

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Ордена Трудового Красного Знамени  
Институт солнечно-земной физики  
Сибирского отделения  
Российской академии наук

На правах рукописи  
УДК 523.98

*Лен-*

**Непомнящих Александр Алексеевич**

**СОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ  
СОЛНЕЧНОГО ДИНАМО  
И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВРАЩЕНИЯ**

Специальность 01.03.03 — физика Солнца

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Иркутск - 2019

**Работа выполнена** в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Ордена Трудового Красного Знамени Институте солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук

**Научный руководитель:**

**Кичатинов Леонид Леонидович**, доктор физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Ордена Трудового Красного Знамени Институт солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук, главный научный сотрудник.

**Официальные оппоненты:**

**Соколов Дмитрий Дмитриевич**, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова», профессор.

**Золотова Надежда Валерьевна**, доктор физико-математических наук, Санкт-Петербургский государственный университет, доцент.

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Крымская астрофизическая обсерватория РАН» (ФГБУН «КрАО РАН»).

Защита состоится " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2019 г. в \_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета Д.003.034.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Ордена Трудового Красного Знамени Института солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова 126а, а/я 291, ИСЗФ СО РАН

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Ордена Трудового Красного Знамени Института солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук и на сайте <http://www.iszf.irk.ru>.

Автореферат разослан " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2019 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук



Поляков В.И.

# Общая характеристика работы

## Актуальность темы исследования

Магнитная активность Солнца является ключевым элементом системы солнечно-земных связей, определяющим физические условия в гелиосфере и околоземном космическом пространстве. Изучение магнитной активности Солнца имеет продолжительную историю. Накоплен обширный наблюдательный материал, позволивший выявить ряд закономерностей организации солнечной активности во времени и пространстве. Теоретическая интерпретация этих закономерностей является задачей теории динамо — особой области современной магнитной гидродинамики. Последнее десятилетие отмечено значительным продвижением в теории солнечной активности. Существенно улучшилось согласие количественных моделей с наблюдениями. Удалось объяснить, а в некоторых случаях и предсказать, некоторые наблюдаемые явления. Имеется, однако, ряд нерешенных проблем, нуждающихся в дальнейшем изучении либо уточнении.

Сравнение имеющихся в настоящее время моделей солнечного динамо показывает существенные различия. Обычной практикой является задание ключевых параметров моделей из правдоподобных, но интуитивных соображений. Неопределенность в важнейших параметрах снижает доверие к моделям, поэтому стала особенно актуальной проблема устранения этой неопределенности. В диссертации для этой цели используются две возможности.

Во-первых, проводится согласование моделей динамо и дифференциального вращения Солнца. Теории глобальных гидродинамических течений и магнитных полей Солнца близки по используемым методам и подходам, но развивались в значительной степени независимо. Однако важнейшие для динамо параметры являются либо зависимыми переменными гидродинамических моделей (как, например, меридиональное течение), либо известными функциями этих переменных (как турбулентные коэффициенты переноса). Согласование с моделью дифференциального вращения позволяет не задавать, а рассчитывать некоторые из необходимых параметров.

Другим, и более традиционным, подходом было детальное сравнение результатов модели с данными наблюдений. Так, экваториальная симметрия и моменты обращения знака магнитного поля в расчетах динамо чувствительны к зависимости параметра  $\alpha$  альфа-эффекта теории динамо от широты, и сравнение с наблюдениями существенно ограничивает неопределенность в этой зависимости. Особое значение в этом отношении имеет сравнение с данными для подобных Солнцу звезд. На этом пути удастся определить величину  $\alpha$  как функцию скорости вращения и цвета (эффективной температуры) звезды. Это определяет величину  $\alpha$  для Солнца и позволяет сформулировать предсказания о магнитных полях подобных Солнцу звезд.

Построение адекватных моделей динамо важно для понимания природы сол-

нечной активности. Значительная часть диссертации посвящена количественным моделям солнечного динамо. Они воспроизводят основные наблюдаемые глобальные характеристики солнечных циклов. При учете флуктуаций альфа-эффекта с параметрами, определенными по данным о солнечных пятнах, модели показывают глобальные минимумы и максимумы магнитной активности, а также среднестатистическую асимметрию формы солнечных циклов. Результатам численного моделирования даны наглядные физические объяснения. Такие расчеты важны для изучения природы глобальных изменений солнечной активности, что и определяет актуальность исследования.

### **Степень разработанности темы исследования**

Теория динамо магнитной активности Солнца начала развиваться с середины прошлого века. Основные концепции генерации магнитного поля в результате совместного действия дифференциального вращения и циклонической конвекции были сформулированы Паркером [Parker, 1955]. Впоследствии предложенный Паркером механизм получил название  $\alpha\Omega$ -динамо. Бэбкок [Babcock, 1961] отметил, что механизм формирования глобального полоидального поля Солнца, аналогичный альфа-эффекту циклонической конвекции, может быть связан с правилом Джоя [Hale et al., 1919] для групп солнечных пятен. Вопрос о том, какой из механизмов генерации полоидального поля — механизм Паркера, или Бэбкока — является основным для солнечного динамо, все еще не решен. Уже первые количественные (численные) модели  $\alpha\Omega$ -динамо дали осциллирующие решения, похожие на солнечные циклы активности [Leighton, 1969; Steenbeck and Krause, 1969; Köhler, 1973; Иванова и Рузмайкин, 1976]. Правило Йошимуры [Yoshimura, 1975] для волн магнитного поля (динамо-волн) и применение асимптотических методов к описанию их распространения [Кузанын и Соколов, 1996] позволили объяснить результаты численных моделей. Однако количественное рассогласование с наблюдениями по ряду параметров на порядок величины и более сохранялось длительное время. Ситуация улучшилась после выяснения роли меридионального течения в широтной миграции крупномасштабных полей [Choudhuri et al., 1995; Nandy and Choudhuri, 2002]. Однако лишь недавно появились первые сведения гелиосейсмологии о распределении меридионального течения в конвективной зоне, не противоречащие фундаментальному требованию сохранения массы солнечного вещества [Rajaguru and Antia, 2015; Mandal et al., 2018]. В отсутствие надежных данных о меридиональной циркуляции актуальной стала задача объединения моделей динамо и дифференциального вращения (последние определяют также и меридиональную циркуляцию). Такое объединение позволяет также рассчитывать коэффициенты турбулентной диффузии магнитного поля, от которых существенно зависят результаты моделей динамо [Jiang et al., 2007]. Модели солнечного динамо, учитывающие перенос магнитного поля меридиональным течением, концентрацию поля к основанию конвективной зоны и нелокальный альфа-эффект Бэбкока–Лейтона, стали близ-

ко соответствовать наблюдениям [Charbonneau, 2010; Kitchatinov and Olemskoy, 2012; Jiang et al., 2013]. Солнечные циклы активности различаются по форме, амплитуде и длительности. Теория объясняет такую изменчивость флуктуациями параметров динамо [Hoynг, 1988; Moss et al., 2008; Karak and Choudhuri, 2013]. Параметры флуктуаций в различных моделях динамо существенно различаются. Так, характерная длительность флуктуаций (время корреляции) в различных моделях варьируется от периода вращения Солнца до периода цикла активности, то есть в пределах двух порядков величины. Актуальной остается задача определения параметров флуктуаций по данным наблюдений. Успехи в моделировании солнечного динамо открывают возможность применения модели к подобным Солнцу звездам. Солнечно-звездные аналогии продуктивны и в «обратном направлении». В частности, данные о вращении звезд [Metcalfе and van Saders, 2017] позволили определить величину превышения скоростью вращения Солнца ее пороговой величины для действия динамо.

### **Методология и методы исследования**

В работе использовались методы физического и численного моделирования меридиональной циркуляции, дифференциального вращения и магнитной активности звезды. Для описания флуктуаций механизма Бэбкока–Лейтона были использованы эмпирические выражения. Для проверки корректности результатов численных расчетов проводился сравнительный анализ с наблюдательными данными для различных параметров солнечной и звездной активности.

### **Цели и задачи**

Работа направлена на построение адекватной и откалиброванной по данным наблюдений модели солнечного динамо, согласованной по используемым в ней крупномасштабным течениям и численным методам с моделью дифференциального вращения, с последующим применением ее к подобным Солнцу звездам.

В контексте изложенной цели можно сформулировать следующие решаемые в настоящей работе **задачи**:

- Определение неоднозначных параметров (отношение  $Pm = \nu_T / \eta_T$  коэффициентов турбулентных вязкости и магнитной диффузии и параметр  $n_\alpha$  зависимости альфа-эффекта от широты  $\lambda$ :  $\alpha \sim \sin \lambda \cos^{n_\alpha} \lambda$ ) модели из требования соответствия наблюдениям расчетного периода цикла и экваториальной симметрии магнитного поля.
- Согласование моделей динамо и дифференциального вращения с учетом нелокального альфа-эффекта и диамагнитной накачки.
- Развитие модели с учетом флуктуаций альфа-эффекта. Определение характерного времени корреляции флуктуаций. Сравнение теоретических расчетов с данными наблюдений.
- Применение модели к подобным Солнцу звездам.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Построена модель солнечного динамо, согласованная с моделью диффе-

ренциального вращения. Неопределенность в параметрах модели устранена этим согласованием и сравнением с данными наблюдений.

2. Развита модель динамо изменчивости солнечных циклов, позволившая оценить среднюю ( $\simeq 2 \times 10^{37}$  эрг) и максимальную ( $\simeq 3 \times 10^{38}$  эрг) амплитуды магнитной энергии, вырабатываемой механизмом динамо в солнечных циклах, и определить механизмы перехода к глобальным минимумам и максимумам солнечной активности.
3. Объяснение наблюдаемых максимальных периодов вращения подобных Солнцу звезд и следующая из него оценка параметра  $\alpha$  моделей звездного динамо как функции скорости вращения и эффективной температуры (цвета) звезды. Вывод об изменении структуры глобальных полей от дипольной к смешанной дипольно-квадрупольной с увеличением массы медленно вращающихся звезд солнечного типа.

### **Научная новизна:**

1. Создана согласованная модель дифференциального вращения и динамо, что уменьшило неопределенность в задании начальных условий и входных параметров для количественного моделирования циклов солнечной активности.
2. Показана значимость диамагнитного эффекта неоднородной турбулентности для генерации тороидальных магнитных полей напряженностью в тысячи гаусс в конвективной оболочке Солнца.
3. Из сопоставления результатов модельных расчетов с наблюдаемым распределением периодов солнечных циклов определено характерное время флуктуаций альфа-эффекта солнечного динамо. Выявлена зависимость последствий флуктуаций параметров динамо от фазы солнечного цикла, а также влияние флуктуаций на асимметрию формы циклов.
4. Впервые проведены согласованные расчеты дифференциального вращения и циклов магнитной активности для подобных Солнцу звезд, что позволило предсказать зависимость структуры крупномасштабных магнитных полей от температуры (цвета) звезды.

**Практическая значимость** работы состоит в создании количественной согласованной модели дифференциального вращения и динамо Солнца и подобных ему звезд. Выявленные по данным наблюдений закономерности были использованы для совершенствования моделей динамо солнечной активности, что улучшило соответствие теоретических моделей наблюдениям. Разработанные модели динамо могут быть применены к подобным Солнцу звездам. Полученные результаты позволяют глубже понять физические свойства 11-летнего цикла и указать возможные причины некоторых характеристик солнечной активности. Согласие теоретических результатов с наблюдениями показывает адекватность разработанных моделей и указывает на возможность их использования для интерпретации данных наблюдений.

**Достоверность** изложенных в работе результатов обеспечивается:

1. Согласием результатов, полученных разными методами и с использованием физически обоснованных подходов, а также отсутствием противоречий с результатами других авторов.
2. Согласием расчетов модели глобальных характеристик магнитной активности Солнца с данными наблюдений.
3. Применением для решения уравнений динамо численных методов, надежность которых подтверждается многолетней практикой их использования в различных научно-технических задачах.

### **Апробация работы**

Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

- Традиционные конференции «Солнечная и солнечно-земная физика» в Главной (Пулковской) астрономической обсерватории РАН 2016, 2017 и 2018 гг.
- Традиционные конференции «Физика плазмы в Солнечной системе» в Институте космических исследований РАН 2018 и 2019 гг.
- «Магнетизм, циклы активности и вспышки на Солнце и звездах», Крым, п. Научный, 2018 г. (стендовый доклад).
- Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. XV Конференция молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом», г. Иркутск, 11–16 сентября 2017 г.

Результаты докладывались и обсуждались на научных семинарах ИСЗФ СО РАН (Иркутск, Россия).

### **Личный вклад**

Автор принимал участие в постановках теоретических задач, в анализе данных наблюдений, участвовал в интерпретации полученных результатов и формулировке выводов. Автор является разработчиком комплекса программ для численного моделирования на языке FORTRAN и для визуализации результатов на интерактивном языке IDL.

### **Публикации**

Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 статьях, 3 из которых опубликованы в российских журналах, входящих в перечень рецензируемых научных журналов и изданий, утвержденных ВАК для публикации результатов диссертаций, и 3 в международных рецензируемых журналах, включенных в библиографическую базу данных Web of Science.

### **Объем и структура работы**

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объем диссертации составляет **100** страниц с **30** рисунками и **1** таблицей. Список литературы содержит **157** наименований.

## Содержание работы

**Во введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, обосновываются научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

**Первая глава** посвящена описанию построения модели. Детально обсуждаются основные уравнения дифференциального вращения и динамо. Для расчета дифференциального вращения требуется согласованный с ним расчет меридиональной циркуляции и переноса тепла. Современные модели согласованно определяют распределения меридиональной циркуляции, угловой скорости и удельной энтропии в конвективной оболочке звезды. Имевшаяся ранее модель дифференциального вращения дополнена учетом не первостепенных, но также значимых эффектов, что улучшило согласие с имеющимися данными. Так, уравнение для меридиональной циркуляции дополнено учетом нелинейного вклада от крупномасштабной скорости. В уравнении переноса тепла добавлен вклад, отвечающий за обмен энергией между крупномасштабным течением и турбулентной средой. Из-за трудностей, связанных с моделированием динамо, была произведена коррекция длины перемешивания  $\ell$  (длины корреляции турбулентных течений). Использование исправленной длины перемешивания позволило уменьшить скорость меридионального течения у основания конвективной зоны до величин, приемлемых для модели динамо. В результате такой доработки модели меридиональное течение лучше согласуется с новейшими сейсмологическими данными [Rajaguru and Antia, 2015], чем в предшествовавших расчетах с неисправленным  $\ell$ .

Отличительной особенностью обсуждаемой модели дифференциального вращения является определение турбулентных коэффициентов переноса через неоднородность удельной энтропии  $S$ . В частности, коэффициенты турбулентной вязкости записываются как

$$\nu_n = \nu_T \phi_n(\Omega^*), \quad \nu_T = -\frac{\tau \ell^2 g}{15c_p} \frac{\partial S}{\partial r}, \quad (1)$$

где  $\nu_T$  — изотропная турбулентная вязкость для невращающейся среды, а зависимость от скорости вращения входит через функции  $\phi_n(\Omega^*)$  числа Кориолиса

$$\Omega^* = 2\tau\Omega, \quad (2)$$

где  $\Omega$  — угловая скорость,  $\tau$  — время корреляции турбулентной конвекции (во вращающейся среде вязкость становится анизотропной и определяется пятью коэффициентами (1) для  $n = 1, 2, \dots, 5$  [Kitchatinov et al., 1994]). Такой подход уменьшает неопределенность в задании параметров модели, в особенности в приложениях к звездам. Он сохранен и в модели динамо, но коэффициент



пропорциональности (магнитное число Прандтля)  $\text{Pm}$  между турбулентными вязкостью  $\nu_T$  и магнитной диффузией  $\eta_T$ ,

$$\nu_T = \text{Pm} \eta_T, \quad \eta_T = -\frac{\tau \ell^2 g}{\text{Pm} 15 c_p} \frac{\partial S}{\partial r}, \quad (3)$$

определяется из согласования результатов расчетов с наблюдениями. Результаты моделирования дифференциального вращения Солнца показаны на рисунке 1. Видно, что модельные расчеты согласуются с наблюдениями вращения солнечной поверхности и с сейсмологическими данными.

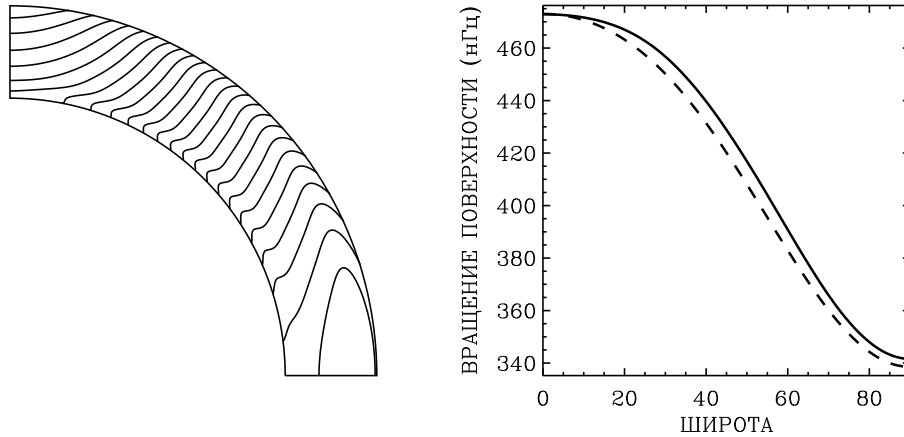


Рис. 1. Дифференциальное вращение Солнца по результатам модели. Слева: изолинии угловой скорости в конвективной зоне. Справа: зависимость частоты вращения от широты на поверхности. Штриховой линией показаны доплеровские измерения из работы [Snodgrass and Ulrich, 1990]

Для описания крупномасштабного магнитного поля  $\mathbf{B}$  в конвективной оболочке звезды в модели используется усредненное уравнение индукции [см., например, Краузе и Рэдлер, 1984]

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B} + \mathcal{E}), \quad (4)$$

где  $\mathbf{V}$  — скорость крупномасштабного осесимметричного течения:

$$\mathbf{V} = \mathbf{e}_\varphi r \sin \theta \Omega(r, \theta) + \frac{1}{\rho} \nabla \times \left( \mathbf{e}_\varphi \frac{\psi(r, \theta)}{r \sin \theta} \right). \quad (5)$$

Здесь  $\theta$  — полярный угол, отсчитываемый от полюса, или коширота,  $\mathbf{e}_\varphi$  — единичный вектор в азимутальном направлении,  $\psi$  — функция тока меридионального течения,  $\mathcal{E} = \langle \mathbf{u} \times \mathbf{b} \rangle$  — средняя ЭДС, возникающая из-за корреляции флуктуационных скорости  $\mathbf{u}$  и магнитного поля  $\mathbf{b}$ . Для свойств конвективной оболочки звезды важны неоднородность турбулентности, которая приводит к диамагнитному «вытеснению» крупномасштабного поля в область пониженной интенсивности турбулентности у основания конвективной зоны [Зельдович, 1956; Краузе и Рэдлер, 1984], а также вращение, под влиянием которого тур-

булентность становится анизотропной. При этом выражение для турбулентной ЭДС становится довольно сложным [см., например, Pipin, 2008]. В этом случае в выражении для ЭДС удобно разделять вклады диффузии ( $\mathcal{E}^{\text{diff}}$ ), диамагнитной накачки ( $\mathcal{E}^{\text{dia}}$ ) и альфа-эффекта ( $\mathcal{E}^\alpha$ ):

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^{\text{diff}} + \mathcal{E}^{\text{dia}} + \mathcal{E}^\alpha. \quad (6)$$

В крупномасштабном магнитном поле  $\mathbf{B}$  можно выделить тороидальную и полоидальную составляющие:

$$\mathbf{B} = \mathbf{e}_\varphi B + \nabla \times \left( \mathbf{e}_\varphi \frac{A}{r \sin \theta} \right). \quad (7)$$

Подставляя это выражение в (4), можно получить два уравнения динамо для тороидального и полоидального полей. Уравнение для полоидального поля,

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{\rho r^2 \sin \theta} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + r \sin \theta \mathcal{E}_\varphi, \quad (8)$$

включает лишь азимутальную составляющую средней ЭДС  $\mathcal{E}_\varphi$ .

Уравнение для тороидального поля дает азимутальная составляющая уравнения индукции (4). С учетом (5) и (7) находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{1}{r^2 \rho} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{B}{\sin \theta} \right) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{B}{\rho r} \right) + \\ &+ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial \theta} - \frac{\partial \Omega}{\partial \theta} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r\mathcal{E}_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial \theta} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

За генерацию полоидального поля в модели отвечает альфа-эффект относительно мелкомасштабных циклонических течений. Соответствующий вклад в среднюю ЭДС,

$$\mathcal{E}_\varphi^\alpha = \alpha \frac{B(r_i, \theta)}{1 + (B(r_i, \theta)/B_0)^2} F(\theta) \phi_\alpha(r/r_e), \quad (10)$$

представляет механизм Бэбкока–Лейтона. Здесь  $r_i$  — радиус нижней границы зоны конвекции,  $r_e$  — верхняя граница области моделирования, параметр  $B_0 = 10^4$  Гс чуть выше величины поля равнораспределения в глубине конвективной зоны,  $\alpha$  — параметр модели. Этот механизм является нелокальным в пространстве [Choudhuri et al., 1995; Durney, 1995]: тороидальное поле  $B(r_i, \theta)$  в основании зоны конвекции определяет полоидальное поле у поверхности. Функция  $\phi_\alpha$  определяет приповерхностную область генерации полоидального поля [Kitchatinov and Olemskoy, 2012]:

$$\phi_\alpha(x) = \frac{1}{2} (1 + \text{erf}((x + 2.5h_\alpha - 1)/h_\alpha)). \quad (11)$$

В расчетах  $h_\alpha = 0.02$ . Функция

$$F(\theta) = \cos \theta \sin^{n_\alpha} \theta \quad (12)$$

дает распределение альфа-эффекта по широте, а параметр  $n_\alpha$  определяет степень его концентрации к экватору. Механизм Бэбкока–Лейтона, по всей вероятности, действует на Солнце [Erofeev, 2004; Dasi-Espuig et al., 2010; Kitchatinov and Olemskoy, 2011], однако соответствующий альфа-эффект не был выведен «из первых принципов», и приходится использовать эвристические формулы (10)–(12). Параметр  $n_\alpha$  определен из согласования модели динамо с наблюдениями.

В модели учитывается диамагнитная накачка поля к основанию конвективной зоны. Тороидальные поля ( $B_\varphi$ ) генерируются из полоидальных ( $\mathbf{B}^p$ ) дифференциальным вращением. Этот процесс учитывается следующим слагаемым

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = r \sin \theta (\mathbf{B}^p \cdot \nabla) \Omega + \dots \quad (13)$$

в правой части уравнения индукции тороидального поля. Из этого уравнения следует простая оценка максимальной величины тороидального поля, вырабатываемого дифференциальным вращением в течение солнечного цикла:  $B_\varphi = C B^p$ , где  $B^p$  — амплитуда (локальная) полоидального поля, а коэффициент пересчета  $C$  имеет вид

$$C = r \sin \theta |\nabla \Omega| P_{\text{cyc}}, \quad (14)$$

где  $P_{\text{cyc}} = 11$  лет — период солнечного цикла. Коэффициент пересчета по формуле (14), оцененный с использованием данных гелиосейсмологии о градиенте угловой скорости [Antia et al., 2008], показан на рисунке 2. Крупномасштабные полоидальные поля солнечной поверхности имеют величину порядка 1 Гс [Stenflo, 1988; Obridko et al., 2006]. Они имеют такую же величину в конвективной зоне при слабо неоднородном распределении поля.

Напряженность магнитного поля в солнечных пятнах говорит о том, что на Солнце генерируются тороидальные поля с напряженностью более 1 кГс. Однако, как видно из рисунка 2, дифференциальное вращение не может создавать тороидальные поля с напряженностью выше 1 кГс в распределенном динамо-сценарии. Необходим некий механизм концентрации поля в основании зоны конвекции. Концентрация может быть обеспечена диамагнитным вытеснением крупномасштабных полей из областей с относительно большой интенсивностью турбулентности [Зельдович, 1956; Краузе и Рэдлер, 1984]. Диамагнитная накачка наиболее эффективна вблизи основания конвективной зоны, где конвективная турбулентность сильно неоднородна. Учет такой накачки помогает реализовать «придонное» динамо в распределенных моделях [Kitchatinov and Olemskoy, 2012]. В диссертации представлены выражения для диамагнитно-

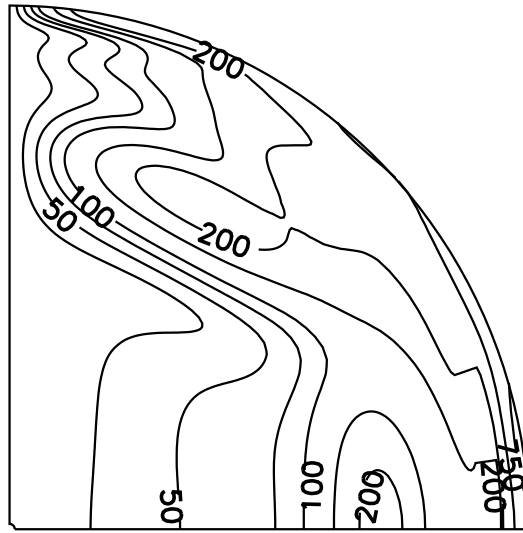


Рис. 2. Коэффициент преобразования полоидального поля в тороидальное уравнения (14) по гелиосейсмологическим данным о градиентах скорости вращения [Antia et al., 2008]

го переноса поля с учетом вызванной вращением анизотропии, адаптированные для использования в моделях динамо.

Магнитное число Прандтля  $Pm = 3$  и значение параметра  $n_\alpha = 7$  в уравнении (12) были определены из согласования модельных расчетов динамо с 11-летним периодом солнечного цикла и с наблюдаемым, близким к антисимметричному относительно солнечного экватора, распределением крупномасштабного радиального поля [Stenflo, 1988; Obridko et al., 2006].

Определение двух параметров модели из требований соответствия наблюдаемому периоду солнечного цикла и экваториальной симметрии крупномасштабных полей приводит и другие характеристики модели в соответствие наблюдениям (изменение знака полярного поля вблизи максимума активности, амплитуда полярного поля около 10 Гс в сочетании с приэкваториальными тороидальными полями в тысячи гаусс, широтно-временные диаграммы моделируемых полей и др.). Широтно-временные диаграммы радиального поля на поверхности и тороидального поля в основании конвективной зоны для модели солнечного динамо показаны на рисунке 3. О величине этих полей можно судить по рисунку 4, где наряду с напряженностями полей показана магнитная энергия конвективной зоны. Согласование моделей динамо и дифференциального вращения подготовило их применение к подобным Солнцу звездам.

**Вторая глава** посвящена моделированию изменчивости солнечных циклов. За основу взята согласованная модель солнечного динамо с нелокальным альфа-эффектом и диамагнитным переносом поля, представленная в первой главе диссертации, но с дополнительным учетом флуктуаций альфа-эффекта Бэбкока-Лейтона. Для учета флуктуаций альфа-эффекта параметр  $\alpha$  в уравнении (10)

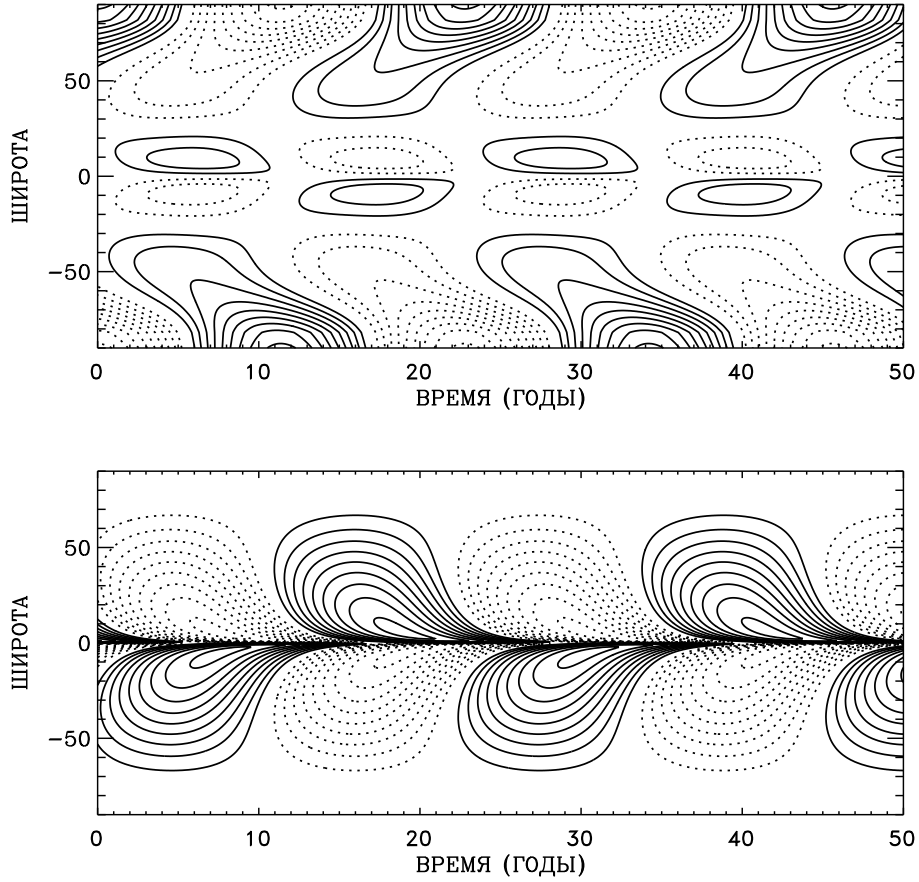


Рис. 3. Широтно-временные диаграммы радиального поля на солнечной поверхности (вверху) и тороидального поля у основания конвективной зоны (внизу) по расчетам модели динамо

преобразуется следующим образом:

$$\alpha \rightarrow \alpha (1 + \sigma s(t)), \quad (15)$$

где  $\sigma$  — относительная амплитуда флуктуаций, а  $s(t)$  — случайная функция времени порядка единицы, параметром в которую входит  $\tau$  — время корреляции случайного процесса.

Флуктуации характеризуются временем корреляции и амплитудой. Была получена статистика расчетных циклов для разных времен корреляции. Амплитуду флуктуаций соответствующего альфа-эффекта можно оценить по данным о солнечных пятнах. Оценки [Олемской и др., 2013] дают величину  $\sigma \simeq 2.7$ . Сопоставление статистики периодов циклов, рассчитанных в модели динамо, с 36 периодами прямых наблюдений и 119 периодами солнечных циклов, восстановленными по косвенным данным [Nagovitsyn et al., 2015], позволило определить наиболее соответствующую этим данным величину времени корреляции  $\tau \approx P_{\text{rot}}$ , где  $P_{\text{rot}} = 25.4$  суток — сидерический период вращения Солнца. Модельные расчеты показывают, что влияние флуктуаций зависит не только от их величины и знака (возрастания или уменьшения), но и от фазы динамо-цикла, на которой они происходят. Такая зависимость обусловлена различием домини-

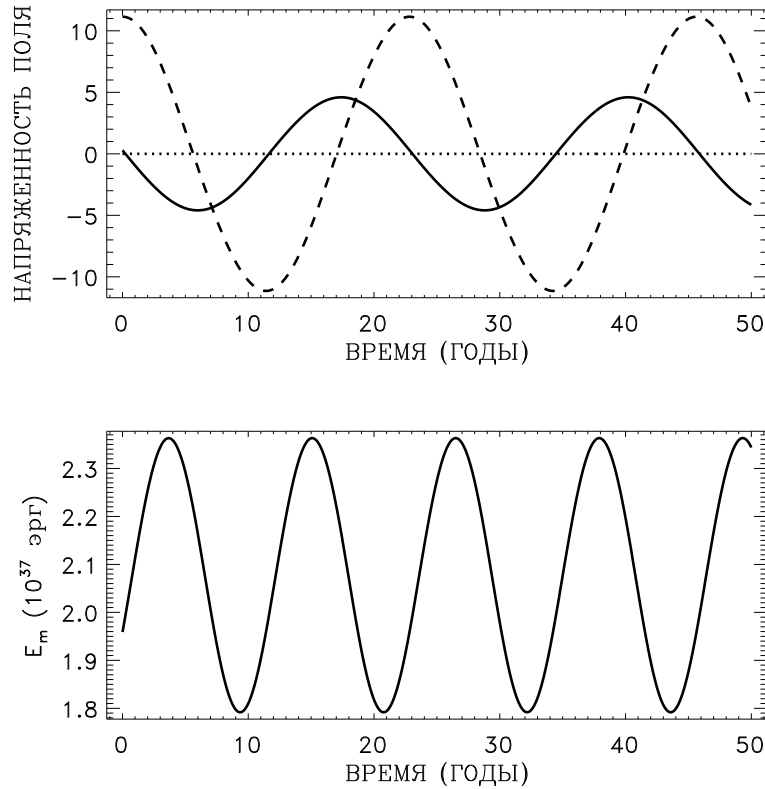


Рис. 4. *Вверху*: штриховой линией показано радиальное поле на северном полюсе (в гауссах) для того же расчета, что и рис. 3. Сплошная линия показывает напряженность тороидального поля (в тысячах гаусс) на широте  $15^\circ$  в основании конвективной зоны. *Внизу*: полная энергия тороидального поля в конвективной оболочке

рующих механизмов динамо между фазами роста и спада активности и может быть объяснена в терминах этих механизмов. Расчеты показывают тесную связь величины тороидального поля в максимуме цикла и величины полярного поля в начале этого цикла (рис. 5), что соответствует солнечным наблюдениям [Макаров и Тлатов, 2000; Svalgaard et al., 2005]. Также показана высокая корреляция между амплитудой цикла, умноженной на среднее значение флуктуаций на ветви спада, и величиной полярного поля в конце цикла (рис. 6).

Проанализированы причины появления циклов с аномально большими амплитудами. Таким циклам предшествуют большие положительные флуктуации на фазе спада предшествующих циклов. Эти флуктуации вызывают аномально большое полоидальное поле в начале сильного цикла. Большое полоидальное поле определяет большую нижнюю границу для тороидального поля и энергии наступающего цикла. Если в начале этого цикла доминируют отрицательные флуктуации, распад полоидального поля задерживается, что еще больше увеличивает энергию цикла. Однако такие циклы вряд ли могут быть причиной супервспышек. Если предположить, что максимальная энергия вспышки пропорциональна генерируемой динамо магнитной энергии, а максимальная энергия вспышки для типичного солнечного цикла составляет около  $10^{32}$  эрг, то по расчетам модели энергия солнечной вспышки не может превышать  $10^{33}$  эрг. По-

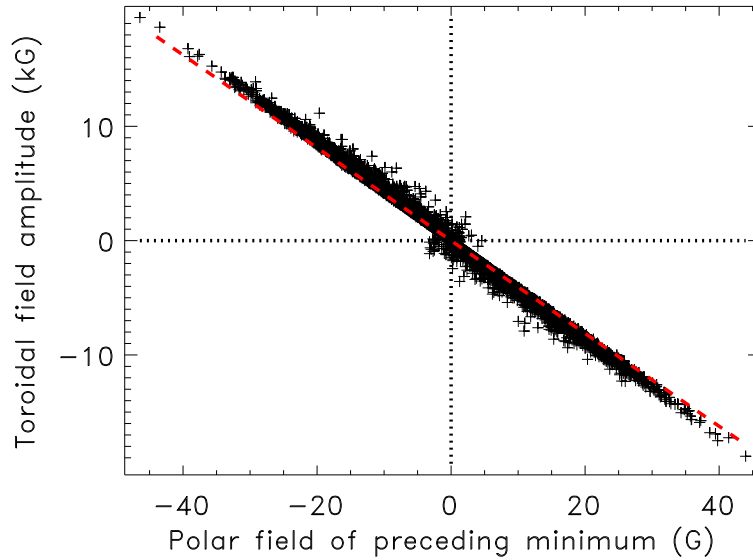


Рис. 5. Положения магнитных циклов модели динамо на координатной плоскости полярного поля в минимуме цикла и амплитуды тороидального поля следующего цикла. Штриховой линией показано линейное соотношение для модели без флуктуаций

этому можно сделать вывод, что флуктуации в механизме Бэбкока–Лейтона не могут быть причиной супервспышек с энергией  $\geq 10^{34}$  эрг на Солнце.

Проанализированы встречавшиеся в расчетах случаи резкого падения амплитуд циклов, похожие на минимум Маундера. Такие падения обычно вызывались отрицательными флуктуациями альфа-эффекта на фазе спада предыдущего цикла. Переполусовка полярного поля в расчетах обычно происходит вблизи максимума цикла. Однако рост обратного полярного поля сдерживается отрицательными флуктуациями. Такие флуктуации вызывают выбросы радиального поля «старой полярности» к полюсам, что уменьшает полоидальное поле, которое определяет амплитуду следующего цикла, тормозя нормальный ход циклического динамо. Амплитуды циклов восстанавливаются в дальнейшем. Динамо в настоящей работе немного (около 10 %) закритическое (обоснованность выбора такой степени закритичности описана в третьей главе диссертации). Сценарий резкого спада и медленного восстановления был типичным для грандиозных минимумов в проведенных симуляциях, хотя встречались и случаи плавного падения амплитуд.

В результате анализа расчетных циклов была обнаружена среднестатистическая асимметрия формы циклов с относительно малой продолжительностью фазы роста по сравнению со спадом. Показано, что флуктуации параметров динамо могут быть одной из причин такой асимметрии. Расчеты с различными  $\sigma$  и  $\tau$  подтверждают, что асимметрия циклов в используемой модели является регулярным воспроизводимым явлением и, как и должно быть, возрастает с увеличением как амплитуды, так и средней длительности флуктуаций. Магнитные поля в модели реагируют на изменения параметра  $\alpha$  с задержкой во времени, поэтому только флуктуации на фазе роста цикла оказывают влияние

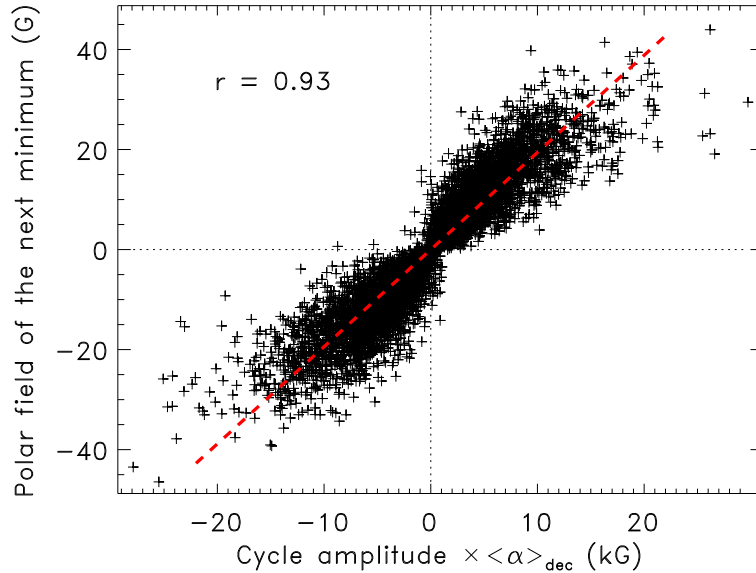


Рис. 6. Корреляция между полярным полем в конце цикла и параметром динамо — произведением амплитуды тороидального поля и среднего значения параметра  $\alpha$  на фазе спада. Штриховая линия показывает наилучшее линейное приближение

на форму цикла. Положительные флуктуации  $\alpha$  приводят к относительно ранней переполюсовке полярного (полоидального) поля, и поэтому последующий спад активности происходит быстрее, а фаза спада сокращается. Отрицательные флуктуации, наоборот, приводят к запаздыванию переполюсовки и более длительной ветви спада. Следует отметить, что удлинение ветви спада из-за отрицательных флуктуаций происходит на большую величину, чем ее сокращение из-за положительных флуктуаций при равновеликих отклонениях параметра  $\alpha$  от среднего. Поэтому множество положительных и отрицательных флуктуаций приводит к среднестатистической асимметрии с относительно длительным спадом активности. Предложенное объяснение предсказывает корреляцию между величиной асимметрии (отношением времени роста ко времени спада) и временем запаздывания обращения знака полярного поля относительно максимума активности. Такая корреляция подтверждается как данными наблюдений, так и модельными расчетами (рис. 7).

В **третьей главе** описаны приложения модели к звездам солнечного типа. Астеросейсмические определения возраста звезд показали, что относительно немолодые карлики главной последовательности вращаются быстрее, чем предсказывает гирохронология. Это можно объяснить наличием максимального периода вращения, при котором еще возможно действие крупномасштабного динамо. Присутствие крупномасштабных полей увеличивает эффективный радиус истечения звездного ветра [Kraft, 1967], что приводит к замедлению скорости вращения с возрастом звезды. Кроме того, в присутствии сильных тороидальных магнитных полей, генерируемых динамо, происходит потеря углового момента из-за различных проявлений звездной активности (вспышки, корональ-



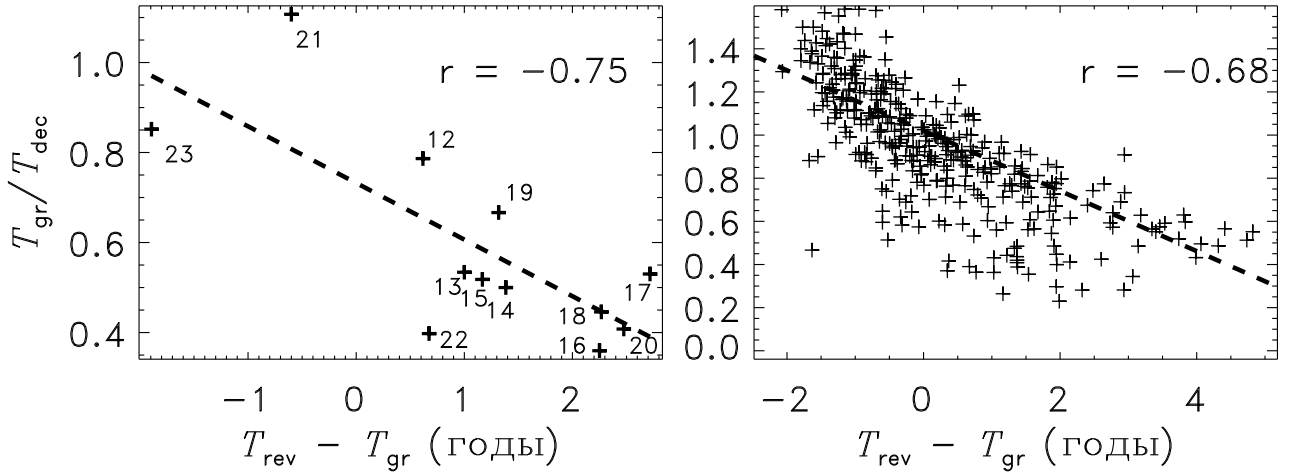


Рис. 7. Слева: антикорреляция параметра асимметрии и времени запаздывания моментов переполюсовки полярного поля относительно максимумов солнечных циклов с 12 по 23. Коэффициент корреляции  $r = -0.75$ . Справа: та же корреляция для магнитных циклов в модели динамо. Коэффициент корреляции  $r = -0.68$ . Штриховыми линиями показаны линейные аппроксимации

ные выбросы массы), которые выносят звездное вещество с их поверхности. При отсутствии же магнитных полей останавливается и замедление вращения. В рамках такого объяснения превышение основным контролирующим параметром в моделях  $\alpha\Omega$ -динамо динамо-числом его порогового значения можно оценить по показателю цвета и скорости вращения звезды. Такая оценка дает динамо-число для Солнца примерно на 10 % выше его порогового значения. Согласованная модель динамо применялась к звездам с массой  $(0.7 - 1.2)M_{\odot}$  и металличностью  $Z = 0.02$ . Для моделирования дифференциального вращения и динамо необходимо знать строение звезды. Численная модель *EZ* [Paxton, 2004] использовалась для определения эволюционной последовательности строения звезд заданной массы и металличности. Для каждого этапа эволюционной последовательности сначала определялся показатель цвета  $B - V$  по таблицам соотношений между температурой и цветом и программе интерполяции [VandenBerg and Cleam, 2003], а затем соответствующая возрасту и цвету звезды скорость вращения по эмпирическому соотношению гирохронологии [Barnes, 2007]. По достижении максимального периода вращения для действия крупномасштабного динамо [Rengarajan, 1984] проводились расчеты дифференциального вращения и крупномасштабных магнитных полей по согласованной модели, описанной в первой главе диссертации.

Вычисления показывают возрастание дифференциального вращения с эффективной температурой, подобное наблюдавшемуся [Barnes et al., 2005] для молодых быстровращающихся звезд. Однако в нашем случае расчеты относятся к звездам разного возраста. Звезды большей массы моложе и вращаются быстрее. Поэтому относительная величина дифференциального вращения  $\sim 30\%$  слабо зависит от показателя цвета  $B - V$ . В отличие от дифференциального

вращения, два других важнейших входных параметра, необходимых для вычислений модели динамо, — меридиональная циркуляция и турбулентная вязкость — недоступны для прямых наблюдений. Можно отметить, что диффузия и меридиональная скорость у основания конвективной зоны увеличиваются с уменьшением  $B - V$ . Все проведенные расчеты показывают циклическое динамо. Рассчитанные большие продолжительности циклов от 10 до 14 лет согласуются с наблюдениями немолодых медленно вращающихся звезд [Saar and Brandenburg, 1999]. Считается, что продолжительность цикла определяется временем переноса поля меридиональным течением. Однако расчеты показывают, что отношение периода цикла ко времени переноса не является строго постоянным, но изменяется в не слишком широких пределах и имеет величину порядка единицы.

Расчеты также показали, что с уменьшением показателя цвета звезд дифференциальное вращение и отношение тороидального поля к полоидальному возрастают, а структура поля изменяется от дипольной к смешанной квадрупольно-дипольной. Эти утверждения дают предсказания для наблюдательной проверки.

На рисунке 8 показаны числа Россби (отношение периода вращения ко времени оборота конвективной ячейки) и динамо-числа ( $D = \frac{\alpha \Delta \Omega R^3}{\eta_T^2}$ , где  $\eta_T$  — турбулентная диффузия,  $R$  — радиус звезды,  $\Delta \Omega$  — дифференциальное вращение,  $\alpha$  — параметр альфа-эффекта), соответствующие проведенным расчетам пороговых режимов звездного динамо. Число Россби  $Ro \sim 2$  (рис. 8), что согласуется с основанной на наблюдениях оценкой [van Saders et al., 2016]. Два этих числа часто используются для параметризации наблюдений или теоретических оценок магнитной активности. Оба параметра на этих графиках изменяются умеренно, хотя и не являются постоянными. Это означает, что магнитная активность звезд не может быть параметризована одним параметром, будь то число Россби, динамо-число или какой-либо другой параметр. Однако строение звезды и скорость ее вращения однозначно определяют режим динамо. Поэтому двух параметров (например, скорости вращения и цвета), по всей вероятности, достаточно для параметризации наблюдений магнитной активности звезд.

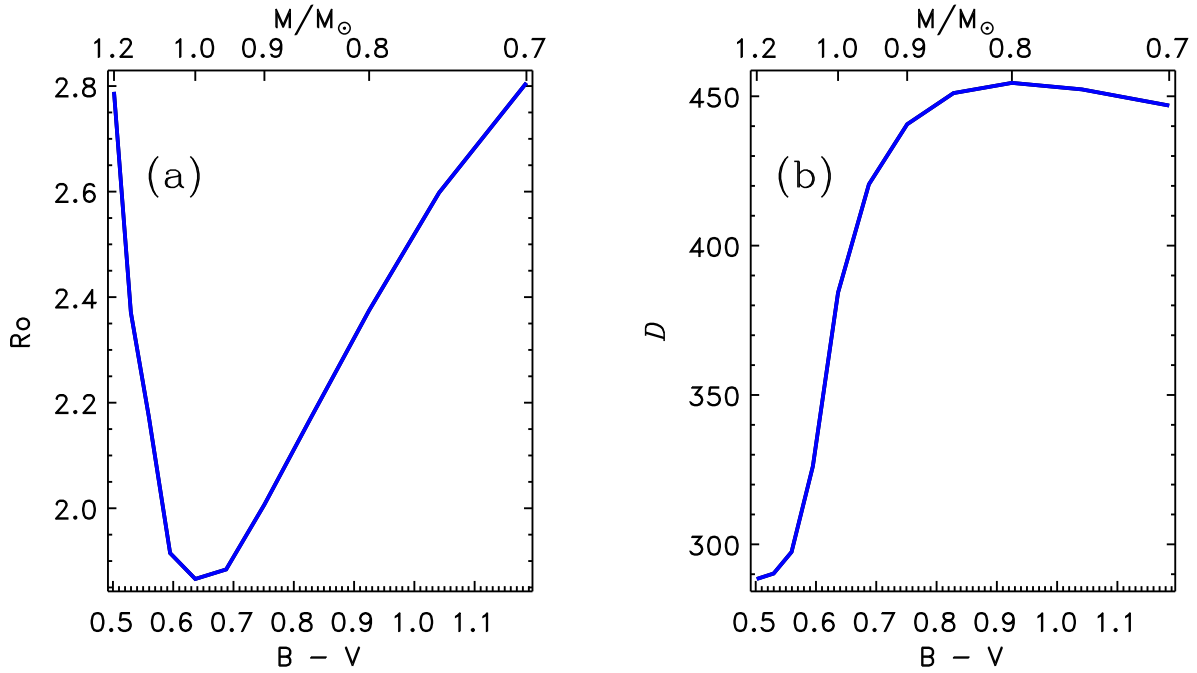


Рис. 8. Число Россби для порогового периода вращения для действия динамо (a). Критическое динамо-число, определенное по изотропной составляющей турбулентной диффузии  $\eta$  в середине толщи конвективной зоны (b)

В **заклучении** сформулированы основные результаты, полученные при работе над диссертацией:

1. Развита модель солнечного динамо, согласованная по используемым в ней крупномасштабным течениям и численным методам с моделью дифференциального вращения. Турбулентная диффузия магнитного поля выражена через градиент энтропии, который определяется уравнениями модели. Показана необходимость учета диамагнитной накачки для согласования с наблюдениями. Представлены выражения для диамагнитного переноса поля, адаптированные к использованию в моделях динамо. Значение магнитного числа Прандтля и распределение альфа-эффекта по широте определены из требования соответствия расчетных периода цикла активности и экваториальной симметрии магнитного поля наблюдениям. При этом моменты обращения знака полярного поля и широтно-временные распределения полей также приходят в соответствие наблюдениям. Полоидальное поле в модели динамо достигает максимальной величины около 10 Гс в полярных областях. Торoidalное поле в несколько тысяч гаусс концентрируется у основания конвективной оболочки, где переносится меридиональным течением к экватору. Модель предсказывает величину около  $\simeq 2 \times 10^{37}$  эрг для амплитуды магнитной энергии крупномасштабных полей в конвективной оболочке Солнца.
2. Из сравнения модельных расчетов с распределением периодов солнечных циклов определено, что характерное время флуктуаций альфа-эффекта близко к периоду вращения Солнца. Влияние флуктуаций на амплитуду

цикла зависит от фазы цикла, на которой они происходят. Флуктуации любого знака на фазе роста активности увеличивают амплитуду цикла. Отрицательные флуктуации на фазе спада активности уменьшают полярное поле в конце цикла и амплитуду следующего цикла. Этим эффектом можно объяснить относительно низкую активность в 24-м солнечном цикле по сравнению с предыдущим 23-м циклом. Положительные флуктуации на фазе спада увеличивают магнитную энергию следующего цикла за счет усиления затравочного полоидального поля для этого цикла. Полученное в модели динамо распределение амплитуд магнитной энергии для циклов активности не дает оснований ожидать солнечных супервспышек с энергией  $\geq 10^{34}$  эрг.

3. Показано, что флуктуации параметров динамо могут приводить к асимметрии формы магнитных циклов с относительно короткой продолжительностью фазы роста. Модель солнечного динамо с флуктуациями альфа-эффекта показывает среднестатистическую асимметрию, которая увеличивается с возрастом как амплитуды, так и длительности флуктуаций. Предложено объяснение вызванной флуктуациями асимметрии, которое предсказывает корреляцию между величиной асимметрии и временем запаздывания обращения знака полярного поля относительно максимума активности. Такая корреляция обнаруживается и по данным для двенадцати последних солнечных циклов.
4. Предложено объяснение обнаруженного в наблюдениях нарушения гирохронологии для немолодых звезд солнечного типа. Объяснение состоит в выключении механизма крупномасштабного динамо по достижении достаточно малой скорости вращения звезды. В рамках такого объяснения предложена оценка величины превышения ключевым параметром моделей динамо (динамо-числом) его порогового значения по скорости вращения и показателю цвета звезды. Такая оценка дает динамо-число для Солнца примерно на 10 % выше его критического значения. Показана применимость согласованной модели динамо и дифференциального вращения к подобным Солнцу звездам. Расчеты показывают возрастание дифференциального вращения и отношения тороидального поля к полоидальному, а также усложнение структуры поля от дипольной к смешанной квадрупольно-дипольной с увеличением массы звезды. Выдвинуто предположение, что для параметризации наблюдений магнитной активности звезды необходимо и достаточно использовать два параметра, например, показатель цвета и скорость вращения.

## Публикации автора по теме диссертации

1. *Кичатинов Л.Л., Непомнящих А.А.* Параметрическая модуляция динамо-волн // Письма в АЖ. — 2015. — Т. 41, №7. — С. 409.
2. *Kitchatinov L.L., Nepomnyashchikh A.A.* Diamagnetic pumping in a rotating convection zone // *Advances in Space Research.* — 2016. — Vol. 58, Iss. 8. — P. 1554–1559.
3. *Кичатинов Л.Л., Непомнящих А.А.* Согласованная модель солнечного динамо и дифференциального вращения // Письма в АЖ. — 2017. — Т. 43, № 5. — С. 332–343.
4. *Kitchatinov L.L., Nepomnyashchikh A.A.* How supercritical are stellar dynamos, or why do old main-sequence dwarfs not obey gyrochronology? // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* — 2017. — Vol. 470, Iss. 3. — P. 3124–3130.
5. *Кичатинов Л.Л., Непомнящих А.А.* Асимметрия солнечных циклов как следствие флуктуаций параметров динамо // Письма в АЖ. — 2018. — Т. 44, № 10. — P. 705–712.
6. *Kitchatinov L.L., Mordvinov A.V., Nepomnyashchikh A.A.* Modelling variability of solar activity cycles // *Astronomy and Astrophysics.* — 2018. — Vol. 615, id: A38. — 8pp.

## Список литературы

- Зельдович Я.Б. Магнитное поле в проводящей турбулентной жидкости при двумерном движении // *ЖЭТФ.* — 1956. — Т. 31. — С. 154–156.
- Иванова Т.С., Рузмайкин А.А. Магнитогидродинамическая динамо-модель солнечного цикла // *Астрономический журнал.* — 1976. — Т. 53. — С. 398–410.
- Кузанын К.М., Соколов Д.Д. Динамо-волна в тонкой оболочке // *Астрономический журнал.* — 1996. — Т. 73. — С. 469–476.
- Краузе Ф., Рэдлер К.-Х. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо. — М.: Мир, 1984. — 320 с.
- Макаров В.И., Тлатов А.Г. Крупномасштабное магнитное поле Солнца и 11-летние циклы активности // *Астрономический журнал.* — 2000. — Т. 77, № 11. — С. 858–864.
- Олемской С. В., Чудури А. Р., Кичатинов Л. Л. Флуктуации альфа-эффекта и глобальные минимумы солнечной активности // *Астрономический журнал.* — 2013. — Т. 90, № 6. — С. 501–511.
- Antia H.M., Basu S., Chitre S.M. Solar rotation rate and its gradients during cycle 23 // *The Astrophysical Journal.* — 2008. — Vol. 681. — P. 680–692.
- Babcock H. W. The topology of the Sun's magnetic field and the 22-year cycle // *Astrophysical Journal.* — 1961. — V. 133. — P. 572–587.

- Barnes S.A. Ages for illustrative field stars using gyrochronology: viability, limitations, and errors // *The Astrophysical Journal*. — 2007. — Vol. 669, Iss. 2. — P. 1167–1189.
- Barnes J. R., Collier Cameron A., Donati J.-F., James D. J., Marsden S. C., Petit P. The dependence of differential rotation on temperature and rotation // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2005. — Vol. 357, Iss. 1. — P. L1–L5.
- Charbonneau P. Dynamo models of the solar cycle // *Living Reviews in Solar Physics*. — 2010. — Vol. 7, Iss.1. — article id. 3. — P. 91.
- Choudhuri A.R., Schüssler M. and Dikpati M. The solar dynamo with meridional circulation // *Astronomy and Astrophysics*. — 1995. — Vol. 303. — P. L29.
- Dasi-Espuig M., Solanki S.K., Krivova N.A., Cameron R. and Peñuela T. Sunspot group tilt angles and the strength of the solar cycle // *Astronomy and Astrophysics*. — 2010. — Vol. 518. — id. A7. — P. 10.
- Durney B.R. On a Babcock–Leighton dynamo model with a deep-seated generating layer for the toroidal magnetic field // *Solar Physics*. — 1995. — Vol. 160, Iss. 2. — P. 213–235.
- Erofeev D.V. An observational evidence for the Babcock–Leighton dynamo scenario // *Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity*, IAU Symposium. Edited by Alexander V. Stepanov, Elena E. Benevolenskaya, and Alexander G. Kosovichev — Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004. — Vol. 223. — P. 97–98.
- Hale J. L., Ellerman S. B., Nicholson S. B., Joy A. H. The magnetic polarity of sunspots // *Astrophysical Journal*. — 1919. — Vol. 49. — P. 153.
- Hoyng P. Turbulent transport of magnetic fields. III—Stochastic excitation of global magnetic modes // *Astrophysical Journal*. — 1988. — Vol. 332. — P. 857–871.
- Jiang J., Chatterjee P., Choudhuri A. R. Solar activity forecast with a dynamo model // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2007. — Vol. 381. — P. 1527–1542.
- Jiang J., Cameron R., Schmitt D., Isik E. Modeling solar cycles 15 to 21 using a flux transport dynamo // *Astronomy and Astrophysics*. — 2013. — Vol. 553. — id. A128.
- Karak B. B., Choudhuri A. R. Studies of grand minima in sunspot cycles by using a flux transport solar dynamo model // *Research in Astronomy and Astrophysics*. — 2013. — Vol. 13. — P. 1339–1357.
- Kitchatinov L.L. and Olemskoy S.V. Solar dynamo model with diamagnetic pumping and nonlocal  $\alpha$ -effect // *Solar Physics*. — 2012. — Vol. 276, Iss. 1–2 — P. 3–17
- Kitchatinov L.L. and Olemskoy S.V. Does the Babcock–Leighton mechanism operate on the Sun? // *Astronomy Letters*. — 2011. — Vol. 37, Iss. 9. — P. 656–658.

- Kitchatinov L.L., Pipin V.V. and Rüdiger G. Turbulent viscosity, magnetic diffusivity, and heat conductivity under the influence of rotation and magnetic field // *Astronomische Nachrichten*. — 1994. — Vol. 315. — P. 157–170.
- Köhler H. The Solar dynamo and estimate of the magnetic diffusivity and the  $\alpha$ -effect // *Astronomy and Astrophysics*. — 1973. — Vol. 25. — P. 467.
- Kraft R. P. Studies of stellar rotation. V. The dependence of rotation on age among solar-type stars // *Astrophysical Journal*. — 1967. — Vol. 150. — P. 551.
- Leighton R. B. A magneto-kinematic model of the solar cycle // *Astrophysical Journal*. — 1969. — Vol. 156. — P. 1–26L.
- Mandal K., Hanasoge S. M., Rajaguru S. P., Antia H. M. Helioseismic inversion to Infer the depth profile of solar meridional flow using spherical born kernels // *The Astrophysical Journal*. — 2018. — Vol. 863, Iss. 1. — id. 39. — P. 10.
- Metcalf T. S., van Saders J. Magnetic evolution and the disappearance of sun-like activity cycles // *Solar Physics*. — 2017. — Vol. 29, Iss. 9. — article id. 126. — P. 12.
- Moss D., Sokoloff D. D., Usoskin I., Tutubalin V. Solar grand minima and random fluctuations in dynamo parameters // *Solar Physics*. — 2008. — Vol. 250. — P. 221–234.
- Nagovitsyn Yu.A., Georgieva K., Osipova A.A., Kuleshova A.I. Eleven-year cyclicality of the Sun on the 2000-year time scale // *Geomagnetism and Aeronomy*. — 2015. — Vol. 55, Iss. 8, — P. 1081–1088.
- Nandy D., Choudhuri A. R. Explaining the latitudinal distribution of sunspots with deep meridional flow // *Science*. — 2002. — Vol. 296. — P. 1671–1673.
- Obridko V.N., Sokoloff D.D., Kuzanyan K.M., Shelting B.D., Zakharov V.G. Solar cycle according to mean magnetic field data // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2006. — Vol. 365, Iss. 3. — P. 827–832.
- Parker E. N. Hydromagnetic dynamo models // *Astrophysical Journal*. — 1955. — Vol. 122. — P. 293–314.
- Paxton B. EZ to evolve ZAMS stars: a program derived from Eggleton’s stellar evolution code // *The Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. — 2004. — Vol. 116, Iss. 821. — P. 699–701.
- Pipin V.V. The mean electro-motive force and current helicity under the influence of rotation, magnetic field and shear // *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*. — 2008. — Vol. 102, Iss. 1. — P. 21–49.
- Rajaguru S.P. and Antia H.M. Meridional circulation in the solar convection zone: time-distance helioseismic inferences from four years of HMI/SDO observations // *The Astrophysical Journal*. — 2015. — Vol. 813, Iss. 2. — article id. 114. — P. 8.
- Rengarajan T.N. Age-rotation relationship for late-type main-sequence stars // *Astrophysical Journal*. — 1984. — Vol. 283. — P. L63–L65.
- Saar S. H., Brandenburg A. Time evolution of the magnetic activity cycle period. II.

- Results for an expanded stellar sample // The Astrophysical Journal. — 1999. — Vol. 524, Iss. 1. — P. 295–310.
- van Saders J.L., Ceillier T. Metcalfe T.S., Silva Aguirre V., Pinsonneault M.H., Garcia R.A., Mathur S, Davies G.R. Weakened magnetic braking as the origin of anomalously rapid rotation in old field stars // Nature. — 2016. — Vol. 529, Iss. 7585. — P. 181–184.
- Snodgrass H.B. and Ulrich R.K. Rotation of Doppler features in the solar photosphere // Astrophysical Journal. — 1990. — Vol. 351. — P. 309–316.
- Steenbeck M., Krause F. On the dynamo theory of stellar and planetary magnetic fields. II. DC dynamos of planetary type // Astronomische Nachrichten. — 1969. — Vol. 291. — P. 271–286.
- Stenflo J. O. Global wave patterns in the Sun's magnetic field // Astrophysics and Space Science. — 1988. — Vol. 144, Iss. 1-2. — P. 321–336.
- Svalgaard L., Cliver E.W. and Kamide Y. Sunspot cycle 24: Smallest cycle in 100 years? // Geophysical Research Letters. — 2005. — Vol. 32, Iss. 1. — id L01104.
- VandenBerg D.A. and Clem J.L. Empirically constrained color-temperature relations. I. BV(RI)<sub>C</sub> // The Astronomical Journal. — 2003. — Vol. 126, Iss. 2. — P. 778–802.
- Yoshimura H. Solar cycle dynamo wave propagation // The Astronomical Journal. — 1975. — Vol. 201. — P. 740–748.