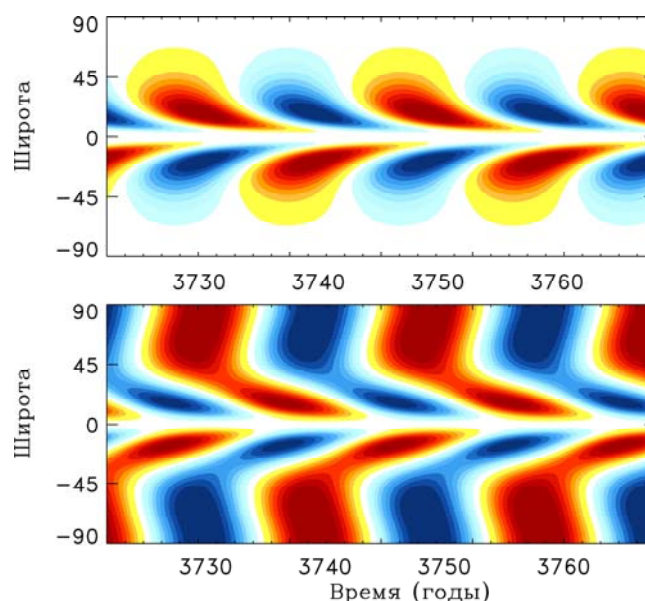


Рис. 4. Тороидальное магнитное поле B (вверху) и радиальная составляющая магнитного поля на поверхности (внизу) в координатах широта–время для модели с нелокальным альфа-эффектом и диамагнитным переносом поля. Учитывается также меридиональное течение к экватору в основании конвективной зоны. Красным и синим цветом показаны положительные и отрицательные уровни соответственно.

В третьей главе представлена модель динамо глобальных минимумов и максимумов солнечной активности. Дано описание свойств глобальных минимумов и максимумов солнечной активности по модельным расчетам. Показаны особенности 11-летней цикличности в эпоху глобальных минимумов. Проведено сравнение с косвенными данными о солнечной активности в период голоцена [16].

За основу взята модель солнечного динамо с нелокальным альфа-эффектом и диамагнитным переносом поля, описанная во второй главе диссертации. Модель дополнена учетом флуктуаций альфа-эффекта. Параметры флуктуаций заданы в соответствии с их определением по данным о солнечных пятнах (глава 1). Расчеты показывают нерегулярные изменения амплитуды магнитного поля как от цикла к циклу, так и на масштабах сотен и тысяч лет.

Статистические характеристики глобальных минимумов и максимумов, полученных в расчетах с нерегулярными изменениями альфа-эффекта, сопоставлены с данными о солнечной активности, восстановленными по концентрации изотопов радиоуглерода в природных архивах [16]. Ряд расчетных параметров глобальных минимумов и максимумов солнечной активности – общая продолжительность, время ожидания, число событий (за 11 тысяч лет), их средняя продолжительность – согласуются с данными о солнечной активности в период голоцена.

На рисунке 5 показаны фрагмент глобального минимума и максимума и зависимость от времени индекса экваториальной симметрии за одинаковые периоды времени. Значение индекса, равное минус 1, соответствует дипольной конфигурации тороидального поля, а плюс 1 означает, что доминирует квадрупольная конфигурация.

польная мода. Расчеты, выполненные с нерегулярными флуктуациями альфа-эффекта в пространстве, показывают, что в среднем индекс экваториальной симметрии возрастает при уменьшении амплитуды магнитных циклов. Корреляция отклонений индекса P и параметра магнитного потока от их средних значений равна минус 0.3. Можно предложить следующее объяснение полученной отрицательной корреляции. Преимущественно генерируются дипольные моды. Случайные флуктуации альфа-эффекта, зависящие от широты, нарушают экваториальную симметрию генерируемых полей и передают часть магнитной энергии квадрупольным модам. Квадрупольные моды являются «докритическими» и затухают, уменьшая тем самым полную магнитную энергию. Тем не менее, это указывает на возможность существования долгоживущих отклонений экваториальной симметрии от дипольного типа. Такие отклонения способствуют наступлениям глобальных минимумов. Следует отметить, что увеличение индекса симметрии при отклонении от дипольной конфигурации обнаруживается и в моделях с флуктуациями альфа в масштабах длины 11-летнего цикла [17].

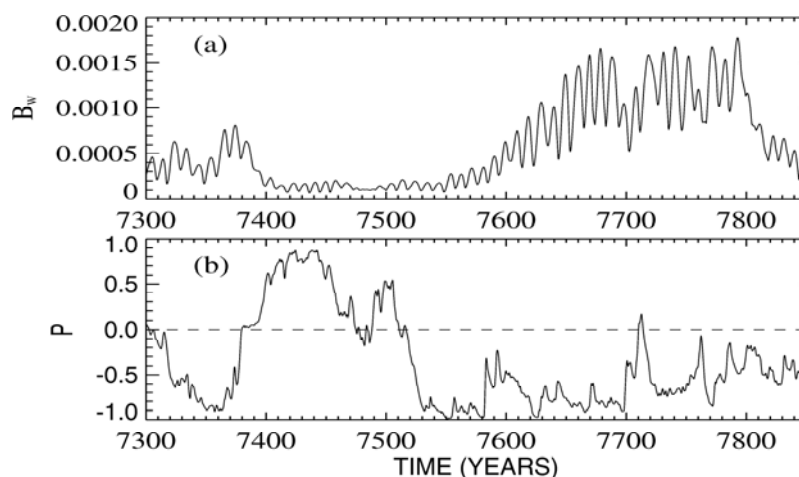


Рис. 5. Поток тороидального магнитного поля в безразмерных единицах (а) и индекс экваториальной симметрии P в зависимости от времени в модели динамо с флуктуирующим альфа-эффектом. Отмечаются большие отклонения от экваториальной симметрии дипольного типа ($P = -1$) в начале глобального минимума (приблизительно 7400 лет).

Таким образом, отклонение крупномасштабного магнитного поля Солнца от экваториально-антисимметричной конфигурации может быть индикатором вступления Солнца в эпоху пониженной магнитной активности.

Сделаны следующие выводы:

Ряд расчетных параметров глобальных минимумов и максимумов солнечной активности согласуются с данными о солнечной активности в период голоцена.

Модельные расчеты показывают «устойчивость» такого явления, как два типа глобальных минимумов: маундеровский и шпереровский, которые были

выявлены по данным о концентрации радиоуглерода ^{14}C в природных архивах.

Результаты модельных расчетов указывают на то, что глобальные изменения солнечной активности, подобные минимуму Маундера, связаны с нерегулярными изменениями параметров динамо на относительно малых масштабах времени порядка периода вращения Солнца.

Модельные расчеты показывают корреляцию возникновения глобальных минимумов с отклонениями от дипольной конфигурации поля. Увеличение северо-южной асимметрии магнитной активности Солнца может быть индикатором перехода к глобальному минимуму.

Четвертая глава посвящена исследованию гистерезиса в динамо и глобальным минимумам солнечной активности. Построена нелинейная модель динамо, в которой учитывается зависимость турбулентной диффузии от магнитного поля.

Было обнаружено, что такая модель показывает явление гистерезиса, когда в определенном интервале значений динамо-числа возможны два режима – затухающие колебания слабых полей и магнитные циклы с постоянной и большой амплитудой.

Обнаруженный эффект гистерезиса является следствием подавления турбулентной диффузии магнитным полем. Слабые (около 10 % от их средней величины) флуктуации альфа-эффекта могут приводить к переходам между двумя возможными режимами в области гистерезиса, что приводит к чередованию эпох с высокой активностью с глобальными минимумами.

Рисунок 6 показывает, что если динамо-число (D) лишь немного превышает критическую величину, то такие чередования возможны. По мере увеличения D уменьшаются частота появления и продолжительность моделируемых глобальных минимумов. При достаточно больших значениях D они вовсе исчезают. С уменьшением D глобальные минимумы в расчетах становятся более продолжительными, и при достаточно малых D динамо «выключается».

Рассмотренная модель показывает глобальные минимумы лишь вблизи критической величины динамо-числа. Заметим, что динамо-число является возрастающей функцией скорости вращения. Скорость вращения Солнца и подобных ему звезд уменьшается со временем [18]. Причем между динамо и вращением имеется обратная связь: чем выше магнитная активность, тем больше скорость потери углового момента [19]. Возможно, что замедление вращения в конце концов приводит звезды к порогу действия крупномасштабного динамо. Состояния низкой активности действительно наблюдаются лишь на старых звездах [20]. Если предложенная картина верна, то наблюдения могут обнаружить резкое уменьшение темпов замедления вращения для старых звезд, показывающих глобальные минимумы активности.

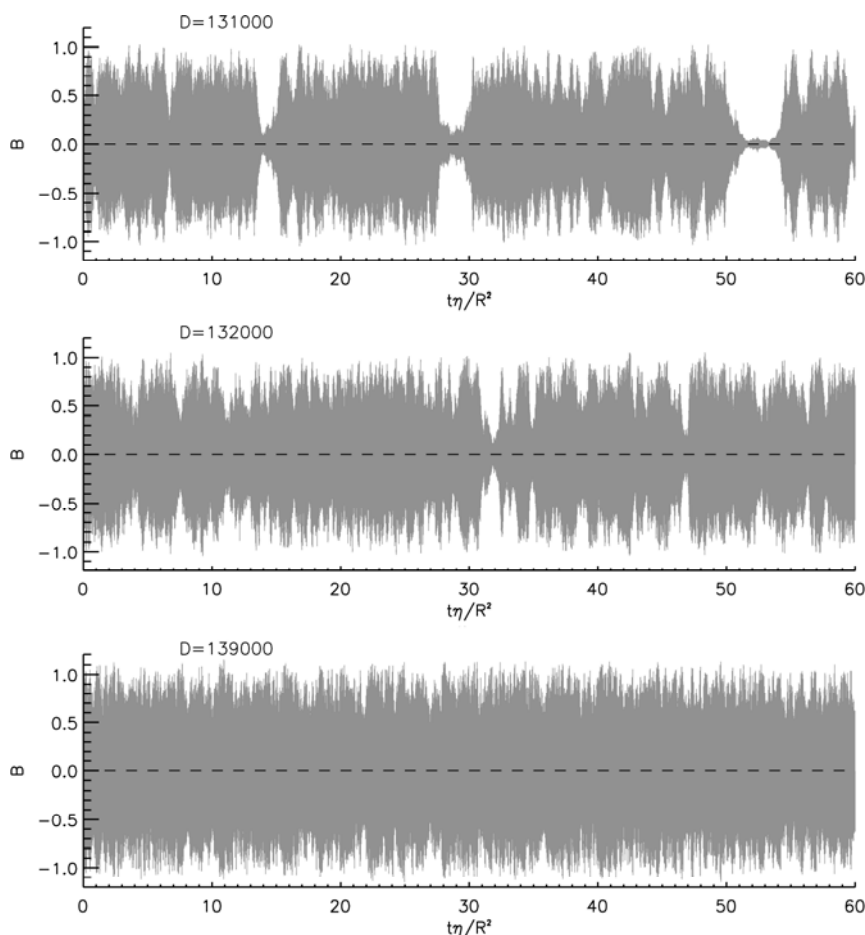


Рис. 6. Зависимость магнитного поля от времени для ряда значений динамо-числа, близких к его критической величине $D_c=131000$, полученная в модельных расчетах с учетом флуктуаций альфа-эффекта.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Кичатинов, Л. Л. Активные долготы Солнца: период вращения и статистическая достоверность / Л. Л. Кичатинов, **С. В. Олемской** // Письма в АЖ. – 2005. – Т. 31, № 4. – С. 309–314.
2. **Олемской, С. В.** Об определении меридионального течения на Солнце методом трассеров / С. В. Олемской, Л. Л. Кичатинов // Письма в АЖ. – 2005. – Т. 31, № 10. – С. 793–800.
3. Кичатинов, Л. Л. Равновесие и распад солнечных пятен / Л. Л. Кичатинов, **С. В. Олемской** // Письма в АЖ. – 2006. – Т. 32, № 5. – С. 357–365.
4. **Олемской, С. В.** Определение меридионального течения на Солнце по трассерам: влияние граничных эффектов / С. В. Олемской, Л. Л. Кичатинов // Изв. РАН. Сер. физическая. – 2006. – Т. 70, № 10. – С. 1427–1429.

5. **Олемской, С. В.** Эффект активных долгот в модуляции потока космических лучей / С. В. Олемской, А. В. Мордвинов // Геомагнетизм и аэрономия. – 2009. – Т. 49, № 2. – С.191–198.
6. **Olemskoy, S. V.** Active longitudes of sunspots / S. V. Olemskoy, L. L. Kitchatinov // Geomagnetism and Aeronomy. – 2009. – Vol. 49, N 7. – P. 866–870.
7. Кичатинов, Л. Л. Гистерезис в динамо и глобальные минимумы солнечной активности / Л. Л. Кичатинов, **С. В. Олемской** // Письма в АЖ. – 2010. – Т. 36, № 4. – С. 304–309.
8. Kitchatinov, L. L. Model of Intermittency of Grand Minima and Maxima in the Solar Dynamo / L. L. Kitchatinov, **S. V. Olemskoy** // Geomagnetism and Aeronomy. – 2010. – Vol. 50. – N 8 (Special Iss. 2). – P. 927–932.
9. Kitchatinov, L. L. Differential rotation of main-sequence dwarfs and its dynamo-efficiency / L. L. Kitchatinov, **S. V. Olemskoy** // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS). – 2011. – Vol. 411. – P. 1059–1066.
10. Кичатинов, Л. Л. Модель солнечного динамо с нелокальным альфа-эффектом / Л. Л. Кичатинов, **С. В. Олемской** // Письма в АЖ. – 2011. – Т. 37, № 4. – С. 314–320.
11. Кичатинов, Л. Л. Действует ли механизм Бэбкока-Лейтона на Солнце? / Л. Л. Кичатинов, **С. В. Олемской** // Письма в АЖ. – 2011. – Т. 37, № 9. – С. 713–715.
12. Kitchatinov, L. L. Alleviation of catastrophic quenching in solar dynamo model with nonlocal alpha-effect / L. L. Kitchatinov, **S. V. Olemskoy** // Astron. Nachr. – 2011. – Vol. 332, N 5. – P. 489 – 494.
13. Kitchatinov, L. L. Solar dynamo model with diamagnetic pumping and nonlocal α -effect / L. L. Kitchatinov, **S. V. Olemskoy** // Solar Phys. – 2012. – Vol. 276. – P. 3–7.
14. Kitchatinov, L. L. Differential rotation of main-sequence dwarfs: predicting the dependence on surface temperature and rotation rate / L. L. Kitchatinov, **S. V. Olemskoy** // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS). – 2012. – Vol. 423. – P. 3344–3351.
15. **Олемской, С. В.** Флуктуации альфа-эффекта и глобальные минимумы солнечной активности / С. В. Олемской, А. Р. Чудури, Л. Л. Кичатинов // Астрономический журнал. – 2013. – Т. 90, № 6. – С. 501–511
16. **Olemskoy, S. V.** Grand minima and north-south asymmetry of solar activity / S. V. Olemskoy, L. L. Kitchatinov // The Astrophysical Journal. – 2013. – Vol. 777, N 1, article id. 71. – P. 1–8.

Список цитируемой литературы

1. Витинский, Ю. И. Статистика пятнообразовательной деятельности Солнца / Ю. И. Витинский, М. Копецкий, Г. В. Куклин. – М.: Наука, 1986. – 296 с.
2. Ivanov, E. V. The role meridional circulation in generating the 22-year solar cycle / E. V. Ivanov, V. N. Obridko, B. D. Shelting // Solar variability as an input to the Earth's environment: International Solar Cycle Studies (ISCS) Symposium. – Noordwijk, 2003. – P. 37–42.
3. Кичатинов, Л. Л. Дифференциальное вращение и меридиональная циркуляция вблизи границ солнечной конвективной зоны / Л. Л. Кичатинов // Астрономический журнал. – 2004. – Т. 81. – С. 176–183.
4. Kitchatinov, L. L. Anti-solar differential rotation / L. L. Kitchatinov, G. Rudiger // Astronomische Nachrichten. – 2004. – Vol. 325. – P. 496–500.
5. Komm, R. W. Meridional flow of small photospheric magnetic features / R. W. Komm, R. F. Howard, J. W. Harvey // Solar Physics. – 1993. – Vol. 147. – P. 207–223.
6. Zhao, J. Torsional oscillation, meridional flows, and vorticity inferred in the upper convection zone of the sun by time-distance helioseismology / J. Zhao, A. Kosovichev // The Astrophysical Journal. – 2004. – Vol. 603. – P. 776–784.
7. Tuominen, J. On the latitude drift of sunspot groups and solar rotation / J. Tuominen, J. Kyrolainen // Solar Physics. – 1982. – Vol. 79. – P. 161–172.
8. Babcock, H. W. The Topology of the Sun's Magnetic Field and the 22-YEAR Cycle / H. W. Babcock // The Astrophysical Journal. – 1961. – Vol. 133. – P. 572–587.
9. Leighton, R. B. A Magneto-Kinematic Model of the Solar Cycle / R. B. Leighton // The Astrophysical Journal. – 1969. – Vol. 156. – P. 1–26.
10. Макаров, В. И. Крупномасштабное магнитное поле Солнца и 11-летние циклы активности / В. И. Макаров, А. Г. Тлатов // Астрономический журнал. – 2000. – Т. 77. – С. 858–864.
11. Dikpati, M. A Babcock–Leighton Flux Transport Dynamo with Solar-like Differential Rotation / M. Dikpati, P. Charbonneau // The Astrophysical Journal. – 1999. – Vol. 518. – P. 508–520.
12. Моффат, Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде / Г. Моффат. – М.: Мир, 1980. – 339 с.

13. Gilman, P. A. What can we learn about solar cycle mechanisms from observed velocity fields? / P. A. Gilman // The solar cycle: Proceedings of the National Solar Observatory, ASP Conference Series. – Sacramento Peak, 1992. – P. 241–255.
14. Зельдович, Я. Б. Магнитное поле в проводящей турбулентной жидкости при двумерном движении / Я. Б. Зельдович // ЖЭТФ. – 1956. – Т. 31. – С. 154–156.
15. Краузе, Ф. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо / Ф. Краузе, К. Х. Рэдлер. – М.: Мир, 1984. – 320 с.
16. Usoskin, I. G. Grand minima and maxima of solar activity: new observational constraints / I. G. Usoskin, S. K. Solanki, G. A. Kovaltsov // Astronomy and Astrophysics. – 2007. – Vol. 471. – P. 301–309.
17. Usoskin, I. G. Grand Minima of Solar Activity and the Mean-Field Dynamo / I. G. Usoskin, D. Sokoloff, D. Moss // Solar Physics. – 2009. – Vol. 254. – Iss. 2. – P. 345–355.
18. Skumanich, A. Time Scales for CA II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Deple / A. Skumanich // The Astrophysical Journal. – 1972. – V. 171. – P. 565–567.
19. Durney, B. R. On the angular momentum loss of late-type stars / B. R. Durney, J. Latour // Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics. – 1978. – V. 9. – P. 241–255.
20. Wright, J. T. Do We Know of Any Maunder Minimum Stars? / J. T. Wright // The Astronomical Journal. – 2004. – Vol. 128. – Iss. 3. – P. 1273–1278.