

ГЕНЕРАЦИЯ МЕДЛЕННЫХ МАГНИТОЗВУКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В ПЛАЗМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ СОЛНЕЧНЫМ ТЕРМИНАТОРОМ

Д.А. Козлов, А.С. Леонович, И.К. Едемский

GENERATION OF SLOW MAGNETOSONIC OSCILLATIONS BY SOLAR TERMINATOR IN THE EARTH'S PLASMASPHERE

D.A. Kozlov, A.S. Leonovich, I.K. Edemsky

Решена задача о структуре и спектре стоячих медленных магнитозвуковых (ММЗ) волн в плазмасфере Земли с реалистичным распределением параметров плазмы вдоль силовых линий геомагнитного поля. Найдено как аналитическое решение задачи в ВКБ-приближении, так и ее численное решение. Проведено сравнение результатов расчетов с данными наблюдений. Полученные решения позволяют интерпретировать колебания полного электронного содержания ионосферы, зарегистрированные над территорией Японии, как колебания одной из основных гармоник стоячих ММЗ-волн. Вблизи ионосферы основными регистрируемыми компонентами поля стоячих ММЗ-волн являются колебания концентрации и связанные с ними колебания давления плазмы. Колебания магнитного поля, связанные с ММЗ-колебаниями, не могут быть зарегистрированы в наземных наблюдениях.

We suggest the solution to the problem of the structure and spectrum of slow magnetosonic (SMS) waves in the Earth's plasmasphere with realistic distribution of plasma parameters along geomagnetic field lines. We found both the analytical solution to the problem in the WKB approximation and its numerical solution. Calculation data were compared with observations. The findings allow us to interpret the total electron content variations recorded above Japan as oscillations of one of the main harmonics of standing SMS waves. The main components of the standing SMS wave field registered near the ionosphere are plasma density and pressure variations. Ground-based observations fail to register magnetic field variations related to SMS oscillations.

Введение

Собственные медленные магнитозвуковые (ММЗ) колебания магнитосферы Земли, в отличие от альфвеновских волн, исследованы на сегодняшний день достаточно мало [Taylor, Walker, 1987; Leonovich et al., 2006; Klimushkin, Mager, 2008]. В магнитосфере Земли ММЗ-колебания распространяются преимущественно вдоль силовых линий геомагнитного поля. Из-за высокой проводимости ионосфера представляет собой почти идеально отражающую границу для рассматриваемых волн. При этом ММЗ-колебания, как и альфвеновские волны, могут образовывать в магнитосфере стоячие волны вдоль магнитных силовых линий.

Имеется довольно большое число работ, посвященных структуре и спектру стоячих альфвеновских волн в дипольно-подобных моделях магнитосферы (см., например, [Radoski, 1967; Cummings et al., 1969; Leonovich, Mazur, 1989; Chen, Cowley, 1989; Lee, Lysak, 1991; Wright, 1992]). В работе [Leonovich et al., 2006] были рассмотрены стоячие ММЗ-волны, возбуждаемые в дипольной магнитосфере монохроматической быстрой магнитозвуковой (БМЗ) волной, проникающей внутрь магнитосферы из солнечного ветра. Характерная длина волны таких ММЗ-колебаний в направлении вдоль силовых линий геомагнитного поля и длина волны в азимутальном направлении сопоставимы с характерными размерами неоднородности магнитосферной плазмы. Поперек магнитных оболочек они имеют достаточно выраженную резонансную структуру с характерным масштабом, много меньшим размеров неоднородности магнитосферной плазмы. Их амплитуда резко убывает в направлении от экваториальной плоскости магнитосферы к ионосфере, поэтому зарегистрировать такие колебания можно только на высокоорбитальных космических аппаратах.

Сравнительно малое количество работ, посвященных ММЗ-колебаниям, связано, по-видимому, с

тем, что они имеют большой декремент затухания [Leonovich, Kozlov, 2009]. В результате собственные ММЗ-колебания быстро затухают и их достаточно сложно наблюдать. Тем не менее при наличии достаточно интенсивного источника, способного генерировать эти волны, они вполне могут наблюдаться в магнитосфере Земли.

Таким источником может быть солнечный терминатор. В работе [Afraimovich et al., 2009a] по наблюдениям на сети приемников GPS над территорией Японии были зарегистрированы колебания полного электронного содержания (ПЭС), связанные с прохождением терминатора по ионосфере Земли в области, сопряженной с областью наблюдения силовыми линиями геомагнитного поля. Анализ наблюдений позволил установить отчетливую связь колебаний ПЭС в области наблюдения с процессами в магнитосопреженной области ионосферы. В связи с этим было сделано предположение, что взаимодействие магнитосопреженных областей ионосферы происходит через распространение МГД-волн – альфвеновских или ММЗ – вдоль силовых линий геомагнитного поля.

Периоды регистрируемых колебаний ПЭС находились в диапазоне 15–30 мин. Характерные периоды основных гармоник стоячих альфвеновских волн на рассматриваемых магнитных оболочках (~10 с) очень далеки от периодов регистрируемых колебаний ПЭС, поэтому генерация колебаний ПЭС альфвеновской волной представляется маловероятной. Периоды основных гармоник стоячих ММЗ-волн (~20 мин) как раз находятся в нужном диапазоне. В работе [Afraimovich et al., 2009b] наблюдаемые колебания ПЭС на основе расчета периодов нескольких первых гармоник ММЗ-колебаний в ВКБ-приближении интерпретировались как колебания одной из первых гармоник стоячих ММЗ-волн.

ММЗ-волны, связанные с прохождением терминатора, должны иметь достаточно большую характерную длину волны в направлении поперек магнитных оболочек (сравнимую с характерным размером магнитосферной неоднородности) и быть сравнительно мелкомасштабными в азимутальном направлении. Настоящая работа посвящена расчету структуры наблюдаемых вблизи ионосферы компонент поля таких азимутально-мелкомасштабных стоячих ММЗ-волн и их спектра в дипольной модели плазмосферы Земли. Расчеты выполнены как аналитически в приближении ВКБ, так и численно. Проведено сравнение результатов аналитических и численных расчетов с данными наблюдений.

Данная работа имеет следующую структуру. Во втором разделе описана модель среды, выведено основное уравнение для расчета структуры и спектра азимутально-мелкомасштабных стоячих ММЗ-волн и получены аналитические выражения для компонент поля колебаний. В третьем разделе в ВКБ-приближении получено аналитическое решение основного уравнения, описывающего структуру поля колебаний вдоль магнитной силовой линии. В четвертом разделе найдено численное решение основного уравнения, построены распределения компонент поля колебаний вдоль магнитной силовой линии и проведено обсуждение полученных результатов. В заключении перечислены основные результаты данной работы.

Модель среды и основные уравнения

Рассмотрим модель плазмосферы с дипольно-подобным магнитным полем, представленную на рис. 1. Введем криволинейную ортогональную систему координат (x^1, x^2, x^3) , связанную с силовыми линиями магнитного поля. Координата x^3 направлена вдоль силовой линии, x^1 – поперек магнитных оболочек, а x^2 дополняет систему координат до правосторонней. Квадрат элемента длины в этой системе координат определяется как

$$ds^2 = g_1(dx^1)^2 + g_2(dx^2)^2 + g_3(dx^3)^2,$$

где g_i ($i=1, 2, 3$) – компоненты метрического тензора рассматриваемой криволинейной системы координат. Будем считать плазму и магнитное поле однородными

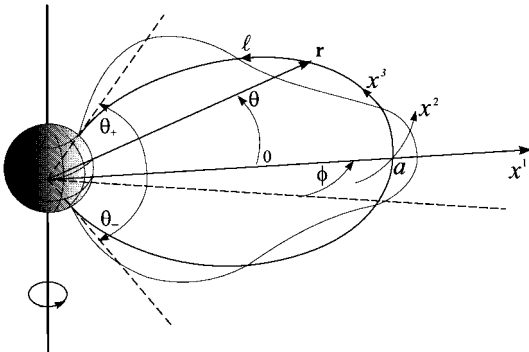


Рис. 1. Криволинейная ортогональная система координат (x^1, x^2, x^3) , связанная с силовыми линиями магнитного поля, и неортогональная система координат (a, ϕ, θ) , использованная в численных расчетах. Условно показана структура 5-й гармоники стоячих ММЗ-волн вдоль магнитной силовой линии.

по координате x^2 . Для описания МГД-колебаний используем систему уравнений идеальной МГД:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla P + \frac{1}{4\pi} [\text{rot } \mathbf{B} \times \mathbf{B}], \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{P}{\rho^\gamma} = 0, \quad (4)$$

где \mathbf{B} и \mathbf{v} – векторы напряженности магнитного поля и скорости движения плазмы, ρ и P – плотность и давление плазмы, γ – показатель адиабаты. Для определения напряженности электрического поля колебаний \mathbf{E} используем дрейфовое приближение:

$$\mathbf{E} = -[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]/c.$$

В стационарном состоянии ($\partial/\partial t = 0$) система уравнений (1)–(4) описывает распределение параметров невозмущенной магнитосферы: $\mathbf{B}_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{E}_0, \rho_0, P_0$. Будем считать плазму покоящейся ($\mathbf{v}_0 = \mathbf{E}_0 = 0$). Линеаризуем систему (1)–(4) относительно малых возмущений, связанных с МГД-колебаниями плазмы: $\mathbf{B}', \mathbf{v}', \mathbf{E}', \rho', P'$. Представим каждую из возмущенных компонент в виде разложения Фурье по гармоникам вида $\exp(ik_2 x^2 - i\omega t)$, где ω – частота колебаний, k_2 – азимутальное волновое число (если $x^2 \equiv \phi$ – азимутальный угол, то $k_2 \equiv m = 1, 2, 3, \dots$). Из (1) имеем

$$-i\omega \rho_0 v_1 = -\nabla_1 P' + \frac{B_0}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{g_3}} (\nabla_3 B_1 - \nabla_1 B_3), \quad (5)$$

$$-i\omega \rho_0 v_2 = -ik_2 P' - \frac{B_0}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{g_3}} (ik_2 B_3 - \nabla_3 B_2), \quad (6)$$

$$-i\omega \rho_0 v_3 = -\nabla_3 P', \quad (7)$$

где v_i, B_i ($i=1, 2, 3$) – ковариантные компоненты векторов возмущенной скорости \mathbf{v}' и магнитного поля \mathbf{B}' , $\nabla_i \equiv \partial/\partial x^i$. Из (3), (4) получаем

$$P' = -i \frac{\gamma}{\omega} \frac{P_0^{1-\sigma}}{\sqrt{g}} \times \\ \times \left[\nabla_1 \left(\frac{\sqrt{g}}{g_1} P_0^\sigma v_1 \right) + ik_2 \frac{\sqrt{g}}{g_2} P_0^\sigma v_2 + \nabla_3 \left(\frac{\sqrt{g}}{g_3} P_0^\sigma v_3 \right) \right],$$

где $g = \sqrt{g_1 g_2 g_3}$, $\sigma = 1/\gamma$.

Для описания поля МГД-колебаний удобно перейти к представлению компонент поля колебаний через потенциалы. Согласно теореме разложения Гельмгольца, произвольное векторное поле, в каждой точке которого определена его первая производная, можно представить в виде суммы потенциального и вихревого полей. Для двумерного векторного поля $\mathbf{E} = (E_1, E_2, 0)$ это разложение имеет вид

$$\mathbf{E}' = -\nabla_{\perp}\phi + [\nabla_{\perp}, \mathbf{\Psi}],$$

где $\nabla_{\perp} \equiv (\nabla_1, \nabla_2)$, ϕ – скалярный и $\mathbf{\Psi}$ – векторный потенциалы. Соответствующей калибровкой можно добиться, чтобы векторный потенциал имел только одну компоненту, продольную: $\mathbf{\Psi} = (0, 0, \psi_3 \equiv \psi)$. Используя линеаризованную систему (1)–(4), можно выразить компоненты возмущенного поля через потенциалы ϕ и ψ :

$$\begin{aligned} E_1 &= -\nabla_1\phi + ik_2\psi, \\ E_2 &= -ik_2\phi - \nabla_1\psi, E_3 = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{c}{\omega} \frac{g_1}{\sqrt{g}} \nabla_3 \left(k_2\phi - i \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1\psi \right), \\ B_2 &= i \frac{c}{\omega} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_3 \left(\nabla_1\phi - ik_2 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \psi \right), \\ B_3 &= i \frac{c}{\omega} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \left(\nabla_1 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1\psi - k_2^2 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \psi \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} v_1 &= -\frac{c}{pB_0} \left(ik_2\phi + \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1\psi \right), \\ v_2 &= -\frac{cp}{B_0} \left(\nabla_1\phi - ik_2 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \psi \right), \\ v_3 &= -i \frac{1}{\omega\rho_0} \nabla_3 P', \end{aligned} \quad (10)$$

возмущенное давление определяется уравнением

$$\begin{aligned} \hat{L}_0 P' &= i\gamma \frac{c}{\omega} \frac{P_0^{1-\sigma}}{\sqrt{g}} \times \\ &\times \left[ik_2\phi \nabla_1 \frac{\sqrt{g_3} P_0^{\sigma}}{B_0} + \nabla_1 \frac{p P_0^{\sigma}}{B_0} \nabla_1\psi - k_2^2 \frac{P_0^{\sigma}}{p B_0} \psi \right], \end{aligned} \quad (11)$$

где обозначено $p = \sqrt{g_2 / g_1}$,

$$\hat{L}_0 = 1 + \frac{\gamma}{\omega^2} \frac{P_0^{1-\sigma}}{\sqrt{g}} \nabla_3 \frac{\sqrt{g} P_0^{\sigma}}{g_3 \rho_0} \nabla_3.$$

Домножим (5) на $ik_2 B_0 / \rho_0$, (6) – на B_0 / ρ_0 , продифференцируем его по x^1 и вычтем получившиеся уравнения одно из другого. В результате получим

$$\begin{aligned} \nabla_1 \hat{L}_T \nabla_1\phi - k_2^2 \left(\hat{L}_p \phi + \frac{S^2}{A^2} \frac{\phi}{\sqrt{g_1 g_2}} \times \right. \\ \left. \times \nabla_1 \ln B_0 \nabla_1 \ln \frac{\sqrt{g_3} P_0^{\sigma}}{B_0} \right) = \\ = i \frac{k_2}{\omega} \left(\nabla_1 \hat{L}_T \frac{g_1}{\sqrt{g}} - \hat{L}_p \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1 \right) \psi, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{где } \hat{L}_T = \frac{1}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 \frac{p}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 + p \frac{\omega^2}{A^2}, \hat{L}_p = \frac{1}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 \frac{1}{p} \times$$

$\times \frac{1}{\sqrt{g_3}} \nabla_3 + \frac{1}{p} \frac{\omega^2}{A^2}$ – тороидальный и полоидальный продольные операторы, $S = (\gamma P_0 / \rho_0)^{1/2}$ – скорость звука в плазме, $A = B_0 / \sqrt{4\pi\rho_0}$ – альфвеновская скорость. Подействуем оператором \hat{L}_0 слева на (6) и подставим в получившееся уравнение компоненты возмущенного поля из (8)–(10). После некоторой перегруппировки слагаемых получаем

$$\begin{aligned} \frac{B_0 \sqrt{g_3}}{4\pi\rho_0} \hat{L}_0 \frac{B_0}{\sqrt{g_3}} \tilde{\Delta}\psi + S^2 \bar{\Delta}\psi + \omega^2 \psi = \\ = -i \frac{B_0 \sqrt{g_3}}{4\pi k_2 \rho_0} \hat{L}_0 B_0 \hat{L}_T \nabla_1\phi - ik_2 S^2 \phi \frac{g_3}{\sqrt{g}} \nabla_1 \ln \frac{\sqrt{g_3} P_0^{\sigma}}{B_0}, \end{aligned} \quad (13)$$

где введены аналоги оператора Лапласа:

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta} &= \frac{g_3}{\sqrt{g}} \nabla_1 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1 - \frac{k_2^2}{g_2} + \nabla_3 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_3 \frac{g_1}{\sqrt{g}}, \\ \bar{\Delta} &= \frac{B_0}{P_0^{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{g_1 g_2}} \times \\ &\times \left(\nabla_1 \frac{p P_0^{\sigma}}{B_0} \nabla_1 - \frac{k_2^2}{p} \frac{P_0^{\sigma}}{B_0} + \nabla_3 \frac{\sqrt{g} P_0^{\sigma}}{g_3 \rho_0} \nabla_3 \frac{\rho_0}{B_0 \sqrt{g_3}} \right). \end{aligned}$$

Уравнения (12) и (13) образуют замкнутую относительно потенциалов ϕ и ψ систему уравнений. При переходе к однородной плазме правые части этих уравнений обращаются в нуль. Оператор в левой части (12) дает дисперсионное уравнение для альфвеновских волн: $\omega^2 = k_{\parallel}^2 A^2$, где $k_{\parallel}^2 = k_3^2 / g_3$, а оператор в левой части (13) – дисперсионное уравнение для магнитозвуковых волн:

$$\omega^4 - \omega^2 k^2 (A^2 + S^2) + k^2 k_{\parallel}^2 A^2 S^2 = 0, \quad (14)$$

где $k^2 = k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2$, $k_{\perp}^2 = k_1^2 / g_1 + k_2^2 / g_2$. Таким образом, можно полагать, что альфвеновские колебания описываются скалярным потенциалом ϕ , а магнитозвуковые – продольной компонентой ψ векторного потенциала. В неоднородной плазме правые части уравнений (12) и (13) описывают взаимодействие этих ветвей МГД-колебаний.

Если выполняется одно из неравенств: $S \ll A$, $A \ll S$, $|k_{\parallel}| \ll |k_{\perp}|$, из (14) можно получить следующие приближенные дисперсионные уравнения:

$$\omega^2 \approx k^2 (A^2 + S^2) \text{ для БМЗ-волн,}$$

$$\omega^2 \approx k_{\parallel}^2 C_s^2 \text{ для ММЗ-волн,}$$

где $C_s^2 = A^2 S^2 / (A^2 + S^2)$. Из вида дисперсионного уравнения видно, что C_s представляет собой фазовую скорость распространения ММЗ-волн.

Для последующих численных расчетов распределение параметров фоновой плазмы вдоль силовой линии магнитного поля рассчитано по численной модели плазмосферы Кринберга–Тащилина, подробно представленной в [Кринберг, Тащилин, 1984]. На рис. 2

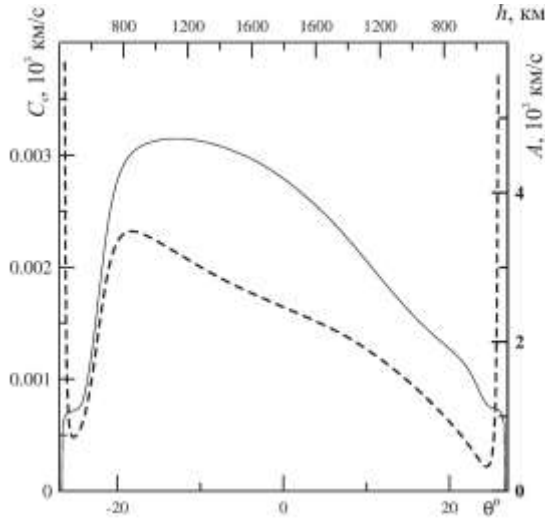


Рис. 2. Распределение альфвеновской скорости $A(\theta)$ (штриховая линия) и скорости ММЗ-волн $C_s(\theta)$ (сплошная линия) вдоль силовой линии, пересекающей ионосферу Земли в Северном полушарии над территорией Японии (37° N , 138° E), в 11:00 UT 14 июня 2008 г.

приведено распределение альфвеновской скорости A и скорости C_s вдоль магнитной силовой линии, пересекающей ионосферу Земли над территорией Японии (37° N , 138° E), в 11:00 UT 14 июня 2008 г. Видно, что по крайней мере одно из указанных выше неравенств ($S \ll A$) выполняется практически по всей длине силовой линии. Расчет параметров среды в Северном и Южном полушариях проводился от высоты 80 км до вершины силовой линии (~ 1700 км). Обратим особое внимание на резкий рост A и убывание C_s на высотах $h < 400$ км. Это связано с резким уменьшением концентрации и температуры ионов плазмы на высотах ниже F2-слоя ионосферы. Сильная асимметрия профилей A и C_s в Северном и Южном полушариях обусловлена разными граничными условиями на ионосферных концах силовой линии: ионосфера в Северном полушарии освещена Солнцем, а в Южном уже нет.

В рамках данного приближения дисперсионное уравнение для ММЗ-волн очень похоже на дисперсионное уравнение для альфвеновских волн. При этом фазовая скорость ММЗ-волн, так же как и альфвеновских волн, направлена вдоль силовых линий магнитного поля. Поскольку потенциал ψ описывает как быстрые, так и медленные магнитозвуковые волны, в линейном приближении его можно представить в виде суммы $\psi = \psi_F + \psi_S$, где составляющая ψ_F связана с БМЗ-волной, а ψ_S – с ММЗ-волной. Можно показать, что в однородной плазме для ММЗ-волн ($\phi=0$, $\psi = \psi_S$) выполняются следующие соотношения:

$$(P' + P_m) / P' \sim (P' + P_m) / P_m = \frac{k_{\parallel}^2}{k^2} \frac{A^2}{A^2 + S^2},$$

где $P_m = B_0 B_{\parallel} / 4\pi$ – возмущенное магнитное давление. Следовательно, для колебаний с $|k_{\parallel}| \ll |k_{\perp}|$ полное давление в ММЗ-волне практически не возмущается:

$$P' + B_0 B_{\parallel} / 4\pi \approx 0. \quad (15)$$

В рамках рассматриваемой модели магнитосферы характерные собственные частоты основных гармоник стоячих альфвеновских и ММЗ-волн различаются более чем на два порядка величины. Это означает, что взаимодействие альфвеновских и ММЗ-волн на замкнутых силовых линиях практически отсутствует, поэтому при исследовании структуры ММЗ-колебаний, описываемых уравнением (13), будем полагать в его правой части $\phi=0$. Для БМЗ-волн с периодами колебаний более 10 мин, рассматриваемыми в настоящей работе, вся магнитосфера представляет собой область непрозрачности, потому будем считать, что во внутреннюю плазму БМЗ-волны из солнечного ветра практически не проникают и $\psi_F=0$. Для ММЗ-волн в плазмосфере из (13) получаем уравнение

$$\frac{B_0 \sqrt{g_3}}{4\pi \rho_0} \hat{L}_0 \frac{B_0}{\sqrt{g_3}} \tilde{\Delta} \psi_S + S^2 \tilde{\Delta} \psi_S + \omega^2 \psi_S = 0. \quad (16)$$

Граничное условие для функции ψ_S на ионосфере было получено в работе [Leonovich et al., 2006]. Вертикальные движения атмосферы возмущают проводящий слой ионосферы и генерируют в нем сторонние токи. При этом граничное условие для функции ψ_S имеет вид

$$\psi_S|_{x^3=x^3_{\pm}} = i \frac{J^{(\pm)}}{\Sigma_p}, \quad (17)$$

где координата x^3_{\pm} соответствует точкам пересечения силовой линии с ионосферой Северного и Южного полушарий соответственно, Σ_p – интегральная педерсеновская проводимость ионосферы, а функция $J^{(\pm)} \equiv J(x^3 = x^3_{\pm})$ связана с плотностью сторонних токов соотношением

$$\Delta_{\perp} J = \int_0^{\Delta} (\nabla \times \mathbf{j}_{\text{ext}})_z dz,$$

где $\Delta_{\perp} = \nabla_x^2 + \nabla_y^2$ – поперечный оператор Лапласа, Δ – толщина проводящего слоя ионосферы.

Характерные масштабы основных гармоник стоячих ММЗ-волн, возбуждаемых прохождением терминатора по ионосфере, в направлении вдоль магнитных силовых линий (по координате x^3) и поперек магнитных оболочек (по координате x^1) много больше их азимутального масштаба (по координате x^2), определяемого шириной фронта терминатора. Следовательно, решение (16) можно искать методом разнотных масштабов. В главном порядке, оставляя в (16) только слагаемые, пропорциональные большому азимутальному волновому числу k_2 , получаем

$$\frac{p \rho_0}{P_0^{\sigma} B_0} \nabla_3 \frac{\sqrt{g} P_0^{\sigma}}{g_3 \rho_0} \nabla_3 \frac{B_0}{g_2 \sqrt{g_3}} \psi_S + \frac{\omega^2}{C_s^2} \psi_S = 0. \quad (18)$$

Решение этого уравнения можно представить в виде

$$\psi_S = V(x^1) S(x^1, x^3),$$

где функция $V(x^1)$ определяется источником рассматриваемых колебаний и описывает распределение их амплитуды поперек магнитных оболочек, функция $S(x^1, x^3)$ описывает распределение потенциала ψ_s вдоль магнитной силовой линии и определяется уравнением (18). Функция $S(x^1, x^3)$ зависит от координаты x^1 как от параметра. Для дальнейших расчетов удобно ввести функцию $H(x^1, x^3) = S(x^1, x^3)B_0 / (g_2\sqrt{g_3})$, которая описывается уравнением

$$\frac{\partial}{\partial \ell} \alpha(x^1, \ell) \frac{\partial}{\partial \ell} H + \frac{\omega^2}{C_s^2} \alpha(x^1, \ell) H = 0, \quad (19)$$

где $d\ell = \sqrt{g_3} dx^3$ – элемент длины вдоль силовой линии (см. рис. 1), $\alpha(x^1, \ell) = P_0^\sigma \sqrt{g_1 g_2} / \rho_0$. Основные компоненты поля азимутально-мелкомасштабных ММЗ-волн можно представить в виде

$$E_1 = ik_2 \psi_s, E_2 = -\nabla_1 \psi_s, E_3 = 0, \quad (20)$$

$$B_1 = -i \frac{c}{\omega} \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial \ell} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \nabla_1 \psi_s, \\ B_2 = k_2 \frac{c}{\omega} p \frac{\partial}{\partial \ell} \frac{g_2}{\sqrt{g}} \psi_s, \quad (21)$$

$$B_3 = -i \frac{c}{\omega} \frac{k_2^2}{g_2} \psi_s, \\ v_1 = -\frac{c}{B_0 \sqrt{g_3}} \nabla_1 \psi_s, \\ v_2 = -\frac{ik_2 c}{B_0 \sqrt{g_3}} \psi_s, \quad (22) \\ v_3 = -\frac{i \sqrt{g_3}}{\omega \rho_0} \frac{\partial}{\partial \ell} P'.$$

Для определения возмущенного давления используем приближенное соотношение (15), которое вместе с (21) и (22) дает следующее выражение для продольной компоненты скорости колебаний плазмы:

$$v_{||} = v_3 / \sqrt{g_3} = -i \frac{1}{\omega \rho_0} \frac{\partial}{\partial \ell} P' \approx i \frac{1}{\omega \rho_0} \frac{\partial}{\partial \ell} \frac{B_0 B_3}{4\pi \sqrt{g_3}}. \quad (23)$$

Линеаризуя уравнение (3), для возмущенной плотности получим выражение

$$\rho' = -i \frac{1}{\omega \sqrt{g_1 g_2}} \frac{\partial}{\partial \ell} \sqrt{g_1 g_2} \rho_0 v_{||}, \quad (24)$$

которое является основой для определения колебаний концентрации плазмы.

Определение компонент поля ММЗ-волн в ВКБ-приближении

Для того чтобы получить качественное представление о структуре основных компонент поля рассматриваемых ММЗ-колебаний, решим уравнение (13) в ВКБ-приближении. Его решение можно найти, используя методы теории возмущений.

В нулевом порядке мы получаем уравнение (19),

а в качестве граничного условия используем (17), при этом будем полагать ионосферу идеально проводящей ($\Sigma_p \rightarrow \infty$). Отсюда имеем $H(x^1, \ell_{\pm}) = 0$, где ℓ_{\pm} – точки пересечения силовой линии с верхней границей проводящего слоя ионосферы в Северном и Южном полушариях.

В первом порядке теории возмущений можно получить уравнение для функции $V(x^1)$, а в граничном условии (17) учесть отличную от нуля правую часть. Решая это уравнение, можно определить распределение амплитуды $V(x^1)$, выраженной через амплитуду сторонних токов в ионосфере. Полностью эта процедура представлена в работе [Kozlov, 2008]. К сожалению, неизвестны амплитуды сторонних токов в проводящем слое ионосферы, поэтому ограничимся решением нулевого приближения, описывающего продольные собственные функции $H_n(x^1, \ell)$.

Решение (19) с такими граничными условиями представляет собой ряд собственных функций $H_n(x^1, \ell)$ и соответствующих им собственных значений частоты $\Omega_{Sn}(x^1)$, где $n=1, 2, 3, \dots$ – продольное волновое число. В двух первых порядках ВКБ-приближения решение (19), удовлетворяющее указанным выше граничным условиям, имеет вид

$$H_n = C_n \sqrt{\alpha C_s / \Omega_{Sn}} \sin \left(\Omega_{Sn} \int_{\ell_-}^{\ell} d\ell' / C_s \right), \quad (25)$$

где C_n – произвольная константа, $\Omega_{Sn} = \pi n / t_s$, t_s – время пробега вдоль силовой линии с фазовой скоростью ММЗ-волн между магнитосопреженными ионосферами:

$$t_s = \int_{\ell_-}^{\ell_+} d\ell' / C_s. \quad (26)$$

Таким образом, из вида решения (25) следует, что вблизи ионосферы достаточно большую для регистрации амплитуду будут иметь только те компоненты поля стоячих ММЗ-волн, которые имеют пучность в проводящем слое ионосферы $\left(\sim \frac{\partial}{\partial \ell} \psi_s \right)$.

Как видно из (20)–(24), такими компонентами поля являются \mathbf{B}_{\perp} , $v_{||}$ и ρ' . Для n -й гармоники стоячих ММЗ-волн имеем в ВКБ-приближении

$$v_{||n} = \frac{w_n}{\rho_0} \sqrt{\alpha / C_s} \cos \left(\Omega_{Sn} \int_{\ell_-}^{\ell} d\ell' / C_s \right),$$

где $w_n(x^1) = C_n V_n(x^1) c k_2^2 / 4\pi \Omega_{Sn}^{3/2}(x^1)$. Возмущение плотности плазмы определяется уравнением (24) при $v_{||} = v_{||n}$ и $\omega = \Omega_{Sn}$, а для основной компоненты возмущения магнитного поля азимутально-мелкомасштабных ММЗ-волн имеем

$$B_{\perp} \approx B_y = B_2 / \sqrt{g_2} = v_{||} \Omega_{Sn} B_0 \sqrt{g_2} / k_2 A^2.$$

До сих пор мы не учитывали затухание ММЗ-колебаний. Выражение для коэффициента

затухания можно получить в рамках кинетической теории (см., например, [Leonovich et al., 2006]), величина коэффициента зависит от соотношения температуры ионов и электронов (в случае двухкомпонентной плазмы). В плазмосфере, где температура электронов выше температуры ионов ($T_e \approx 2T_i$), декремент затухания ММЗ-колебаний достаточно мал, поэтому они могут образовывать стоячие волны. Однако в среде с $T_e \leq T_i$ декремент затухания сопоставим с частотой колебаний, поскольку фазовая скорость ММЗ-колебаний близка тепловой скорости ионов среды. В результате за счет затухания Ландау энергия ММЗ-колебаний теряется при распространении вдоль силовых линий магнитного поля, в то время как потеря энергии магнитосферных альфвеновских колебаний происходит на концах силовых линий за счет омического нагрева ионосферной плазмы.

Оставаясь в рамках МГД-теории, введем декремент затухания в виде мнимой добавки к частоте $\omega \rightarrow \omega - i\varepsilon$. Поскольку генерация ММЗ-колебаний происходит в области прохождения солнечного терминатора, учтем существование сторонних токов на этой границе, а в магнитосопряженной ионосфере выберем однородное граничное условие:

$$\psi_S|_{\ell=\ell_{ST}} / \Sigma_P|_{\ell=\ell_{ST}} = C_0, \quad \psi_S|_{\ell=\ell_{MC}} = 0, \quad (27)$$

где ℓ_{ST} соответствует локальной области ионосферы, где проходит солнечный терминатор, а ℓ_{MC} – магнитосопряженной области ионосферы.

Тогда в первых двух порядках ВКБ-приближения по продольной координате с учетом граничных условий (для определенности положим $\ell_{ST} = \ell_-$) получим следующее решение:

$$\psi_S = C_0 \frac{A(\ell)}{A(\ell_-)} \frac{\sin(\omega_*(\tau_0 - \tau(\ell)))}{\sin(\omega_*\tau_0)},$$

$$\text{где } \tau(\ell) = \int_{\ell_-}^{\ell} \frac{d\ell'}{C_s}, \quad \tau_0 = \tau(\ell_+),$$

$$A(\ell) = \left(\frac{C_s \rho_0}{P_0^\sigma \sqrt{g_1 g_2}} \right)^{1/2}, \quad \omega_* = \omega - i\varepsilon.$$

Перейдем теперь к результатам численных расчетов спектра и структуры основных компонент поля колебаний стоячих ММЗ-волн.

Результаты численных расчетов и их обсуждение

Все численные расчеты проведены для события 14 июня 2008 г., рассмотренного в [Afraimovich, 2009b], когда над территорией Японии регистрировались колебания ПЭС, связанные с прохождением терминатора в магнитосопряженной ионосфере. В качестве примера рассмотрена силовая линия, пересекающая Северное полушарие в точке с координатами 37° N , 138° E . Расчет параметров среды производился по численной модели [Кринберг, Тащилин, 1984]. При численных расчетах использована

система координат (a, φ, θ) , связанная с силовыми линиями дипольного магнитного поля (см. рис. 1). Здесь a – экваториальный радиус силовой линии, φ – азимутальный угол, θ – широта, отсчитываемая от экватора. Длина радиус-вектора точки на силовой линии в этой системе координат имеет вид $r = a \cos^2 \theta$, а элемент длины

$$d\ell = a \cos \theta \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta} d\theta.$$

Напряженность дипольного магнитного поля определяется уравнением

$$B_0(a, \theta) = \bar{B}_0 (a_0 / a)^3 \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta} / \cos^6 \theta,$$

где \bar{B}_0 – напряженность магнитного поля на силовой линии с экваториальным радиусом a_0 (на поверхности Земли $a_0 = R_E$, $\bar{B}_0 = 0.32 \text{ Гс}$). Компоненты метрического тензора в данной системе координат имеют вид

$$g_1 = \cos^6 \theta / (1 + 3 \sin^2 \theta), \quad g_2 = a^2 \cos^6 \theta.$$

Распределение $A(\theta)$ и $C_s(\theta)$ в 11:00 UT 14 июня 2008 г. вдоль рассматриваемой силовой линии представлено на рис. 2.

Мы сравним численно найденные решения уравнения (19) с однородными граничными условиями на ионосферах Северного и Южного полушарий, $H(x^1, \ell_\pm) = 0$, с аналитическими результатами, полученными в ВКБ-приближении.

Суточный ход периодов первых шести гармоник стоячих ММЗ-волн на указанной выше силовой линии представлен на рис. 3. Обращает на себя внимание сильное отличие периода колебаний основной

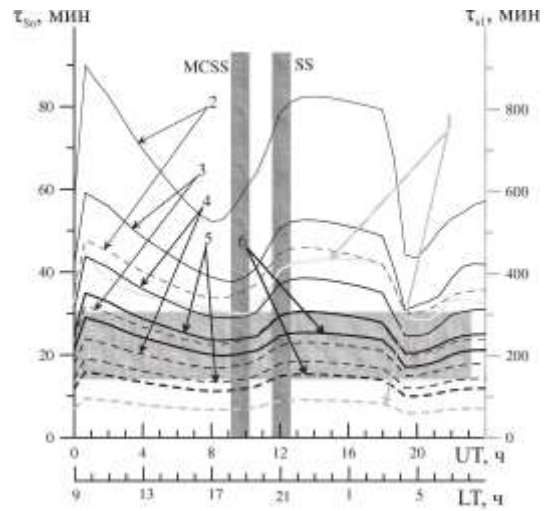


Рис. 3. Суточный ход периодов колебаний первых шести гармоник стоячих ММЗ-волн 14 июня 2008 г. на силовой линии, пересекающей ионосферу в точке 37° N , 138° E . Штриховые линии – периоды колебаний в ВКБ-приближении, сплошные линии – периоды, полученные из численного решения уравнения (19). Период колебаний основной гармоники τ_1 показан серым цветом (вертикальная ось справа). Горизонтальная серая полоса – диапазон периодов зарегистрированных колебаний ТЕС. Вертикальные серые полосы – характерные промежутки времени прохождения терминатора в точке наблюдения (SS) и в магнитосопряженной точке (MCSS).

гармоники ($\sim 300\text{--}400$ мин) от периодов колебаний всех остальных гармоник (<90 мин). Различие периодов колебаний, рассчитанных численно и в ВКБ-приближении, уменьшается с ростом номера гармоники n . В диапазон периодов колебаний ПЭС, зарегистрированных в наблюдениях [Afraimovich, 2009b], попадают гармоники с $n=4, 5, 6$. Учитывая, что в проведенных наблюдениях колебания с периодами больше 30 мин обрезались, можно ожидать присутствия и более низкочастотных гармоник, однако их трудно выделить на фоне динамических эффектов, связанных с движением спутников GPS.

Для построения распределения амплитуды компонент поля ММЗ-волн необходимо задать амплитуду какой-либо их компоненты в любой точке на силовой линии. К сожалению, прямые измерения амплитуды колебаний в области генерации совместно с наблюдениями колебаний ПЭС над территорией Японии отсутствуют. Однако в работе [Onishi, 2009] приведены данные одновременных наблюдений колебаний ПЭС и продольной компоненты колебаний плазмы v_{\parallel} на спутнике DEMETER, пролетавшем над областью колебаний ПЭС на высотах $650\text{--}700$ км. Безусловно, нельзя быть полностью уверенными в том, что зарегистрированные в [Onishi, 2009] колебания ПЭС представляют собой стоячие ММЗ-волны. Тем не менее мы воспользуемся полученными в работе [Onishi, 2009] соотношениями для калибровки рассматриваемых нами ММЗ-колебаний. При нескольких пролетах над территорией Северной Америки спутником DEMETER были зарегистрированы колебания v_{\parallel} с амплитудами $20\text{--}80$ м/с при соответствующих колебаниях ПЭС с амплитудами $0.1\text{--}0.6$ TECU ($1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ м}^{-2}$).

Для последующих расчетов мы зададим амплитуду колебаний $|v_{\parallel}|=50$ м/с на высоте 660 км. Солнечный терминатор возбуждает ММЗ-колебания в широком диапазоне частот, определяемом характерными длительностями переходных процессов в ионосфере и атмосфере. В данной работе мы будем предполагать, что в спектре регистрируемых колебаний доминируют колебания какой-то одной гармоники, так что задаваемая амплитуда v_{\parallel} определяет колебания именно этой гармоники. Распределение v_{\parallel} вдоль магнитной силовой линии для 4-, 5-, 6-й гармоник стоячих ММЗ-волн представлено на рис. 4. Наиболее интересной особенностью этих колебаний является резкий рост их амплитуды на несколько порядков величины на высотах $h<400$ км. Как следует из (23), это связано с резким уменьшением ρ_0 (см. также рис. 2). Используемая в данной работе модель среды не учитывает влияния вязкости среды и столкновений заряженных частиц с нейтралами. Однако можно утверждать, что даже в реальной плазмосфере рост амплитуды продольной скорости будет значительным. Это, в свою очередь, должно приводить к периодическому высыпанию заряженных частиц в F2-области ионосферы, что может сопровождаться свечением нейтральной компоненты на этих высотах. Если рассматривать в качестве возможного источника таких колебаний прохождение терминатора в магнитосопряженной ионосфере, наиболее благоприятными для

наблюдения свечений в Северном полушарии должны быть предутренние один-два часа в периоды времени, близкие зимнему солнцестоянию. В это время терминатор в магнитосопряженной области ионосферы Южного полушария максимально опережает терминатор в Северном полушарии.

Рассмотрим теперь распределение амплитуды поперечной компоненты магнитного поля колебаний вдоль силовой линии. На рис. 5 для 4-, 5-, 6-й гармоник

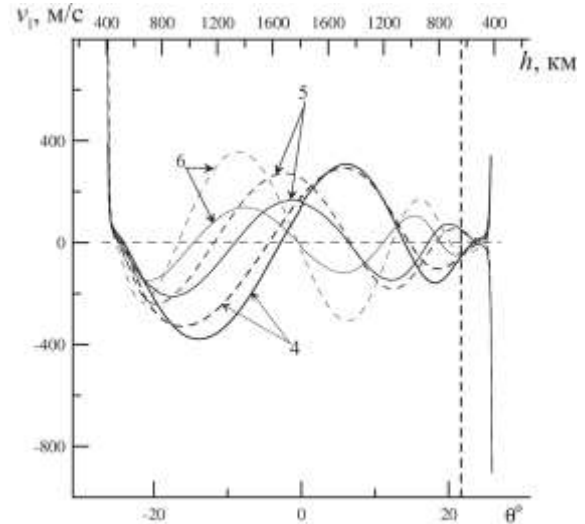


Рис. 4. Распределение продольной компоненты скорости v_{\parallel} для 4-, 5-, 6-й гармоник стоячих ММЗ-волн вдоль силовой линии, пересекающей ионосферу в точке 37° N, 138° E в 11:00 UT 14 июня 2008 г. Штриховые кривые линии – распределение амплитуды в ВКБ-приближении, сплошные линии – амплитуда v_{\parallel} , полученная из численного решения уравнения (19). Штриховая вертикальная линия – высота калибровки расчетных значений v_{\parallel} по данным спутниковых наблюдений ($|v_{\parallel}|=50$ м/с на высоте $h=660$ км).

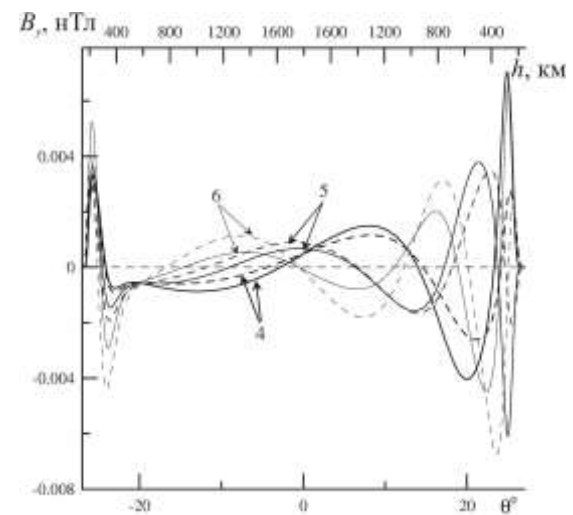


Рис. 5. Распределение основной компоненты магнитного поля рассматриваемых колебаний B_y с азимутальным волновым числом $m=20$ для 4-, 5-, 6-й гармоник стоячих ММЗ-волн вдоль силовой линии, пересекающей ионосферу в точке 37° N, 138° E в 11:00 UT 14 июня 2008 г. Штриховые кривые линии – распределение амплитуды в ВКБ-приближении, сплошные линии – амплитуда B_y , полученная из численного решения уравнения (19).

стоячих ММЗ-волн показано распределение амплитуды B_y -компоненты поля ($B_y = B_2 / \sqrt{g_2}$ – физическая компонента), которая является доминирующей вблизи ионосферы. Как следует из (9), амплитуда этой компоненты обратно пропорциональна азимутальному волновому числу m . Исходя из оценки характерной ширины фронта терминатора (один-два часа), при расчете выбрано $m=20$. B_y достигает максимальной амплитуды на высотах ниже 400 км и не превышает 0.008 нТл. Это означает, что выделить колебания в магнитном поле на фоне естественных шумов практически невозможно.

Рассмотрим колебания электронной концентрации в стоячих ММЗ-волнах. В использованной модели среды плазма состоит из нескольких сортов ионов. В приближении идеальной МГД, использованном в расчетах структуры стоячих ММЗ-волн, плотность квазинейтральной плазмы определяется как $\rho = \tilde{m}\tilde{n}$, где $\tilde{n} = \sum_{\alpha} n_{\alpha}$ – полная плотность ионов,

$$\tilde{m} = \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha} / \tilde{n} \text{ – приведенная масса частиц плазмы,}$$

а суммирование проводится по всем сортам частиц. Используя (24), определим ρ' через найденные выше распределения продольной скорости v_{\parallel} и, с учетом квазинейтральности плазмы, для возмущения электронной концентрации получим

$$n_e = n' = \rho' / \tilde{m}.$$

Распределение амплитуды колебаний электронной концентрации n' для 4-, 5-, 6-й гармоник стоячих ММЗ-волн вдоль силовой линии представлено на рис. 6. Видно, что оно имеет резкие пики на высотах ~200 км в Южном полушарии и ~300 км – в Северном. Это обстоятельство позволяет оценить величину колебаний полного электронного содержания путем интегрирования n' вдоль магнитной силовой линии. Благодаря наличию резкого пика в распределении n' , величина

$$N_{e\parallel}(\theta) = \int_{\ell_{\pm}}^{\ell} n' d\ell$$

на высотах $h > 400$ км не должна существенно отличаться от амплитуды колебаний ПЭС, полученной при интегрировании вдоль луча, направленного от приемника GPS на спутник. Здесь знаки \pm относятся к верхней границе проводящего слоя ионосферы в Северном и Южном полушариях соответственно, а интегрирование ведется вдоль магнитной силовой линии.

На рис. 7 представлено распределение $N_{e\parallel}(\theta)$ для 4-, 5-, 6-й гармоник стоячих ММЗ-волн в южной и северной частях плазмосферы. Видно, что полученные таким образом амплитуды колебаний $|N_{e\parallel}| \sim 0.4\text{--}0.8$ TECU при $h > 400$ км вполне соответствуют амплитудам колебаний ПЭС, зарегистрированных в [Onishi, 2009]. Это позволяет надеяться, что в работе [Onishi, 2009] также были зарегистрированы ММЗ-колебания. Амплитуды колебаний ПЭС, зарегистрированных в [Afraimovich, 2009b], на порядок ниже и составляют 0.01–0.04 TECU.

Заключение

Перечислим основные результаты данной работы.

1. Получено уравнение, описывающее структуру поля азимутально-мелкомасштабных стоячих ММЗ-волн в дипольно-подобной магнитосфере. Получено как его аналитическое решение в ВКБ-приближении, так и численное решение для распределения параметров плазмы, соответствующих плазмосфере Земли.

2. Определен спектр периодов колебаний основных гармоник стоячих ММЗ-волн на силовой линии, пересекающей ионосферу Земли в точке 37° N, 138° E, в 11:00 UT 14 июня 2008 г. В диапазон периодов

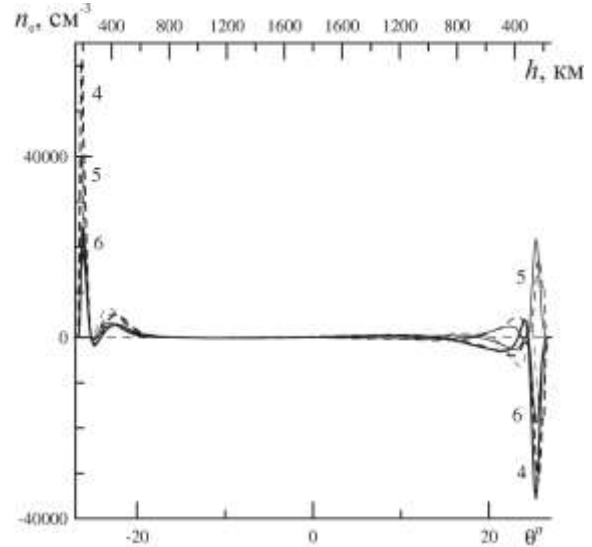


Рис. 6. Распределение колебаний концентрации электронов n_e для 4-, 5-, 6-й гармоник стоячих ММЗ-волн вдоль силовой линии, пересекающей ионосферу в точке 37° N, 138° E, в 11:00 UT 14 июня 2008 г. Штриховые линии – распределение амплитуды в ВКБ-приближении, сплошные линии – амплитуда n_e , полученная численным решением уравнения (19).

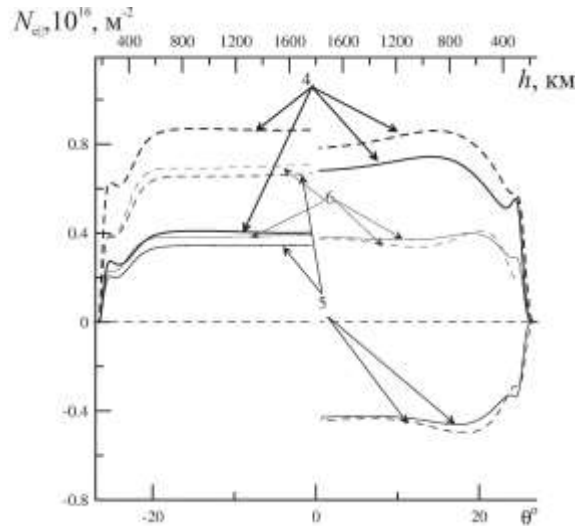


Рис. 7. Распределение полного электронного содержания $N_{e\parallel}(\theta)$ для 4-, 5-, 6-й гармоник стоячих ММЗ-волн вдоль силовой линии, пересекающей ионосферу в точке 37° N, 138° E, в 11:00 UT 14 июня 2008 г. Штриховые линии – распределение амплитуды в ВКБ-приближении, сплошные линии – амплитуда $N_{e\parallel}$, полученная численным решением уравнения (19).

зарегистрированных колебаний, которые в [Afraimovich, 2009b] были интерпретированы как стоячие ММЗ-волны, из рассчитанных нами попадают 4-, 5- и 6-я гармоники.

3. Построены продольные (вдоль указанной выше магнитной силовой линии) распределения компонент поля ММЗ-волн, которые можно зарегистрировать вблизи ионосферы на низкоорбитальных спутниках ($v_{||}$, n'). Показано, что вблизи ионосферы поле стоячих ММЗ-волн представляет собой колебания плазмы в направлении вдоль фонового магнитного поля, практически его не возмущающие. Колебания скорости плазмы $v_{||}$ и ее концентрации n' сдвинуты по фазе на $\pi/2$.

Авторы благодарят А.В. Ташилина и Л.А. Леонovich за расчет параметров фоновой плазмы, использованных в работе. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ № 10-05-00113, № 12-02-00031 и программы Президиума РАН № 22 и Минобрнауки РФ (соглашение № 8699).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Кринберг И.А., Ташилин А.В. Ионосфера и плазмосфера. М.: Наука, 1984. С. 188.

Afraimovich E.L., Edemskiy I.K., Voeykov S.V., et al. Spatio-temporal structure of the wave packets generated by the solar terminator // *Adv. Space Res.* 2009. V. 44. P. 824–835.

Afraimovich E.L., Edemskiy I.K., Leonovich A.S., et al. MHD nature of night-time MSTIDs excited by the solar terminator // *Geophys. Res. Lett.* 2009. V. 36. P. L15106.

Chen L., Cowley S.C. On field line resonances of hydro-magnetic Alfvén waves in a dipole magnetic field // *Geophys. Res. Lett.* 1989. V. 16. P. 895–897.

Cummings W.D., O'Sullivan R.L., Coleman P.J. Standing Alfvén waves in the magnetosphere // *J. Geophys. Res.* 1969. V. 74. P. 778–786.

Klimushkin D.Yu., Mager P.N. On the spatial structure and dispersion of slow magnetosonic modes coupled with Alfvén modes in planetary magnetospheres due to field line curvature // *Planet. Space Sci.* 2008. V. 56. P. 1273–1279.

Kozlov D.A. Slow magnetosonic oscillations with $m \gg 1$ in a dipole magnetosphere with rotating plasma // *Int. J. Geomag. Aeron.* 2008. V. 7. P. G13004.

Lee D.-H., Lysak R.L. Monochromatic ULF wave excitation coupling in the dipole magnetosphere // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 5811–5823.

Leonovich A.S., Mazur V.A. Resonance excitation of standing Alfvén waves in an axisymmetric magnetosphere (monochromatic oscillations) // *Planet. Space Sci.* 1989. V. 37. P. 1095–1108.

Leonovich A.S., Kozlov D.A., Pilipenko V.A. Magnetosonic resonance in a dipole-like magnetosphere // *Ann. Geophys.* 2006. V. 24. P. 2277–2289.

Leonovich A.S., Kozlov D.A. Alfvénic and magnetosonic resonances in a nonisothermal plasma // *Plasma Phys. Contr. Fusion.* 2009. V. 51. P. 085007.

Onishi T., Tsugawa T., Otsuka Y., et al. First simultaneous observations of daytime MSTIDs over North America using GPS-TEC and DEMETER satellite data // *Geophys. Res. Lett.* 2009. V. 36. P. L11808.

Radoski H.R. Highly asymmetric MHD resonances. The guided poloidal mode // *J. Geophys. Res.* 1967. V. 72. P. 4026–4033.

Taylor J.P.H., Walker A.D.M. Theory of magnetospheric standing hydromagnetic waves with large azimuthal wave number. 2. Eigenmodes of magnetosonic and Alfvén oscillations // *Ibid.* 1987. V. 92. P. 10046–10052.

Wright A.N. Coupling of fast and Alfvén modes in realistic magnetospheric geometries // *Ibid.* 1992. V. 97. P. 6429–6438.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия