

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Ордена Трудового Красного Знамени
Институт солнечно-земной физики Сибирского отделения
Российской академии наук

На правах рукописи
УДК 533.951.3



Костарев Данила Владимирович

**КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АЗИМУТАЛЬНО-МЕЛКОМАСШТАБНЫХ
КОМПРЕССИОННЫХ ВОЛН В МАГНИТОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ**

Специальность 25.00.29 –
«физика атмосферы и гидросферы»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Магеп П.Н.

Иркутск – 2019

Содержание

Введение	4
Глава 1. Компрессионные ультранизкочастотные моды в однородной многокомпонентной плазме	22
1.1 СОСТАВ ПЛАЗМЫ.....	23
1.2 ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ.....	24
1.3 КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.....	25
1.4 МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ПРЕДЕЛ	28
1.5 ПОПЕРЕЧНО-МЕЛКОМАСШТАБНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ БЕЗ ХОЛОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ..	29
1.6 МЕДЛЕННЫЙ МАГНИТНЫЙ ЗВУК С ГОРЯЧИМИ ИЗОТРОПНЫМИ ИОНАМИ.....	30
1.7 ЗЕРКАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ.....	31
1.8 ПОПЕРЕЧНО-МЕЛКОМАСШТАБНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ С ХОЛОДНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ	32
1.9 ЗЕРКАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ С ХОЛОДНЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ.....	33
1.10 ЗАКЛЮЧЕНИЕ К ГЛАВЕ 1.....	35
Глава 2. Дрейфово-компрессионные моды, распространяющиеся в направлении дрейфа протонов, при инверсном распределении частиц по энергиям	37
2.1 СИСТЕМА КООРДИНАТ.....	39
2.2 ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ	40
2.3 ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ	41
2.4 КОМПРЕССИОННЫЙ РЕЗОНАНС	43
2.5 ПРОДОЛЬНАЯ СТРУКТУРА ДРЕЙФОВО-КОМПРЕССИОННОЙ ВОЛНЫ.....	46
2.6 СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ И НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ	50
2.7 ЗАКЛЮЧЕНИЕ К ГЛАВЕ 2.....	54

Глава 3. Дрейфово-компрессионные волны, распространяющиеся в направлении дрейфа энергичных электронов в магнитосфере.....	57
3.1 Модель среды и основные уравнения	57
3.2 Собственные частоты и условия неустойчивости	61
3.3 Собственная частота много меньше дрейфовой частоты электронов $\omega\Omega de \ll 1$	62
3.4 Собственная частота много больше дрейфовой частоты электронов $\omega\Omega de \gg 1$	65
3.5 Результаты численных расчетов.....	67
3.6 Заключение к главе 3.....	71
Заключение.....	73
Список литературы	76

Введение

Магнитосфера Земли, образованная взаимодействием солнечного ветра и земного магнитного поля, – это естественный щит, защищающий все живое на поверхности планеты от вредного воздействия частиц, испускаемых Солнцем (солнечным ветром) и высокоэнергичных космических частиц, источники которых лежат вне Солнечной системы. С развитием космической техники, которая тоже подвержена влиянию заряженных частиц, задача диагностики Земной магнитосферы стала еще более актуальна. Одним из эффективных средств мониторинга магнитосферы является интерпретация данных об ультранизкочастотных волнах (период 0,1 – 600 сек), которые так же называют геомагнитными пульсациями [Гульельми и Троицкая, 1973].

Геомагнитные пульсации представляют собой магнитогидродинамические волны, возбужденные различными неустойчивостями плазмы на магнитопаузе (область, где давление солнечного ветра уравновешивается давлением земного магнитного поля) или внутри магнитосферы. Данные о таких колебаниях могут быть получены при помощи различных технических средств, таких как магнитные обсерватории [Howard and Menk, 2005], радарные установки [Allan et al., 1982; Chelpanov et al., 2016] и искусственные спутники земли [Barfield and McPherron, 1972]. Однако, не менее важной задачей, чем получение данных, является их интерпретация, т. е. составление теоретических моделей, которые могли бы не только хорошо описывать наблюдаемые явления, но и дать представление о том, что послужило причиной, и какие будут следствия, таких явлений.

Данная работа посвящена теоретическому исследованию одного из наиболее низкочастотных типов геомагнитных пульсаций, азимутально-мелкомасштабных компрессионных волн в магнитосферной плазме.

Основные сведения о Земной магнитосфере

Наша планета обладает значительным собственным магнитным полем, которое является естественной преградой для потоков, испускаемых Солнцем частиц (солнечным ветром) и высокоэнергичных космических частиц, источники которых лежат вне

Солнечной системы. В первом приближении магнитное поле Земли является диполем, ось которого наклонена примерно на 10° относительно оси вращения Земли. Однако из-за взаимодействия с солнечным ветром эта конфигурация существенно усложняется. Линии поля с ночной стороны Земли вытягиваются в направлении от Солнца, образуя хвост магнитосферы (Рисунок 1). Как уже упоминалось, границей магнитосферы служит магнитопауза, - область пространства, где уравниваются газокинетическое давление солнечного ветра и давление магнитного поля Земли. Ближайшая точка магнитопаузы от центра Земли находится примерно в 10 земных радиусах, в районе геомагнитного экватора на дневной стороне, а самая удаленная точка - в конце магнитного хвоста, на расстоянии более 900 земных радиусов. Однако эти расстояния, как и размер всей магнитосферы целиком, постоянно меняются, в зависимости от скорости и концентрации частиц солнечного ветра и ориентации межпланетного магнитного поля.

Частицы солнечного ветра, двигаясь со сверхзвуковой скоростью, создают ударную волну на расстоянии 4 – 5 земных радиусов от магнитопаузы. Скорость солнечного ветра может колебаться в достаточно широких пределах: от 300 до 750 км/с. Между ударной волной и магнитопаузой располагается переходная область. В приполярных областях образуются воронкообразные полости в геомагнитном поле – каспы. В этих областях заряженные частицы могут проникать в плотные слои атмосферы, вызывая при этом полярные сияния.

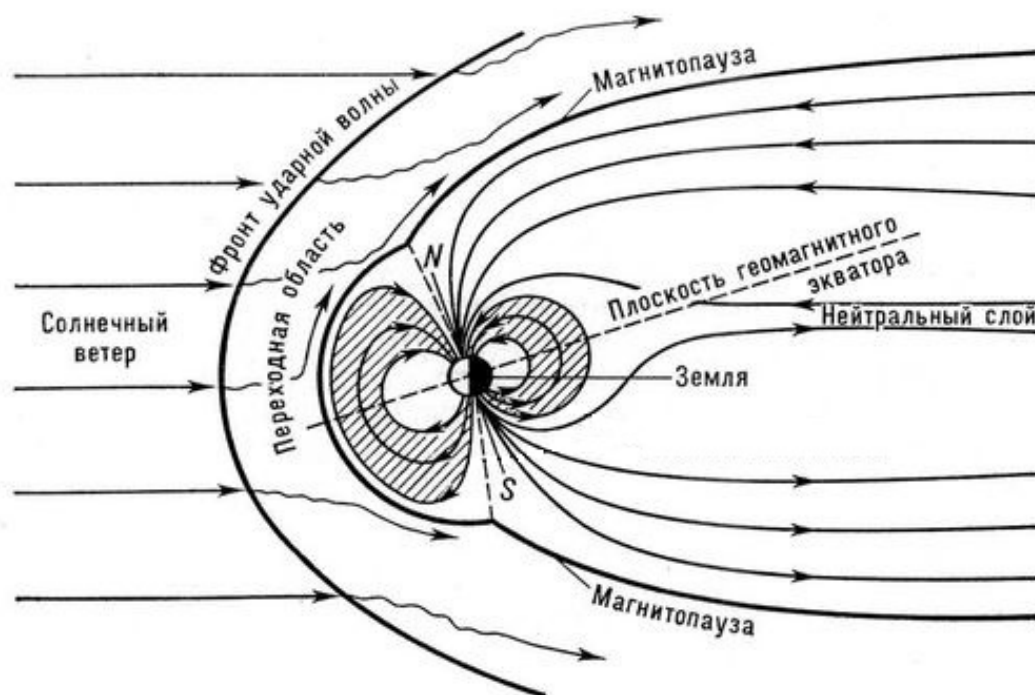


Рисунок 1. Схематическое представление магнитосферы

Хвост магнитосферы имеет сложную структуру. Магнитное поле делит хвост на две доли, в одной из которых магнитные силовые линии направлены от Земли, а во второй, наоборот, к Земле. Между долями располагается узкий, толщиной всего несколько сотен километров, нейтральный слой, где магнитное поле равно нулю. Вокруг нейтрального слоя находится область горячей плазмы (плазменный слой), частицы которой играют важную роль в динамике возмущенной магнитосферы.

На расстояниях до 6 – 7 земных радиусов можно считать, что геомагнитное поле имеет дипольную структуру. При этом движение заряженных частиц из-за неоднородности магнитного поля будет иметь достаточно сложный характер. Можно выделить три вида движения для таких частиц, а именно: ларморовское вращение, баунс-движение и магнитный дрейф [Чен, 1987]. Движение заряженной частицы в дипольной магнитосфере представлено на рисунке 2.

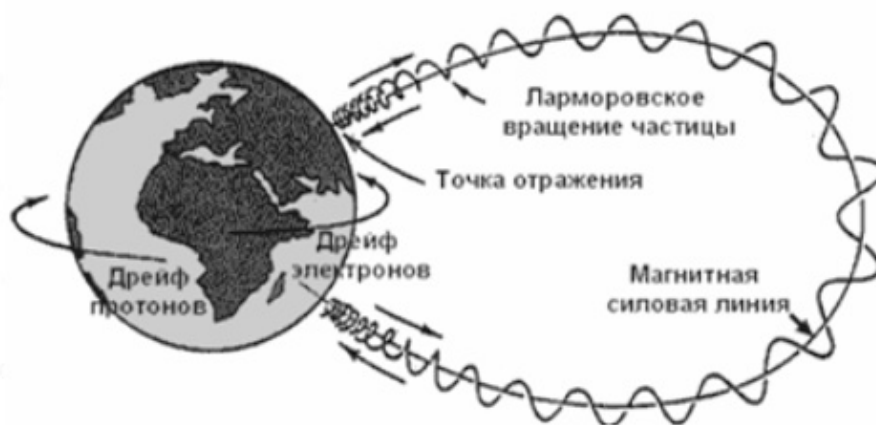


Рисунок 2. Движение заряженных частиц в магнитосфере

Ларморовское вращение представляет собой вращение частицы вокруг силовой линии магнитного поля с ларморовской частотой или, как ее еще называют, гирочастотой ω_c . Баунс-движение – это колебательное движение частицы вдоль линий магнитного поля между точками отражения (зеркальными точками) расположенными в Северном и Южном полушариях. Соответствующая частота называется баунс-частотой ω_b . Из-за радиального градиента магнитного поля и кривизны силовых линий возникает магнитный дрейф. Скорость, с которой частицы оборачиваются вокруг Земли – называют скоростью магнитного дрейфа, а соответствующую ей частоту оборотов вокруг Земли - дрейфовой частотой ω_d . При этом протоны дрейфуют на запад, а электроны – на восток [Hamlin et al., 1961].

Колебания магнитного поля Земли с периодами от 1 до 600 секунд, называют геомагнитными пульсациями. Эти пульсации представляют собой ультра-низкочастотные (УНЧ) волны. Они признаны важным элементом магнитосферной физики и полезным инструментом для диагностики и изучения космической погоды. УНЧ волны в прошлом и сейчас называют по-разному: геомагнитные пульсации, микропульсации, магнитные колебания и т. п. Они являются наземным подтверждением существования гидромагнитных волн в магнитосфере Земли.

Краткая история развития представлений о геомагнитных пульсациях

Одни из первых опубликованных наблюдений геомагнитных пульсаций были представлены в 1861 году Бальфуrom Стюартом, который изучал записи Великой магнитной бури 1859 года с помощью магнитографов в обсерватории Кью, близ Лондона [Stewart, 1861]. Он описал пульсации стрелки магнитометра с отчетливыми амплитудами в частотном диапазоне 3 – 30 мГц.

Во время второго Международного Полярного года (1932-1933) Харанг [Harang, 1936] и Суксдорфф [Sucksdorff, 1936] совместно вели запись так называемых «синусоидальных колебаний» или «быстрых микропульсаций», пульсаций с частотой около 1 Гц (в современной классификации Pc1). Суксдорфф даже придумал для этого явления красивое название: «жемчужное ожерелье». В своих наблюдениях он сообщал, что «кривая часто напоминает жемчужное ожерелье, состоящее из овальных жемчужин разных размеров». В последствие название «жемчужины» закрепилось за пульсациями Pc1 [Гульельми и Троицкая, 1973; Mursula et al., 1999].

Новый импульс в исследованиях геомагнитных пульсаций был получен благодаря данным, зарегистрированным в течение Международного Геофизического года (1957-1958). Под руководством Валерии Алексеевны Троицкой была развернута глобальная сеть станций земных токов, которые собрали громадный объем данных о различных типах осцилляций магнитного поля Земли. Основываясь на этих данных, в последующие годы были опубликованы многочисленные работы. Примерно в то же время, Ханнес Альфвен начал развивать теорию плазменных волн, предполагая существование поперечных электромагнитных УНЧ волн в намагниченной плазме [Alfven, 1950], за что в 1970 году получил Нобелевскую премию по физике. Для однородной плазмы он получил три ветви гидромагнитных мод: альфвеновские, быстрые магнитозвуковые (БМЗ) и медленные магнитозвуковые (ММЗ) волны.

Альфвеновские волны – это поперечные волны, распространяющиеся вдоль силовых линий магнитного поля. Если обратиться к аналогии с гитарной струной, то саму струну

можно представить как магнитную линию поля, а ее колебание и будет альфвеновской волной. Отметим, что при этом не происходит изменения давления плазмы, т.е. плазма движется вместе с магнитной линией.

БМЗ волны в однородной плазме могут распространяться в любом направлении. При этом плазма движется поперечно относительно магнитных силовых линий. В качестве аналогии можно представить, что БМЗ волны распространяются подобно обыкновенным звуковым волнам в газе. При этом возмущается как давление плазмы, так и магнитное поле.

ММЗ волны в однородной плазме распространяются как альфвеновские, вдоль магнитных силовых линий. При этом плазма колеблется в продольном направлении. Они подобны звуковым волнам, распространяющимся в канале, стенками которого служат магнитные линии. Отметим, что ММЗ волны сильно затухают в магнитосфере из-за близости значений их групповой скорости к тепловой скорости ионов. Таким образом, распространение ММЗ волн возможно лишь в узко локализованных областях магнитосферы, где тепловая скорость электронов больше тепловой скорости ионов, например, в районе внутренней плазмосферы [Леонович и Мазур, 2016].

Более общая теория и математический формализм в приближении магнитной гидродинамики были разработаны Данжи [Dungey, 1954]. Для описания распространения гидромагнитных УНЧ волн в холодной плазме он предложил использовать систему из двух связанных дифференциальных уравнений второго порядка, в аксиально-симметричной модели магнитного поля, где тепловое давление плазмы намного меньше магнитного. Рассматривая два предельных случая, с азимутальными волновыми числами $m = 0$ и $m = \infty$, выяснилось, что при $m = 0$ колебания происходят в азимутальном направлении (тороидальная поляризация), а при $m = \infty$ - в радиальном направлении (полоидальная поляризация). Схематически это показано на рисунке 3. Позже, поляризация УНЧ волн была подтверждена экспериментально [Sugiura and Wilson, 1964].

Большой вклад в развитие представлений о геомагнитных пульсациях в 1960-ых годах внесли советские геофизики, анализировавшие данные с магнитометров, установленных на территории Советского Союза. В результате было положено начало классификации УНЧ волн исходя из их морфологических признаков [Пудовкин и др., 1976; Троицкая и Гульельми, 1969; Troitskaya, 1961]. В это время многие авторы использовали свою терминологию, что часто приводило к путанице.

Некоторый порядок в номенклатуре был приведен в 1964 году с введением простой классификации, основанной на частоте [Jacobs et al., 1964]. Были определены два основных класса пульсаций: Pc (pulsations continuous) – квазисинусоидальные колебания,

длящиеся десятки и сотни периодов, и Pi (pulsations irregular) – нерегулярные пульсации, длительностью в несколько периодов. Каждый из этих классов разделили на несколько диапазонов (таблица 1).

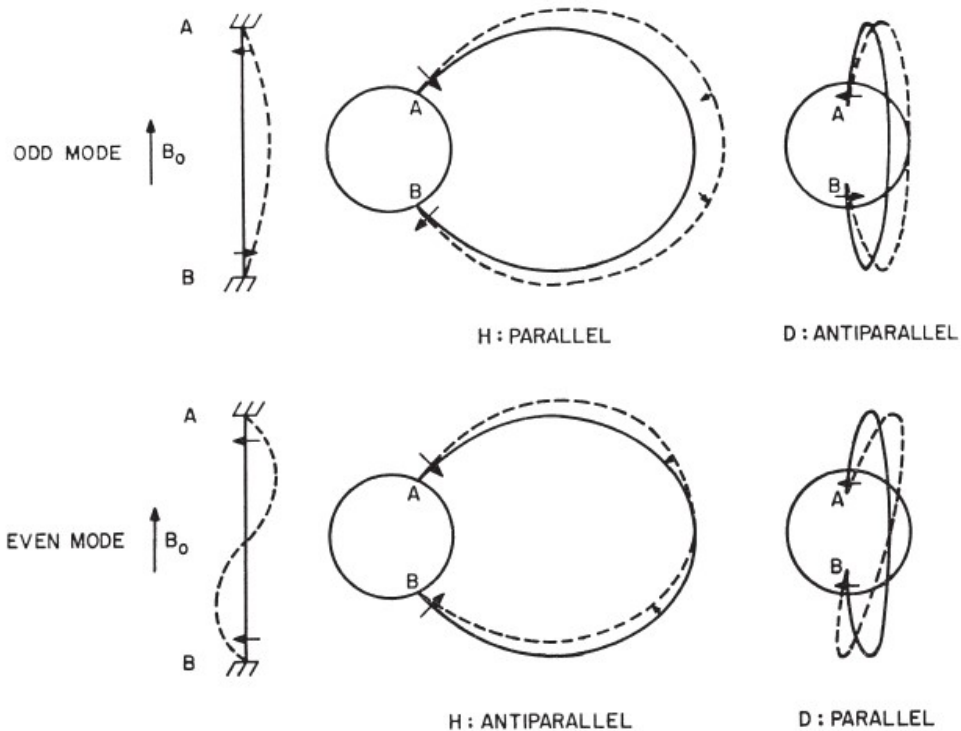


Рисунок 3. Полоидальная (H) и тороидальная (D) поляризации. Стрелки указывают направление магнитного возмущения [Sugiura and Wilson, 1964].

В 1960-е годы, которые стали началом спутниковой эры, УНЧ волны стали фиксировать магнитометры космических аппаратов [Cummings et al., 1969]. Так называемые наблюдения «на месте» расширились в течение следующих трех десятилетий, когда спутники с разными орбитами измеряли магнитное поле и потоки частиц в околоземном пространстве. Однако эти наблюдения, как и сейчас, имеют множество ограничений, связанных с локальностью и малым количеством аппаратов, поэтому наблюдения УНЧ волн при помощи наземных магнитометров и радарных установок актуальны и по сей день.

В то же время в теории УНЧ волн были сделаны значительные успехи. Вышел ряд важных работ, например [Танао, 1964] и [Radoski, 1967], в которых была разработана концепция резонанса линий поля или Альфвеновского резонанса (в англоязычной литературе: field line resonance или FLR) и определены важнейшие моды, распространяющиеся в плазмосфере и магнитосфере. Из того факта, что пульсации в диапазоне Pc3–Pc5 имеют длины волн, соизмеримые с масштабами магнитосферы,

логично было предположить, что наблюдаемые на поверхности Земли синусоидальные колебания являются стоячей волной, запертой между магнитосопряженными точками ионосферы. Это подтверждается наблюдаемым изменением частот волн с широтой – чем ниже широта наблюдений, тем выше частоты, и наоборот. Позднее, в фундаментальных работах [Southwood, 1974] и [Chen and Hasegawa, 1974] был рассмотрен резонанс линий поля для волн диапазона Pc3–Pc5 и определены соответствующие амплитудные, фазовые и поляризационные свойства.

Продолжительные пульсации Pc (pulsations continuous)			Иррегулярные пульсации Pi (pulsations irregular)		
	T, сек	f, мГц		T, сек	f, мГц
Pc1	0,2 – 5	200 – 5000			
Pc2	5 - 10	100 – 200	Pi1	1 - 40	25 – 1000
Pc3	10 - 45	22,2 – 100			
Pc4	45 - 150	6,6 – 22,2	Pi2	40 - 150	6,6 - 25
Pc5	150 - 600	1,6 – 6,6			

Таблица 1. Классификация геомагнитных пульсаций 1964 года

Волны в диапазоне Pc1– Pc2 имеют частоты одного порядка с циклотронной частотой протонов в средней магнитосфере, поэтому их генерацию связали с циклотронной неустойчивостью протонов, при которой рост амплитуды волны обеспечивается за счет потери энергии протонами кольцевого тока при их резонансном взаимодействии [Troitskaya, 1967; Troitskaya and Guglielmi, 1967; Demekhov, 2007].

В конце 1960-х годов расширение наблюдений колебаний в диапазонах Pc1–Pc2, Pc3–Pc5, Pi2 ознаменовалось созданием распределенных сетей наземных магнитометров, в числе которых канадская сеть, переросшая в широтный массив CANOPUS (теперь CARISMA) [Rostoker and Samson, 1972], Всемирная сеть [Campbell and Stiltner, 1965], сети в Австралии [Fraser and Summers, 1972], Антарктиде и Европе.

К концу 1970-х уже сложилось понимание механизмов генерации волн в диапазоне Pc3–Pc5, основанного на резонансе силовых линий магнитного поля, распространения волн Pc1–Pc2 в магнитосферном волноводе по принципу баунс-движения частиц в магнитосфере, а также ассоциация Pi2 пульсаций с началом магнитосферных суббурь. Следующим шагом стало понимание важности взаимодействия УНЧ волн и энергичных частиц в процессах внутренней магнитосферы (область магнитосферы, где преобладает магнитное поле земного диполя) [Hugnes et al., 1978].

До середины 1980-х годов наблюдения УНЧ волн с высоким временным и частотным разрешениями ограничивались системами регистрации и хранения данных. Также существовала серьезная проблема в обмене экспериментальными данными. Однако, с появлением персональных компьютеров и сети Интернет эта ситуация быстро изменилась. Стало возможным записывать данные с высокой частотой дискретизации хранить и передавать их в большом количестве. Сейчас есть множество геомагнитных обсерваторий, ведущих запись непрерывно с частотой измерений 1 Гц. В отдельных системах частота может достигать до 10 Гц. Созданные наборы данных позволяют выполнять подробные статистические исследования и детально рассматривать отдельные события.

Значительный прогресс в понимании природы УНЧ пульсаций произошел в последней трети XX-го столетия. Это стало результатом достижений в экспериментальной технике и параллельным развитием теоретических представлений о физике УНЧ колебаний. Особый интерес теперь могут представлять одновременные спутниковые и наземные измерения, позволяющие лучше раскрыть временное и пространственное поведение многих типов магнитосферных явлений [Chelpanov et al., 2016, Hori et al., 2018].

Современные представления и теоретические методы исследования

В современном понимании магнитосферные УНЧ волны являются фундаментальным элементом физики магнитосферы. Знания о них являются важным элементом современной науки, поскольку они играют существенную роль в диагностике состояния магнитосферы и межпланетного магнитного поля. Из данных о геомагнитных пульсациях можно получать сведения о параметрах солнечного ветра и межпланетного магнитного поля для уточнения времени прихода возмущений от Солнца к Земле. Также, можно извлекать данные о параметрах внутренней магнитосферы, таких как плотность плазмы, энергии частиц и пространственной конфигурации самой магнитосферы. Эта информация может использоваться для прогноза геомагнитной активности, которая может существенным образом влиять на хозяйственную деятельность человека [Птицына и др., 2008]. Кроме того, магнитосферу можно рассматривать как естественную лабораторию, а УНЧ волны в ней как явления, наблюдая которые, мы можем проверять наши теоретические представления о физике плазмы.

Классификация УНЧ волн, принятая в 60-х годах сейчас кажется весьма условной, но до сих пор используется ввиду своей наглядности и простоты. В настоящее время в нее внесли дополнительные диапазоны и классы: P_{сб} – непрерывные пульсации с периодами более 10 минут, P_{и3} – иррегулярные пульсации с периодами более 150 секунд и P_{иВ} – широкополосный всплеск, который включает все диапазоны P_{и1}–P_{и3}. Но даже

дополненная частотная классификация в полной мере не отражает современных представлений о пространственно-временной структуре колебаний и об их источниках. Однако другой общепризнанной классификации на сегодняшний момент нет, а отдельные классы явлений принято называть собственными именами, как: Альфвеновский резонанс (Field-line resonances), Гигантские пульсации (Pg-pulsations), буревые Pc5 пульсации (storm-time Pc5 pulsations) и т. п. Как и в 50-х годах прошлого столетия отсутствие четкой классификации порой вызывает путаницу.

С точки зрения источников колебания можно разделить на две группы: колебания вызванные процессами, лежащими вне магнитосферы (внешние источники) и колебания вызванные явлениями внутри магнитосферы (внутренние источники). К внешним источникам можно отнести МГД волны солнечного ветра, проникающие внутрь магнитосферы, колебания вызванные неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца и т. п. [Гульельми и др., 1976; Гульельми, 1984; Ковнер и др., 1977; Потапов, 1974; Agapitov et al., 2009; Agapitov and Cheremnykh, 2013; Alfven, 1961; Leonovich, 2001; Mishin, 1981; Fedorov et al., 1995]. К внутренним источникам можно отнести большое разнообразие плазменных неустойчивостей, которые могут быть вызваны взаимодействием волн с энергичными частицами и особенностями строения самой магнитосферы, такими как искривленные линии магнитного поля и его неоднородность, градиенты плотности и температуры частиц [Михайловский и Похотелов, 1975; Михайловский и Похотелов, 1977; Михайловский и Фридман, 1967; Southwood, 1980; Southwood et al., 1969].

Кроме происхождения источников, магнитосферные УНЧ волны можно разделить с наблюдательной точки зрения по преобладающей компоненте магнитного поля на тороидальные, полоидальные и компрессионные, как показано на рисунке 4. В тороидальных колебаниях будет доминировать азимутальная компонента магнитного поля волны, в полоидальных – радиальная, а в компрессионных – продольная.

Еще одним существенным критерием для классификации геомагнитных пульсаций служит значение поперечной составляющей волнового вектора (азимутальное волновое число), которое обычно обозначают m . Обычно выделяют волны с малыми значениями m ($m \sim 1$) и большими ($m \gg 1$). Обусловлено это многими причинами, начиная от различных методов наблюдения и заканчивая различием источников и пространственно-временной структуры самих колебаний [Eriksson, 2007].

Для волн с малыми значениями азимутального волнового числа (азимутально-крупномасштабных или поперечно-крупномасштабных) характерна тороидальная поляризация. Наблюдать колебания с малыми m можно при помощи наземных магнитометров, так как эти волны доходят до земной поверхности с достаточными для

надежной фиксации амплитудами [Howard and Menk, 2005]. Это характерно для пульсаций в диапазоне Pc2–Pc5, которые наблюдаются в большом количестве на дневной стороне магнитосферы. Обычно такие колебания относят к альфвеновским модам с источниками во внешней магнитосфере. Предполагают, что БМЗ волны из солнечного ветра или образованные неустойчивостями в районе магнитопаузы, распространяются во внутреннюю магнитосферу до магнитной оболочки, где локальная альфвеновская частота совпадает с частотой пришедшей БМЗ волны, что создает условия для резонанса [Chen and Hasegawa, 1974; Southwood, 1974]. Это явление называется резонансом линий поля или альфвеновским резонансом [Гульельми и др., 1976; Potapov and Mazur, 1994] и подтверждено экспериментально [Гульельми и Троицкая, 1973; Agapitov et al., 2009].

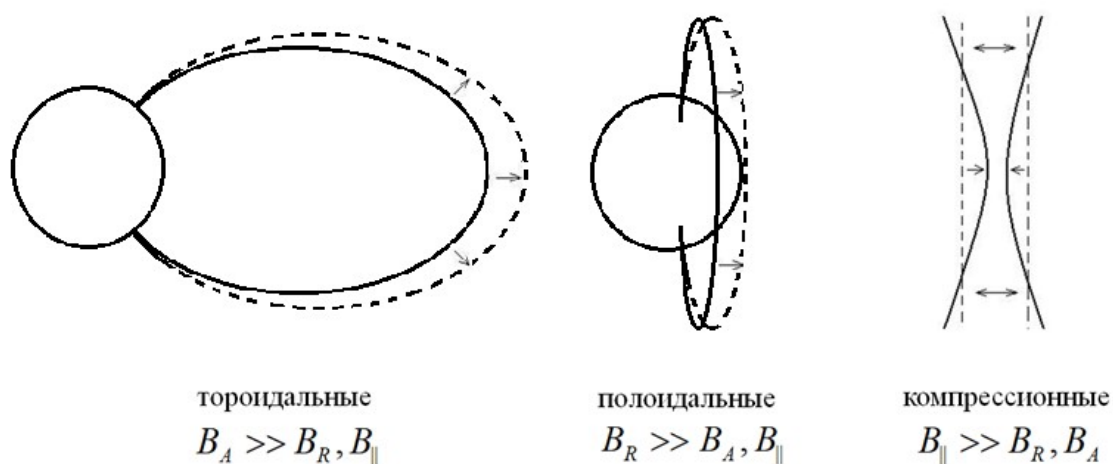


Рисунок 4. Разделение УНЧ волн по преобладающей компоненте магнитного поля

Наблюдаемые волны с большими значениями азимутального волнового числа (азимутально-мелкомасштабные или поперечно-мелкомасштабные) имеют преимущественно полоидальную поляризацию и представляют собой более локальные события, чем осцилляции с малыми m . Наблюдения таких колебаний, в отличие от азимутально-крупномасштабных, осложняется сильной экранировкой ионосферы, и поэтому экспериментальное изучение волн с большими азимутальными волновыми числами возможно только средствами искусственных спутников Земли или радарных установок. Эти волны обычно отождествляют с полоидальными альфвеновскими модами, источниками которых обычно считаются процессы во внутренней магнитосфере, в частности – взаимодействие волн с энергичными частицами.

Теоретической основой для понимания природы геомагнитных пульсаций служит магнитная гидродинамика (МГД). Этот подход рассматривает плазму как жидкость,

обладающую электромагнитными свойствами. Как уже говорилось, в рамках МГД для однородной плазмы существует три ветви гидромагнитных мод: альфвеновские волны, БМЗ и ММЗ [Walker, 2004].

Более информативным, но и более сложным инструментом для изучения УНЧ волн в магнитосфере является кинетический подход. В рамках этого подхода рассматриваются свойства и движения отдельных частиц, из которых состоит плазма. Это позволяет учесть особенности движения заряженных частиц в неоднородном магнитном поле, такие как магнитный дрейф и баунс-движение. При этом удастся описать новые виды волн, такие как дрейфово-компрессионные, и различные плазменные неустойчивости, такие как дрейфовая или зеркальная, полноценно учесть которые в рамках МГД невозможно [Hasegawa, 1968; Hasegawa, 1971; Ng et al., 1984].

Азимутально-мелкомасштабные волны в магнитосферной плазме

Для волн с большими азимутальными волновыми числами до сих пор нет единой четкой терминологии. Иногда такие пульсации называют в соответствие с геомагнитными условиями, во время которых они наблюдаются, например «буревые пульсации» («storm-time pulsations» в англоязычной литературе), которые обычно наблюдаются на восстановительной фазе суббурь, при больших отрицательных значениях Dst-индекса и увеличенном кольцевом токе [Barfield and McPherron, 1978]. Другие определения основаны на поляризации магнитного поля волны. Как уже говорилось, колебания, при которых доминирует продольная компонента магнитного поля волны, называют компрессионными [Baumjohann et al., 1987], а колебания, при которых доминирует радиальная компонента - полоидальными [Eriksson et al., 2005]. При спутниковых наблюдениях пульсаций с большими азимутальными волновыми числами, обычно фиксируют колебания всех компонент магнитного поля одновременно, т.е. изменение продольной компоненты магнитного поля происходит одновременно с изменениями радиальной компоненты [Barfield et al., 1972]. Однако компрессионные и полоидальные азимутально-мелкомасштабные волны имеют различные пространственно-временные структуры и механизмы генерации. [Yeoman et al., 1992; Leonovich and Mazur, 1993; Fenrich et al., 1995].

Поперечно-мелкомасштабные волны с преобладающей радиальной компонентой магнитного поля относят к полоидальным альфвеновским модам. Поскольку такие моды наблюдаются одновременно с увеличением потока энергичных частиц в магнитосфере, то естественно предполагать, что эти частицы и являются источником энергии для

возбуждения этих мод [Anderson et al., 1990; Takahashi and Anderson, 1992; Takahashi et al., 1992].

Среди поперечно-мелкомасштабных волн с преобладающей продольной составляющей магнитного поля в частотном диапазоне Pc5 и ниже выделяют группу компрессионных «буревых» колебаний. Их частоты могут быть много ниже основной частоты альфвеновского резонанса на наблюдаемой магнитной оболочке. Эту группу можно наблюдать при анализе спутниковых данных [Barfield and McPherron, 1972], и в данных радарных установок [Allan et al., 1982].

Физическая природа компрессионных буревых Pc5 колебаний до сих пор остается предметом споров. Если рассматривать эти колебания в рамках МГД, то это может быть только мода с самой низкой частотой – ММЗ мода. Однако плазму практически во всей области земной магнитосферы можно считать бесстолкновительной, поэтому такое приближение будет не справедливо для колебаний с частотами, значительно ниже альфвеновских, т. к. в этом случае необходимо учитывать баунс-колебания частиц, что корректно сделать можно только используя кинетический подход [Hurricane et al., 1994]. Еще можно встретить интерпретацию компрессионных буревых Pc5 колебаний дрейфовыми зеркальными модами, которые рассматриваются в кинетическом подходе [Похотелов и Пилипенко, 1976; Hasegawa, 1969; Kremser et al., 1981; Pokhotelov et al., 2001]. Однако, для удовлетворения условиям зеркальной неустойчивости, необходима сильная температурная анизотропия плазмы, которая в реальной магнитосфере не наблюдается.

Наиболее вероятными кандидатами для интерпретации большинства компрессионных буревых Pc5 колебаний являются дрейфово-компрессионные моды, т. к. это наиболее общие компрессионные моды при кинетическом подходе. Для их существования достаточно учета конечного давления плазмы и ее радиальной неоднородности. Генерация дрейфово-компрессионных мод может происходить вследствие пространственных градиентов концентрации горячей плазмы [Klimushkin and Mager, 2011; Porazik and Lin, 2011; Crabtree et al., 2003] или сцепления с альфвеновской модой из-за кривизны магнитного поля [Klimushkin et al., 2012]. Аргументом в пользу версии, что компрессионные буревые Pc5 колебания являются дрейфово-компрессионными модами, служит зависимость частоты колебаний от азимутального волнового числа, что было обнаружено в экспериментальных данных радарных и спутниковых исследований [Mager et al., 2015; Chelpanov et al., 2016, Rubtsov et al., 2018]. Подобное поведение характерно для дрейфово-компрессионных волн, и, напротив, нехарактерно альфвеновским волнам.

Актуальность темы исследования

В настоящее время существующие теории не могут адекватно объяснить наблюдаемые буревые пульсации в диапазоне Pc5 с частотами много ниже альфвеновских. Эти пульсации чаще всего отождествляют с зеркальной неустойчивостью [Hasegawa, 1969; Pokhotelov et al., 1985; Klimushkin and Chen, 2006; Rae et al., 2007] или полоидальными альфвеновскими модами [Klimushkin, 1997; Mager and Klimushkin, 2002]. Однако для зеркальной неустойчивости необходима сильная анизотропия тепловых скоростей частиц поперек и вдоль магнитных силовых линий, которой не видно в экспериментальных данных, а наименьшая частота полоидальных альфвеновских мод, рассчитанная для точки наблюдения оказывается значительно выше реально наблюдаемой частоты волн. В то же время, дрейфово-компрессионные моды хорошо удовлетворяют экспериментальным данным, так как их частота может быть значительно меньше альфвеновской.

При статистическом анализе УНЧ волн во время суббуревой активности видно, что волны распространяются как в направлении дрейфа протонов, так и в направлении дрейфа электронов. Как, например, в работе [James et al., 2013], основанной на радарных данных сети SuperDARN. Также из данных видно, что частоты некоторых из этих волн значительно ниже частот пульсаций Pc5. Скорее всего, эти колебания являются дрейфово-компрессионными модами. При этом если волна распространяется в направлении дрейфа протонов, то происходит ее усиление, за счет резонансного взаимодействия с потоками энергичных протонов, а при распространении колебаний в направлении дрейфа электронов – происходит резонансное взаимодействие с потоками энергичных электронов. Стоит отметить, что предыдущие исследования не рассматривали взаимодействие дрейфово-компрессионных волн с протонами при немономонном распределении энергичных протонов по скоростям. Взаимодействие дрейфово-компрессионных мод с электронами ранее не рассматривалось вообще. В данной диссертационной работе рассмотрены обе эти ситуации, так как в спутниковых данных, при наблюдении буревых компрессионных Pc5 волн, обычно фиксируют потоки энергичных частиц (горячие частицы имеют инверсное распределение), а данные радаров свидетельствуют о существовании колебаний, распространяющихся на восток (т. е. волны распространяются в направлении дрейфа электронов и могут резонансно взаимодействовать с ними) [Chelpanov et al., 2016; Hori et al., 2018].

Цели и задачи работы

Основной целью данной диссертационной работы является исследование в рамках гирокинетики азимутально-мелкомасштабных компрессионных волн в аксиально-симметричной модели магнитосферы с изотропной плазмой. В связи с этим были поставлены следующие задачи:

1. В рамках кинетического подхода рассмотреть компрессионные УНЧ волны в однородном магнитном поле при различных предположениях о составе плазмы. Изучить влияние анизотропии скоростей частиц поперек и вдоль магнитного поля и наличия в плазме примеси холодных электронов на условия неустойчивости.

2. В рамках гирокинетики (кинетический подход в пределе, когда частота волны намного меньше гирочастоты) исследовать продольную структуру дрейфово-компрессионных мод в аксиально-симметричной двумерно-неоднородной модели магнитосферы.

3. В рамках гирокинетики получить дисперсионное уравнение и условия возникновения неустойчивостей для дрейфово-компрессионных мод, распространяющихся в направлении магнитного дрейфа энергичных протонов при наличии инверсного распределения протонов по скоростям в аксиально-симметричной двумерно-неоднородной модели магнитосферы.

4. В рамках гирокинетики получить дисперсионное уравнение и условия возникновения неустойчивостей для дрейфово-компрессионных мод, распространяющихся в направлении магнитного дрейфа энергичных электронов при наличии инверсного распределения электронов по скоростям в аксиально-симметричной двумерно-неоднородной модели магнитосферы.

Научная новизна

1. Впервые в рамках кинетического подхода изучено влияние концентрации холодных электронов и степени анизотропии тепловых скоростей частиц вдоль и поперек магнитного поля на структуру дисперсионного уравнения компрессионной моды в однородной плазме. Получены условия, при которых решение сводится к магнитогидродинамическому случаю ММЗ волн и кинетическому случаю зеркальной моды.

2. Впервые найдено и решено интегральное уравнение, описывающее продольную структуру дрейфово-компрессионной моды в аксиально-симметричной двумерно-

неоднородной модели магнитосферы. Показано, что эти моды имеют симметричную относительно геомагнитного экватора структуру и локализованы вблизи него.

3. Впервые найдены условия существования и развития неустойчивости для дрейфово-компрессионных волн, распространяющихся в направлении магнитного дрейфа энергичных протонов при инверсном распределении протонов по скоростям в аксиально-симметричной двумерно-неоднородной модели магнитосферы.

4. Впервые найдены условия существования и развития неустойчивости для дрейфово-компрессионных волн, распространяющихся в направлении магнитного дрейфа энергичных электронов при инверсном распределении электронов по скоростям в аксиально-симметричной двумерно-неоднородной модели магнитосферы.

Научная и практическая значимость работы

В работе, в рамках гирокинетики, показано, что в однородной плазме в однородном магнитном поле при различных отношениях плотности холодных и горячих электронов, дисперсионное соотношение компрессионной моды будет иметь различный вид, и, в зависимости от параметров, может быть сведено к дисперсионному уравнению медленной магнитозвуковой моды, либо к уравнению «кинетической» моды. При этом, анизотропия тепловых скоростей частиц поперек и вдоль линий магнитного поля приводит к растущей неосциллирующей «МГД зеркальной моде» или осциллирующей растущей «кинетической зеркальной моде».

В работе получено и решено уравнение, описывающее продольную структуру дрейфово-компрессионных волн. Показана локализация и симметрия этих волн относительно геомагнитного экватора и возможность их распространения, как в направлении дрейфа протонов, так и в обратном направлении. При этом найдены условия возникновения неустойчивостей для каждого случая. Показано влияние градиентов концентрации и температуры на условия существования волн и развитие связанных с этими волнами неустойчивостей.

В работе исследовалось влияние немонотонного распределения частиц по энергиям на условия неустойчивости дрейфово-компрессионных волн. Найдены условия, при которых частицы могут резонансно взаимодействовать с волной.

Результаты работы могут быть использованы при интерпретации данных, полученных с искусственных спутников земли, радарных установок, а также интегрированных данных космических и наземных наблюдений. В частности, уже было получено хорошее согласие с экспериментальными данными [Mager et al., 2015; Chelpanov et al., 2016, Rubtsov et al., 2018, Hori et al., 2018].

Достоверность результатов

Достоверность полученных в этой работе результатов является следствием использования строгих методов математического анализа. Выражения, полученные в первой главе в предельных случаях, сводятся к известным выражениям МГД приближения. Численные оценки частот, приведенные во второй и третьих главах, соответствуют наблюдаемым в радарных исследованиях частотам. Локализация дрейфово-компрессионных волн вблизи геомагнитного экватора, найденная в работе, тоже хорошо согласуется с результатами спутниковых исследований.

Личный вклад автора

Задачи, поставленные в данной диссертационной работе, решены автором лично или при его непосредственном участии. Аналитические выражения, численные расчеты и оценки, полученные в результате данной работы, выполнены диссертантом. Все рисунки, графики и таблицы, за исключением тех, в которых есть ссылка на источник, выполнены автором. Автор диссертации представлял устные и стендовые доклады на конференциях и семинарах, участвовал в подготовке научных статей и активно участвовал в обсуждениях и интерпретации полученных результатов.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Установлено, что поперечная компрессионная волна в однородной плазме в зависимости от концентрации холодных электронов имеет два различных режима распространения, и соответствующие им два режима зеркальной неустойчивости, обусловленной анизотропией плазмы

2. Установлено, что в дипольноподобной модели магнитосферы дрейфово-компрессионные волны имеют дискретный набор гармоник узко локализованных в окрестности геомагнитного экватора. При этом собственная частота каждой гармоники на данной магнитной оболочке обратно пропорциональна азимутальной длине волны.

3. Предложен механизм генерации длиннопериодных компрессионных волн при дрейфовом резонансе с энергичными протонами в рамках дипольноподобной модели магнитосферы. В этом случае волна генерируется неустойчивостью, развивающейся при положительных градиентах температуры плазмы и инверсной функции распределения протонов.

4. Установлено, что дрейфовый резонанс длиннопериодных компрессионных волн с энергичными электронами может приводить к неустойчивости, генерирующей волны,

распространяющиеся в восточном направлении. При этом частота волны определяется давлением протонов. Найдены условия возникновения неустойчивости, приводящей к генерации волны.

Апробация работы

Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих научных мероприятиях:

- X Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования», Москва, ИКИ РАН, 3 – 5 апреля 2013.
- Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике "Физические процессы в космосе и околоземной среде", Иркутск, 2013.
- Всероссийская конференция по солнечно-земной физике, посвящённая 100-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН В.Е.Степанова, Иркутск, 16 – 21 сентября 2013.
- Chapman Conference on Low-Frequency Waves in Space Plasmas, Jeju Island, Republic of Korea, 31 August 2014 — 05 September 2014.
- Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике "Физические процессы в космосе и околоземной среде", Иркутск, 2017.
- Second VarSITI General Symposium, Irkutsk, Russia, 10 - 15 July, 2017.

а также на семинарах в ИФЗ РАН и ИСЗФ СО РАН.

Публикации

Материалы, используемые в диссертации, опубликованы в следующих печатных работах:

1. Klimushkin Dmitri Yu. and Kostarev Danila V. Two kinds of mirror modes in a nonzero electron-temperature plasma // Plasma Phys. Control. Fusion 54 (2012) 092001, 2012.
2. Mager, P. N., Klimushkin D. Yu., and Kostarev D. V.. Drift-compressional modes generated by inverted plasma distributions in the magnetosphere // J. Geophys. Res. Space Physics. – 2013. – Vol. 118. – P. 4915–4923.
3. Костарев Д.В., Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Генерация дрейфово-компрессионных волн инверсным распределением частиц по энергиям в магнитосферной плазме // Сборник трудов Международной Байкальской молодежной научной школы по фундаментальной физике "Физические процессы в космосе и околоземной среде". – 2013. – С. 161–165.

4. Магер П.Н., Костарев Д.В., Климушкин Д.Ю., Агипитов О.В. Дрейфово-компрессионные волны в магнитосфере // Физика солнца и околоземного космического пространства. – 2013. – С. 166–169.
5. Костарев Д.В., Климушкин Д.Ю., Магер П.Н. Генерация дрейфово-компрессионных волн инверсным распределением частиц по энергиям в магнитосферной плазме // Сборник трудов X конференции молодых ученых "Фундаментальные и прикладные космические исследования". – 2014. – С. 61–68.
6. Cheremnykh O. K., Klimushkin D. Yu. and Kostarev D. V. On the Structure of Azimuthally SmallScale ULF Oscillations of Hot Space Plasma in a Curved Magnetic Field. Modes with Continuous Spectrum, ISSN 08845913 // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. – 2014. – Vol. 30. – N. 5. – P. 209–222.
7. Костарев Д.В., Магер П.Н. Дрейфово-компрессионные волны распространяющиеся в направлении дрейфа энергичных электронов в магнитосфере // Сборник трудов Международной Байкальской молодежной научной школы по фундаментальной физике "Физические процессы в космосе и околоземной среде". – 2017. – С. 113–116.
8. Kostarev D.V., Mager P.N. Drift-compressional waves propagation in the direction of energetic electron drift in the magnetosphere // Solar-Terrestrial Physics. – 2017. – Vol. 3. – Iss. 3. – P. 18–27.

Данная диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 85 страниц, включая 16 рисунков и 2 таблицы. Список литературы содержит 108 наименований.

Глава 1

Компрессионные ультранизкочастотные моды в однородной многокомпонентной плазме

В этой главе приведен вывод дисперсионных уравнений компрессионных мод в бесстолкновительной плазме с помощью кинетического подхода при различных параметрах плазмы. Этот подход позволяет разобраться в нескольких сложных вопросах физики компрессионных мод, обычно остающихся за рамками внимания исследователей. Ниже описаны некоторые из них.

При выводе дисперсионных соотношений для ММЗ волн, в рамках приближения одножидкостной МГД, уравнения движения плазмы дополняются уравнением адиабаты, описывающей распространение в плазме возмущения давления [Кадомцев, 1976]. Физическая причина, по которой возмущения давления, возникнув в одной точке, распространяются в столкновительной плазме, достаточно понятна: покидая область повышенной концентрации, частицы сталкиваются с соседними частицами, передавая им импульс. Однако плазма земной магнитосферы практически везде является бесстолкновительной. В этом случае за передачу давления может отвечать только продольное электрическое поле (связанное с возмущением электростатического потенциала), как это имеет место в ионном звуке. Однако в рамках одножидкостной МГД продольное электрическое поле волны считается нулевым. При кинетическом подходе считается, что наличие в плазме хотя бы малой популяции холодных электронов приводит к обнулению продольного электрического поля. Поэтому физика ММЗ в бесстолкновительной плазме нуждается в дополнительном прояснении.

Условие зеркальной неустойчивости обычно выводится как следствие уравнений движения плазмы, дополненных выражениями для возмущенного давления через возмущенную функцию распределения [Веденов и др., 1961; Калсруд, 1983]. С другой стороны, в работе [Hasegawa, 1969] зеркальная неустойчивость рассматривается с помощью чисто кинетического подхода. В обоих случаях получается один и тот же критерий неустойчивости, однако ее инкремент оказывается различным. В статье [Piliipenko, 1990] сделан вывод, что зеркальная неустойчивость в гидродинамическом и чисто кинетическом режиме – это две совершенно разные неустойчивости, однако не было указано, в чем заключается физическое различие этих двух случаев.

Для исследования компрессионных мод мы будем использовать уравнения giroкинетики, представляющие собой кинетические уравнения Власова в пределе, когда частота волны намного меньше гирочастоты [Antonsen and Lane, 1981; Catto et al., 1981]. Этот подход ранее продемонстрировал свою эффективность в магнитосферных задачах, особенно при изучении УНЧ-волн и их неустойчивостей [Chen and Hasegawa, 1991]. В этой главе рассмотрим модель двухкомпонентной плазмы с примесью холодных электронов и горячих протонов (критерий «горячих» и «холодных» частиц приведен ниже) в однородном магнитном поле \vec{B} , при наличии анизотропии тепловых скоростей вдоль и поперек магнитного поля.

1.1 Состав плазмы и модель среды

Рассмотрим плазму, состоящую из электронов (индекс e) и протонов (индекс i) различных энергий, находящихся в однородном магнитном поле \vec{B} . Тепловую скорость частиц, входящих в состав рассматриваемой плазмы, вдоль поля \vec{B} обозначим как v_{\parallel} , а перпендикулярную ему как v_{\perp} (рисунок 5). Частицы будем называть холодными (индекс c) если их тепловая скорость меньше продольной фазовой скорости волны ($v_{\parallel} \ll \omega/k_{\parallel}$), в противном случае ($v_{\parallel} \gg \omega/k_{\parallel}$) будем называть горячими (индекс h). Таким образом, общая концентрация плазмы будет состоять из четырех компонент: концентрация холодных электронов (n_{ec}), горячих электронов (n_{eh}), холодных протонов (n_{ic}) и горячих протонов (n_{ih}). Холодные электроны и горячие протоны будем считать примесями, т.е. полагать выполнение неравенств $n_{ec} \ll n_{eh}$ и $n_{ih} \ll n_{ic}$. Отметим, что ввиду электронейтральности плазмы ($n_{ec} + n_{eh} = n_{pc} + n_{ph}$) концентрации горячих электронов и холодных ионов будут примерно одинаковыми ($n_{eh} \approx n_{ic}$).

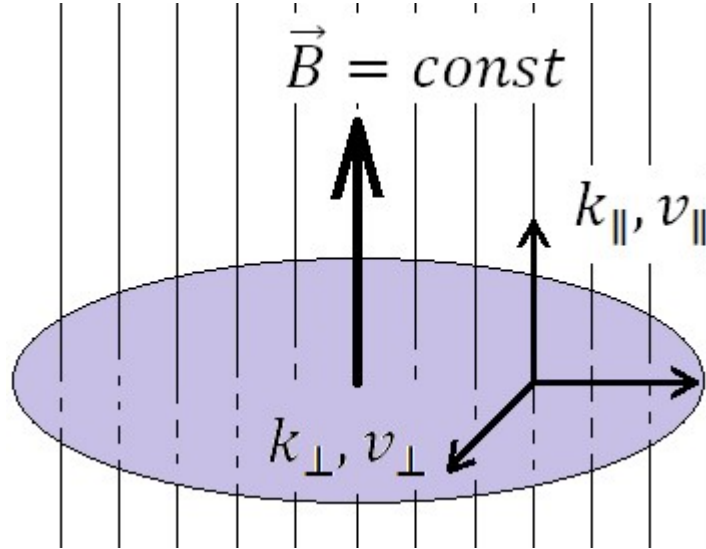


Рисунок 5. Система координат

Таким образом, малыми параметрами можно считать следующие величины:

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{v_{\parallel eh} k_{\parallel}} \ll 1, & \quad \frac{\omega}{v_{\parallel ih} k_{\parallel}} \ll 1, \\ \frac{v_{\parallel ec} k_{\parallel}}{\omega} \ll 1, & \quad \frac{v_{\parallel ic} k_{\parallel}}{\omega} \ll 1, \\ \frac{n_{ec}}{n_{eh}} \ll 1, & \quad \frac{n_{ih}}{n_{ic}} \ll 1. \end{aligned}$$

Функцию распределения F для каждого сорта частиц будем считать бимаксвелловской:

$$F = \frac{n}{2\pi v_{\perp}^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi} v_{\parallel}} \exp\left(-\frac{V_{\parallel}^2}{2v_{\parallel}^2} - \frac{V_{\perp}^2}{v_{\perp}^2}\right), \quad (1.1.1)$$

где V_{\parallel} и V_{\perp} – скорости частиц вдоль внешнего поля и перпендикулярно ему, соответственно. Анизотропия функции распределения характеризуется с помощью параметра

$$\alpha = \frac{v_{\perp}^2}{v_{\parallel}^2} - 1.$$

В дальнейшем будем полагать, что этот параметр может быть не равен нулю только для горячих ионов.

1.2 Электромагнитное поле

Электрическое \vec{E} и магнитное \vec{b} поля волны выражаются через скалярный φ и векторный \vec{A} потенциалы:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{b} = \vec{\nabla} \times \vec{A}.$$

Векторный потенциал определяется с точностью до градиента произвольной скалярной функции. В гирокинетике используют калибровку Кулона [Antonsen and Lane, 1981; Catto et al., 1981]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0. \quad (1.2.1)$$

В однородной плазме все возмущенные величины предполагаются зависящими от времени и координат как $e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}}$, где ω – частота волны и \vec{k} – волновой вектор. Выберем систему координат таким образом, чтобы ось OZ была направлена параллельно внешнему полю $B(0,0,B_z)$. Далее, ось OY направим перпендикулярно поперечной компоненте волнового вектора \vec{k} , т.е. $k_y = 0$. Введя новые обозначения $k_x = k_\perp$ и $k_z = k_\parallel$, перепишем выражение (1.2.1) в виде:

$$k_\perp A_\perp = -k_\parallel A_\parallel.$$

Определим A_\parallel следующим образом [Chen and Hasegawa, 1991]:

$$A_\parallel = -\frac{ic}{\omega} \frac{\partial \psi}{\partial z},$$

а для электрического потенциала удобно ввести обозначение:

$$\varphi_\parallel = \varphi - \psi.$$

Ниже будут рассмотрены только компрессионные волны, которые характеризуются возмущением продольной компоненты магнитного поля волны b_\parallel и, в общем случае, «продольного потенциала» φ_\parallel .

1.3 Кинетические уравнения

В общем случае возмущение концентрации частиц сорта j запишется в виде:

$$\delta n_j = \int f_j d^3\vec{V} = \int_0^\infty V_\perp dV_\perp \int_{-\infty}^\infty dV_\parallel \int_0^{2\pi} f_j d\zeta. \quad (1.3.1)$$

Здесь f – возмущение функции распределения, интегрирование ведется всему по всему пространству скоростей, ζ – фаза ларморовского вращения, индекс j соответствует сорту частиц.

В однородном магнитном поле, в приближении пренебрежимо малого по сравнению с длиной волны ларморовского радиуса r_L (т.е. при $k_\perp r_L \ll 1$), функция распределения \tilde{f}_j , проинтегрированная по фазе ларморовского вращения, имеет вид [Chen and Hasegawa, 1991]:

$$\tilde{f}_j = \int_0^{2\pi} d\zeta f_j = -2\pi \frac{q_j}{m_j} \frac{F_j}{v_{\parallel j}^2} \varphi_{\parallel} - 2\pi \frac{\alpha_j F_j V_{\perp}^2}{v_{\perp j}^2 2B} b_{\parallel} + 2\pi \frac{\omega}{\omega - k_{\parallel} V_{\parallel}} \frac{F_j}{v_{\parallel j}^2} \left(\frac{q_j}{m_j} \varphi_{\parallel} + \frac{V_{\perp}^2}{2B} b_{\parallel} \right). \quad (1.3.2)$$

В ультранизкочастотном пределе, когда фазовая скорость волны гораздо меньше скорости света, выполняется условие квазинейтральности [Antonsen and Lane, 1981; Catto et al., 1981]:

$$\sum_j q_j \delta n_j = 0. \quad (1.3.3)$$

Подставляя в (1.3.3) выражения (1.1.1), (1.3.1), (1.3.2), получим:

$$\begin{aligned} \sum_j \frac{q_j^2}{m_j} 2\pi \int_0^{\infty} dV_{\perp} V_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dV_{\parallel} \left[-\frac{F}{v_{\parallel j}^2} \varphi_{\parallel} - \frac{\omega}{k_{\parallel} V_{\parallel} - \omega} \frac{F}{v_{\parallel j}^2} \left(\varphi_{\parallel} + \frac{V_{\perp}}{k_{\perp} c} \frac{k_{\perp} V_{\perp}}{2\omega_c} b_{\parallel} \right) \right. \\ \left. + \frac{\alpha_j F}{v_{\perp j}^2} \left(\varphi_{\parallel} \frac{k_{\perp}^2 V_{\perp}^2}{2\omega_c^2} - \frac{V_{\perp}}{k_{\perp} c} \frac{k_{\perp} V_{\perp}}{2\omega_c} b_{\parallel} \right) \right] = 0. \end{aligned}$$

После взятия интегралов это выражение записывается в виде:

$$\varphi_{\parallel} \sum_j \frac{q_j^2}{j} n_j \left[-\frac{1}{v_{\parallel j}^2} (1 - \xi_j Z_j(\xi_j)) + \frac{\alpha_j k_{\perp}^2}{\omega_c^2} \right] - \frac{1}{c} b_{\parallel} \sum_j \frac{q_j^2}{m_j} n_j \frac{1}{\omega_c} \left[\frac{v_{\perp j}^2}{v_{\parallel j}^2} \xi_j Z_j(\xi_j) + \alpha_j \right] = 0,$$

где $Z(\xi)$ – плазменная дисперсионная функция от переменной ξ [Walker, 2005]:

$$\begin{aligned} Z_j(\xi_j) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t_j^2}}{t_j - \xi_j} dt_j, \\ \xi_j &= \frac{\omega}{\sqrt{2} v_{\parallel j} k_{\parallel}}. \end{aligned}$$

Далее расписываем все суммы по сортам частиц и пренебрежем малыми членами, учитывая, что для горячих частиц $\xi \ll 1$, для холодных $\xi \gg 1$. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{n_{ec}}{m_e} + \frac{n_{ic}}{m_i} \right)^{-1} \left(\frac{n_{ec}}{m_e v_{\parallel ec}^2} \xi_{ec} e^{-\xi_{ec}^2} + \frac{n_{ic}}{m_{ic} v_{\parallel ic}^2} \xi_{ic} e^{-\xi_{ic}^2} + \frac{n_{eh}}{m_e v_{\parallel eh}^2} \xi_{eh} + \frac{n_{ih}}{m_i v_{\parallel ih}^2} \xi_{ih} \right), \\ \Gamma_2 &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{n_{ec}}{m_e} + \frac{n_{ic}}{m_i} \right)^{-1} \left(n_{ec} \xi_{ec} e^{-\xi_{ec}^2} - n_{ic} \xi_{ic} e^{-\xi_{ic}^2} + n_{eh} \xi_{eh} - n_{ih} \xi_{ih} \frac{v_{\perp ih}^2}{v_{\parallel ih}^2} \right), \\ \Delta &= \left(\frac{n_{ec}}{m_e} + \frac{n_{ic}}{m_i} \right)^{-1} \{ (n_{ic} - n_{eh}) - \alpha n_{ih} \}, \\ \frac{1}{u^2} &= \left(\frac{n_{ec}}{m_e} + \frac{n_{ic}}{m_i} \right)^{-1} \left(\frac{n_{eh}}{m_e v_{\parallel eh}^2} + \frac{n_{ih}}{m_i v_{\parallel ih}^2} \right). \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

Величина u имеет смысл характеристической скорости волны. После всех преобразований уравнение квазинейтральности приводится к виду:

$$\varphi_{\parallel} q^2 \left(\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right) - i \varphi_{\parallel} q^2 \Gamma_1 + b_{\parallel} \frac{q}{B} \Delta - b_{\parallel} \frac{q}{B} i \Gamma_2 = 0 \quad (1.3.5)$$

(здесь учтено, что электроны имеют отрицательный заряд). Это первое уравнение системы, связывающей переменные b_{\parallel} и φ_{\parallel} .

В качестве второго уравнения мы используем продольную компоненту уравнения движения плазмы [Pokhotelov et al., 2000; Klimushkin and Chen, 2006], которую можно записать в виде условия баланса сил:

$$P_{\perp} + M \frac{B b_{\parallel}}{4\pi} = 0, \quad (1.3.6)$$

где

$$M = 1 - \frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2} \left[\frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2 A^2} - 1 - \frac{\beta_{\perp} - \beta_{\parallel}}{2} \right], \quad (1.3.7)$$

B – равновесное магнитное поле, A – альфвеновская скорость, которая определяется выражением:

$$A^2 = \sum_j \frac{B^2}{4\pi n_j m_j},$$

и давление j -сорта частиц есть

$$P_{\perp j} = \frac{1}{2} \sum_j m_j \int_0^{\infty} v_{\perp} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{2\pi} v_{\perp}^2 f d\zeta.$$

После взятия интегралов получим:

$$P_{\perp} = \sum_j n_j \left(q_j \varphi_{\parallel} \frac{v_{\perp j}^2}{v_{\parallel j}^2} + \alpha_j \frac{2b_{\parallel}}{B} m_j v_{\perp j}^2 \right) - \sum_j n_j \frac{\omega}{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{\parallel j}} Z_j(\xi_j) \frac{v_{\perp j}^2}{v_{\parallel j}^2} \left(q_j \varphi_{\parallel} + \frac{2b_{\parallel}}{B} m_j v_{\perp j}^2 \right).$$

Теперь уравнение (1.4.6) можно переписать в виде:

$$b_{\parallel} \left[\frac{MB}{4\pi} - \sum_j 2n_j \frac{m_j v_{\perp j}^2}{B} \left(\alpha_j + \frac{\omega}{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{\parallel j}} Z_j(\xi_j) \frac{v_{\perp j}^2}{v_{\parallel j}^2} \right) \right] - \varphi_{\parallel} \sum_j n_j q_j \frac{v_{\perp j}^2}{v_{\parallel j}^2} \left(1 + \frac{\omega}{\sqrt{2} k_{\parallel} v_{\parallel j}} Z_j(\xi_j) \right) = 0. \quad (1.3.8)$$

Распишем функцию плазменной дисперсии для каждого сорта частиц и пренебрежем малыми членами. Введем новые обозначения:

$$\omega_t = \sqrt{\frac{2}{\pi}} k_{\parallel} v_{\parallel ih} \beta_{\perp ih}^{-1} \frac{T_{\perp ih}}{T_{\parallel ih}},$$

$$\beta_{\perp j} = \frac{8\pi n_j m_j v_{\perp j}^2}{B^2},$$

$$\tau = M - \alpha_{ih} \beta_{\perp ih},$$

$$\Gamma_3 = \frac{\omega}{\omega_t} + \beta_{\perp ic} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2} + \beta_{\perp eh} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel eh}},$$

$$\Gamma_4 = n_{ic} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2} - n_{ec} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ec}} e^{-\xi_{ec}^2}.$$

Уравнение (1.3.8) записывается в виде:

$$\frac{B b_{\parallel}}{4\pi} (\tau + \beta_{\perp ic} - i\Gamma_3) - q\varphi_{\parallel} \left(\frac{T_{\perp ih}}{T_{\parallel ih}} n_{ih} - n_{eh} + i\Gamma_4 \right) = 0. \quad (1.3.9)$$

Итак, нами получена следующая система уравнений (1.3.5) и (1.3.9), описывающая компрессионные волны в однородной плазме:

$$\begin{cases} \varphi_{\parallel} q^2 \left(\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{u^2} \right) - i\varphi_{\parallel} q^2 \Gamma_1 + b_{\parallel} \frac{q}{B} \Delta - b_{\parallel} \frac{q}{B} i\Gamma_2 = 0 \\ \frac{B b_{\parallel}}{4\pi} (\tau + \beta_{\perp ic} - i\Gamma_3) - q\varphi_{\parallel} \left(\frac{T_{\perp ih}}{T_{\parallel ih}} n_{ih} - n_{eh} + i\Gamma_4 \right) = 0 \end{cases}. \quad (1.3.10)$$

Теперь рассмотрим некоторые предельные случаи.

1.4 Магнитогидродинамический предел

Для начала воспроизведем известное из МГД дисперсионное уравнение компрессионных мод. Для этого предположим, что исследуемая плазма состоит только из быстрых электронов и холодных ионов, концентрации которых одинаковы ($n_{eh} = n_{ic} = n$). Кроме того, мы будем считать плазму изотропной, т. е. поперечное и продольное давление равным ($\beta_{\parallel} = \beta_{\perp}$). Полагаем, что мнимая часть частоты много меньше реальной ($\text{Re}(\omega) \gg \text{Im}(\omega)$). Тогда исходная система уравнений (1.3.10) сведется к виду:

$$\begin{cases} \varphi_{\parallel} q^2 \left(\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{S^2} \right) + b_{\parallel} \frac{q}{B} m_i = 0 \\ \frac{B b_{\parallel}}{4\pi} M - q\varphi_{\parallel} n_{eh} = 0 \end{cases}, \quad (1.4.1)$$

где S есть скорость ионного звука,

$$S = v_{\parallel eh} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}.$$

Выражая φ_{\parallel} из второго уравнения системы (1.4.1) и подставляя его в первое уравнение, получаем после преобразований:

$$\omega^4 - \omega^2 k^2 (A^2 + S^2) + k_{\parallel}^2 k^2 A^2 S^2 = 0, \quad (1.4.2)$$

где $k^2 = k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2$ – полный волновой вектор.

Соотношение (1.4.2) – это дисперсионное уравнение магнитозвуковых волн, хорошо известное из магнитной гидродинамики [Кадомцев, 1976], но в данном случае оно получено исходя из сугубо кинетических представлений. Его больший ω_+ и меньший ω_- корни соответствуют БМЗ и ММЗ волнам. Обратим внимание, что корректное

дисперсионное уравнение магнитного звука в рамках кинетики возможно только при учете «продольного потенциала» φ_{\parallel} , определяющего параллельное электрическое поле волны, хотя в гидродинамике оно отсутствует.

1.5 Поперечно-мелкомасштабные волны в плазме без холодных электронов

В дальнейшем ограничимся рассмотрением поперечно-мелкомасштабного предела, когда направление распространяющейся в плазме волны практически перпендикулярно внешнему магнитному полю ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$).

Как и прежде, количество холодных электронов будем считать пренебрежимо малым, имея в виду выполнение неравенства

$$n_{ec} \ll n_{eh} \frac{m_e}{m_i}. \quad (1.5.1)$$

Ввиду малой массы электрона ($m_e/m_i \sim 1/2000$) это неравенство является довольно жестким и вряд ли выполнимым в космической плазме; тем не менее, этот случай имеет определенный методический интерес. Фракция горячих ионов считается малой, но ненулевой, т.е. количество быстрых электронов и медленных ионов примерно одинаково ($n_{eh} \approx n_{ic}$).

Выражая b_{\parallel} из второго уравнения системы (1.3.10) и пренебрегая малой поправкой n_{ih} во втором слагаемом, получаем:

$$b_{\parallel} = -\frac{4\pi}{B} \frac{(n_{eh} - i\Gamma_4)}{(\tau - i\Gamma_3)} q\varphi_{\parallel}. \quad (1.5.2)$$

Подставляя получившееся выражение в первое уравнение системы (1.3.10) и пренебрегая малым членом $\alpha_{ih} n_{ih}/n_{ic}$, получим:

$$\left(\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{S^2} \right) - i\Gamma_1 - \frac{4\pi m_i}{B^2} \frac{(n_{eh} - i\Gamma_4)}{(\tau - i\Gamma_3)} + i\Gamma_2 \frac{4\pi}{B^2} \frac{(n_{eh} - i\Gamma_4)}{(\tau - i\Gamma_3)} = 0. \quad (1.5.3)$$

Остановимся подробнее на мнимых добавках. Поскольку горячих ионов много меньше, чем холодных ($n_{ih} \ll n_{ic}$), а скорость их теплового движения превышает продольную фазовую скорость волны, пренебрегаем величиной $n_{ih} \omega/k_{\parallel} v_{ih}$. Введем новые обозначения:

$$\Gamma_1 = \frac{1}{S^2} \tilde{\Gamma}_1,$$

$$\Gamma_2 = -m_i \tilde{\Gamma}_2,$$

$$\Gamma_4 = n_{ic} \tilde{\Gamma}_4,$$

где

$$\tilde{\Gamma}_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} \frac{T_{eh}}{T_{ic}} e^{-\xi_{ic}^2} + \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel eh}} \right),$$

$$\tilde{\Gamma}_2 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2} - \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel eh}} \right),$$

$$\tilde{\Gamma}_4 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2}.$$

Теперь уравнение (1.5.3) можно переписать в виде:

$$\left(\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{S^2} \right) - i \frac{\tilde{\Gamma}_1}{S^2} - \frac{1}{A^2} \frac{1 - i\tilde{\Gamma}_4}{\tau - i\Gamma_3} - \frac{i\tilde{\Gamma}_2}{A^2} \frac{1 - i\tilde{\Gamma}_4}{\tau - i\Gamma_3} = 0. \quad (1.5.4)$$

В дальнейшем мы рассмотрим различные частные случаи этого выражения, представляющие особый интерес.

1.6 Медленный магнитный звук с горячими изотропными ионами

Пусть распределение ионов является изотропным ($\alpha_{ih} = 0$). Введем новое обозначение:

$$\Gamma_0 = \frac{1}{S^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} \frac{T_{eh}}{T_{ic}} e^{-\xi_{ic}^2} + \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel eh}} \right) + \frac{1}{A^2} (\Gamma_3 + \tilde{\Gamma}_2 - \tilde{\Gamma}_4). \quad (1.6.1)$$

Считая мнимые добавки малыми ($\Gamma_3, \tilde{\Gamma}_1, \tilde{\Gamma}_2, \tilde{\Gamma}_4 \ll 1$), перепишем уравнение (1.5.4) в виде:

$$\left(\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{V_s^2} \right) - i\Gamma_0 = 0, \quad (1.6.2)$$

где величина

$$V_s^2 = \frac{A^2 S^2}{A^2 + S^2}$$

есть квадрат скорости ММЗ.

Решение уравнения (1.6.2) ищем в виде $\omega = \omega_0 + i\gamma$ в предположении, что мнимая часть частоты много меньше действительной. Действительная часть определяется соотношением

$$\omega_0^2 = k_{\parallel}^2 V_s^2, \quad (1.6.3)$$

представляющим собой известное из гидродинамики дисперсионное соотношение ММЗ. Как видим, при его выводе существенным был учет параллельного электрического поля волны («продольного потенциала» φ_{\parallel}), отсутствующего в гидродинамике. Таким образом, медленный магнитный звук является по своей сути электростатической модой, модифицированной внешним магнитным полем. Наличие как продольного магнитного, так и продольного электрического поля является необходимыми признаками ММЗ.

Мнимая часть частоты

$$\gamma = -\frac{\omega_0}{2} \Gamma_0 V_s^2 \quad (1.6.4)$$

является декрементом бесстолкновительного затухания ММЗ волны (затухания Ландау). Как видно из выражения (1.6.1), эта величина всегда отрицательна, поскольку

$$\Gamma_3 + \tilde{\Gamma}_2 - \tilde{\Gamma}_4 = \frac{\omega}{\omega_t} + \beta_{\perp ic} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2} + \beta_{\perp eh} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel eh}} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel eh}} > 0.$$

Если давление плазмы невелико (что может быть несправедливым только вблизи магнитного экватора), то инкремент в основном определяется слагаемыми выражения (1.6.1), пропорциональными S^{-2} . Именно эти слагаемые обычно фигурируют в учебниках. Слагаемые, пропорциональные A^{-2} , представляют собой поправки к декременту, связанные с тем, что в замагниченной плазме к возмущению электростатического потенциала (в данном случае φ_{\parallel}) всегда «прицеплено» возмущение продольного магнитного поля.

1.7 Зеркальная неустойчивость

Учтем анизотропию горячих ионов. Тогда, в пренебрежении малой мнимой частью соотношения (1.5.4), получаем:

$$\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{S^2} - \frac{1}{A^2 \tau} = 0, \quad (1.7.1)$$

где $\tau = M - \alpha_{ih} \beta_{\perp ih}$. Это выражение совпадает с гидродинамическим дисперсионным соотношением медленного магнитного звука $\omega_0^2 = k_{\parallel}^2 V_s^2$, но с модифицированной ММЗ-скоростью:

$$V_s^2 = \tau \frac{S^2 A^2}{S^2 + \tau A^2}. \quad (1.7.2)$$

Как видим, при условии

$$-\frac{S^2}{A^2} < \tau < 0, \quad (1.7.3)$$

квадрат ММЗ-скорости становится отрицательным ($V_s^2 < 0$), т.е. частота волны является чисто мнимой. В этом случае уравнение (1.7.1) имеет два решения:

$$\omega_1 = i |k_{\parallel} V_s|$$

и

$$\omega_2 = -i |k_{\parallel} V_s|.$$

Таким образом, начальное возмущение разбивается на суперпозицию экспоненциально затухающего возмущения и экспоненциально растущего возмущения с инкрементом $\gamma = |k_{\parallel} V_s|$.

Растущее решение называется зеркальной неустойчивостью; это как раз тот случай, что был разобран в работах [Веденов и др., 1961; Калсруд, 1983]. Необходимым условием для ее развития является сильная анизотропия давления плазмы. Вводя параметр β (отношение плазменного давления к магнитному), в поперечно-мелкомасштабном пределе критерий неустойчивости имеет вид

$$1 + \beta_{\perp} \left(\frac{\beta_{\perp}}{\beta_{\parallel}} - 1 \right) < 0. \quad (1.7.4)$$

Отметим, что это только необходимый, но не достаточный критерий, поскольку, как видно из формулы (1.7.2), при слишком большой анизотропии (если $\tau < -S^2/A^2$) квадрат ММЗ-скорости снова становится положительным. На наличие такого ограничения не было указано в работах [Веденов и др., 1961; Калсруд, 1983].

Необходимо напомнить, что критерии зеркальной неустойчивости (1.7.3) и (1.7.4) получены при условии почти полного отсутствия в плазме холодных электронов, точнее, при условии (1.5.1). Ниже мы увидим, что при наличии в плазме хотя бы малой популяции холодных электронов зеркальная неустойчивость также может развиваться, но несколько в ином виде.

1.8 Поперечно-мелкомасштабные волны в плазме с холодными электронами

Перепишем исходную систему (1.3.10) в предположении, что в плазме имеется примесь холодных электронов. Точнее, предположим выполнение неравенства:

$$n_{ec} \gg n_{eh} \frac{m_e}{m_i}. \quad (1.8.1)$$

Поскольку масса электрона много меньше массы протона ($m_e/m_i \sim 1/2000$), это неравенство может удовлетворяться даже в том случае, когда количество холодных электронов мало ($1/2000 \ll n_{ec}/n_{eh} \ll 1$).

Фракция горячих ионов считается малой, но ненулевой, т. е. количество быстрых электронов и медленных ионов примерно одинаково ($n_{eh} \approx n_{ic}$). При этих предположениях величина Δ переписывается в виде:

$$\Delta = n_{ic} \frac{m_e}{n_{ec}}$$

Фазовая скорость волны теперь определяется выражением:

$$\frac{1}{u^2} = \frac{1}{w^2} \equiv \frac{n_{eh}}{n_{ec}} \frac{1}{v_{\parallel eh}^2}.$$

Кроме того, исключая вклад горячих ионов во втором слагаемом второго уравнения системы (1.3.10) получим:

$$\begin{cases} \varphi_{\parallel} q^2 \left(\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{w^2} \right) - i \varphi_{\parallel} q^2 \Gamma_1 + b_{\parallel} \frac{q}{B} n_{ic} \frac{m_e}{n_{ec}} - b_{\parallel} \frac{q}{B} i \Gamma_2 = 0 \\ \frac{B b_{\parallel}}{4\pi} (\tau + \beta_{\perp ic} - i \Gamma_3) + q \varphi_{\parallel} (n_{eh} - i \Gamma_4) = 0 \end{cases}. \quad (1.8.2)$$

Далее, пренебрегаем комбинациями $n_{ih} \omega/k_{\parallel} v_{\parallel ih}$ и $n_{ec} \omega/k_{\parallel} v_{\parallel ec}$, а также некоторыми другими малыми членами в мнимых добавках:

$$\Gamma_1 = m_e \frac{n_{ic}}{n_{ec}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{m_i v_{\parallel ic}^2} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2} + \frac{n_{eh}}{n_{ic}} \frac{1}{m_e v_{\parallel eh}^2} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel eh}} \right),$$

$$\Gamma_2 = -m_e \frac{n_{ic}}{n_{ec}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2},$$

$$\Gamma_3 = \frac{\omega}{\omega_t},$$

$$\Gamma_4 = n_{ic} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2}.$$

Выражаем b_{\parallel} из второго уравнения системы (1.8.2):

$$b_{\parallel} = -q \varphi_{\parallel} \frac{4\pi}{B} \frac{(n_{eh} - i \Gamma_4)}{(\tau + \beta_{\perp ic} - i \Gamma_3)}. \quad (1.8.3)$$

Теперь подставляя выражение (1.7.3) в первое уравнение системы (1.8.2) получим дисперсионное уравнение с учетом присутствия в плазме холодных электронов:

$$\left(\frac{k_{\parallel}^2}{\omega^2} - \frac{1}{w^2} \right) - i \Gamma_1 - \frac{4\pi}{B^2} m_e \frac{n_{ic}}{n_{ec}} \frac{(n_{eh} - i \Gamma_4)}{(\tau + \beta_{\perp ic} - i \Gamma_3)} + i \Gamma_2 \frac{4\pi}{B^2} \frac{(n_{eh} - i \Gamma_4)}{(\tau + \beta_{\perp ic} - i \Gamma_3)} = 0. \quad (1.8.4)$$

Если сравнить полученное выражение, где мы учли вклад холодных электронов, с выражением без этого уточнения (1.5.4), нетрудно увидеть что в последнем случае (1.8.4) частота увеличится ($w^2/S^2 > 1$).

1.9 Зеркальная неустойчивость с холодными электронами

Рассмотрим теперь моду с очень низкой частотой, удовлетворяющей соотношению $\omega^2 \ll k_{\parallel}^2 w^2$. В этом случае уравнение (1.3.10) сводится к виду:

$$\tau + \beta_{\perp ic} - i \Gamma_3 = \frac{\omega^2}{A^2 k_{\parallel}^2} \frac{m_e n_{eh}}{m_i n_{ec}} \left(1 + i \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2} \right) \frac{1 - \frac{n_{ic}}{n_{eh}} i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel ic}} e^{-\xi_{ic}^2}}{1 - \frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2} i \Gamma_1}. \quad (1.9.1)$$

Правая часть этого выражения мала ввиду выполнения неравенства

$$\frac{m_e n_{eh}}{m_i n_{ec}} \ll 1,$$

которое следует из условия (1.8.1) и близости концентраций горячих электронов и холодных протонов ($n_{eh} \approx n_{ic}$). Кроме того, предположим, что давление холодных протонов мало, $\beta_{\perp ic} \ll 1$. Тогда дисперсионное уравнение УНЧ-моды с холодными электронами примет вид:

$$\tau - i\Gamma_3 = 0. \quad (1.9.2)$$

Решение этого уравнения запишется в виде:

$$\omega = -i\omega_t \tau. \quad (1.9.3)$$

Эта мода имеет не колебательный характер: она либо затухает при $\tau > 0$, либо растет при $\tau < 0$. Как видим, критерий неустойчивости имеет тот же вид, что в разделе 1.7 (1.7.4):

$$1 + \beta_{\perp ih} \left(\frac{\beta_{\perp ih}}{\beta_{\parallel ih}} - 1 \right) < 0. \quad (1.9.4)$$

Это критерий зеркальной неустойчивости в смысле работы [Hasegawa, 1969]. Эта неустойчивость имеет совсем иной характер, в отличие от зеркальной неустойчивости без холодных электронов:

	Случай $n_{ec} \ll n_{eh} \frac{m_e}{m_i}$	Случай $n_{ec} \gg n_{eh} \frac{m_e}{m_i}$
$\tau > 0$	Осцилляторное решение: начальное возмущение распространяется подобно волне	Неосцилляторное решение: начальное возмущение затухает
$\tau < 0$	Два решения, одно из которых затухает, другое растет Инкремент $\gamma = k_{\parallel} V_s $	Только растущее решение Инкремент $\gamma = \omega_t \tau $

Таблица 2. Отличия в решениях для зеркальной моды при различных концентрациях холодных электронов.

Как и в случае зеркальной неустойчивости без холодных электронов, критерий (1.9.4) является необходимым, но не достаточным критерием неустойчивости. Действительно, частота волны должна удовлетворять соотношению $\omega/v_{\parallel ih} k_{\parallel} \ll 1$. Учитывая, что по порядку величины $\omega_t \sim v_{\parallel ih} k_{\parallel}$, исходя из формулы (1.9.3) видим, что неравенство $\omega/v_{\parallel ih} k_{\parallel} \ll 1$ может удовлетворяться только при не слишком большой анизотропии, когда $|\tau| \ll 1$.

Наконец, необходимо отметить, что учет давления холодных ионов приводит к повышению порога зеркальной неустойчивости при наличии холодных электронов:

$$1 + \beta_{\perp ic} + \beta_{\perp ih} \left(\frac{\beta_{\perp ih}}{\beta_{\parallel ih}} - 1 \right) < 0.$$

1.10 Заключение к главе 1

В данной главе рассмотрены компрессионные МГД волны в рамках гирокинетики при различных предположениях о составе плазмы. Мы предполагали, что эти волны поперечно-мелкомасштабные ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$), т. е. они распространяются практически поперек магнитного поля.

Мы показали, что при кинетическом подходе мода, схожая по своим свойствам с медленным магнитным звуком, может распространяться при условии очень малого содержания холодных электронов (отношение концентраций холодных и горячих электронов значительно меньше, чем отношение массы электрона и протона). Эта мода имеет электростатический характер, т. е. распространение возмущения вдоль силовых линий происходит за счет параллельного электрического поля (фактор, который принципиально невозможно учесть в рамках МГД).

При малом содержании в плазме холодных электронов ($n_{ec} \ll n_{eh} m_e/m_i$) и достаточно большой анизотропии скоростей частиц поперек и вдоль магнитного поля (выполняется условие $\tau < 0$, но $|\tau| < S^2/A^2$), частота становится мнимой и, соответственно, возникает инкремент $\gamma = |k_{\parallel} V_s|$. Такую моду называют зеркально-неустойчивой.

Случай, когда отношение концентраций холодных и горячих электронов значительно меньше, чем отношение массы электрона и протона, однако, не выглядит реалистичным, поскольку отношение массы электрона и протона составляет всего 1/2000.

При увеличении концентрации холодных электронов частота электростатических колебаний быстро растет. Даже если отношение концентраций холодных и горячих электронов много меньше единицы, но значительно превышает отношение массы электрона и протона ($n_{ec} \gg n_{eh} m_e/m_i$), мода приобретает частоту, значительно превышающую частоту ММЗ при тех же значениях продольного волнового вектора. Если частота волны много меньше характерной частоты электростатических колебаний, то возмущением продольного электрического поля можно пренебречь. В этом случае, при малой анизотропии давления, мода затухает.

В случае $n_{ec} \gg n_{eh} m_e/m_i$ и когда анизотропия скоростей частиц достаточно велика (выполняется условие $\tau < 0$, но $|\tau| \ll 1$), развивается неустойчивость, также называемая

зеркальной, хотя ее характер и инкремент отличаются от одноименной неустойчивости в отсутствии холодных электронов. Она имеет инкремент $\gamma = |\omega_t \tau|$, а конечное давление холодных ионов приводит к повышению порога неустойчивости.

Глава 2

Дрейфово-компрессионные моды, распространяющиеся в направлении дрейфа протонов с инверсным распределением частиц по скоростям

В работах [Barfield and McPherron, 1972, 1978] в диапазоне Pc5 выделяют отдельный класс УНЧ волн - так называемые «буревые компрессионные» колебания. Буревыми их называют потому, что наблюдаются они во время больших геомагнитных возмущений. Эти колебания имеют большие азимутальные волновые числа $m \gg 1$ и характеризуются вариациями давления плазмы и магнитного поля в противофазе [Takahashi et al., 1985; Verkhoglyadova et al., 1999; Vaivads et al., 2001; Chen et al., 2003; Agapitov and Chermnykh, 2011].

Теория этих волн еще далека от завершения. Обычно их идентифицируют с дрейфово-зеркальными модами [Hasegawa, 1969; Pokhotelov et al., 1985; Klimushkin and Chen, 2006; Rae et al., 2007]. Однако не ясно, достаточно ли велика температурная анизотропия магнитосферной плазмы для удовлетворения условий зеркальной неустойчивости. Еще компрессионные колебания в диапазоне Pc5 иногда описывают поперечными Альфвеновскими волнами в плазме конечного давления, поскольку кривизна силовых линий обеспечивает конечную продольную составляющую магнитного поля волны [Klimushkin, 1997; Mager and Klimushkin, 2002]. Однако частоты наблюдаемых компрессионных Pc5 пульсаций обычно значительно ниже характерных альфвеновских частот. Еще эти волны ассоциируют с ММЗ [Leonovich et al., 2006; Du et al., 2011]. Хотя

ММЗ моды и являются естественным решением уравнений МГД, неясно, могут ли они существовать в горячей бесстолкновительной плазме, где приближение МГД неприменимо, и описывать плазму нужно с помощью кинетических уравнений.

Наконец, буревые компрессионные Pc5 волны могут быть идентифицированы как наиболее распространенные компрессионные моды в кинетике – дрейфово-компрессионные. Для существования этих мод требуется только конечное давление плазмы и ее неоднородность поперек магнитных силовых линий. Предыдущие исследования показали, что дрейфово-компрессионные моды узко локализованы вблизи геомагнитного экватора и имеют частоты близкие к диамагнитным частотам плазмы ω^* , и могут быть вызваны плазменными неустойчивостями, обусловленными обменом энергией между волной и энергичными протонами [Ng et al., 1984; Crabtree et al., 2003; Crabtree and Chen, 2004]. Связь этих мод с поперечными альфвеновскими модами из-за кривизны магнитного поля может существенно усложнять условия неустойчивости [Klimushkin and Mager, 2011; Klimushkin et al., 2012]. В упрощенной модели с круглыми линиями магнитного поля Климушкин и Магер [Klimushkin and Mager, 2011] показали, что дрейфово-компрессионные моды должны испытывать резонанс, когда частота колебаний совпадает с собственной частотой волны. Еще неустойчивость дрейфово-компрессионных мод была предложена в качестве триггера для суббурь [Crabtree et al., 2003; Horton et al., 2007].

Важным ограничением предыдущих исследований дрейфово-компрессионных мод было предположение о распределении горячих частиц согласно функции Максвелла, хотя волны с большими азимутальными волновыми числами ($m \gg 1$) наблюдаются одновременно с инверсным распределением энергичных частиц [Hughes et al., 1978; Baddeley et al., 2005; Glassmeier et al., 1999]. Инверсным, по аналогии с [Hughes et al., 1978], мы называем немонотонное распределение по скоростям, с максимумом в высокоэнергичной части. В литературе можно встретить название “bump-on-tail” распределение. Считается, что энергичные частицы, распределенные таким образом по скоростям служат источником свободной энергии для УНЧ волн с большими m [Karpman et al., 1977].

В данной главе при помощи гирокинетического подхода [Chen and Hasegawa, 1991] мы рассмотрим поляризацию дрейфово-компрессионных мод и их структуру вдоль земного магнитного поля. При этом функцию распределения частиц по скоростям будем считать инверсной. Мы будем использовать дипольноподобную (аксиально-симметричную) модель магнитосферы с изотропной плазмой, учитывая ее неоднородность как вдоль, так и поперек линий магнитного поля, а также конечную кривизну этих линий. Плазму будем

считать состоящей из холодных частиц с примесью горячих протонов, имеющих инверсное распределение. Рассматривать будем волны, распространяющиеся в одном направлении с дрейфом протонов, т. е. на запад.

2.1 Система координат

В этой и следующей главах мы будем пользоваться аксиально-симметричной моделью магнитосферы, в которой плазменные параметры (концентрация n , температура T и окружающее магнитное поле B) изменяются по магнитным оболочкам и вдоль линий магнитного поля. Для этого введем ортогональную систему координат (x^1, x^2, x^3) , в которой координатные поверхности $x^1 = const$ совпадают с магнитными оболочками, координата x^2 - отмечает силовую линию на магнитной поверхности, а координата x^3 - точку на силовой линии (Рисунок 6). Координаты x^1 и x^2 представляют радиальную и азимутальную компоненты соответственно.

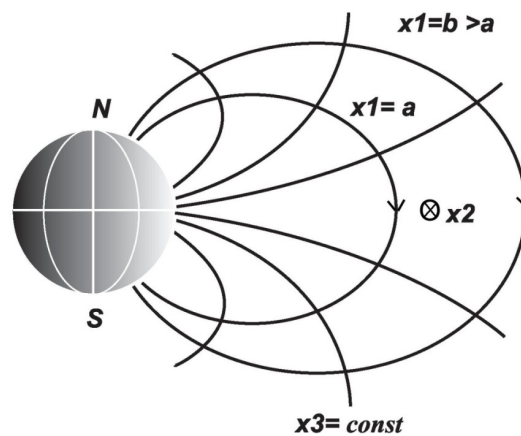


Рисунок 6. Система координат

Элемент длины в такой системе задается выражением $dl^2 = g_1(dx^1)^2 + g_2(dx^2)^2 + g_3(dx^3)^2$, где $g_i = g_{ii}(x^1, x^3)$ - диагональные компоненты метрического тензора (недиагональные равны нулю в силу ортогональности системы координат), $g = g_1g_2g_3$ - его детерминант, $\sqrt{g_i}$ - коэффициент Ламэ [Leonovich and Mazur, 1989]. Учет кривизны и продольной неоднородности магнитного поля делает частицы запертыми в магнитосфере.

В процессе выполнения математических операций будем пользоваться следующими выражениями:

$$a_i = g_i a^i = \sqrt{g_i} \hat{a}_i$$

$$a^i = \frac{\hat{a}_i}{\sqrt{g_i}}$$

$$d\hat{x}^i = \sqrt{g_i} dx^i$$

где a_i - ковариантная координата, a^i - контрвариантная, \hat{a}_i - физическая величина вектора. Суммирование по повторяющимся индексам не подразумевается.

2.2 Функция распределения

В реальной магнитосферной плазме частицы чаще всего распределены по скоростям с явными отклонениями от распределения Максвелла. Это является следствием многих факторов, таких как высыпание частиц, различные дрейфы и т. п. [Southwood, 1980]. Реально наблюдаемая картина распределения частиц по энергии, взятая из статьи Hughes et al., 1978 представлена на рисунке 7.а.

В данной работе мы будем рассматривать плазму, состоящую в основном из холодных частиц с примесью горячих протонов. Условие равновесия можно записать как

$$\frac{\beta}{2} \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{P'}{P} + \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{B'}{B} + \frac{1}{R} = 0,$$

где R - локальный радиус кривизны магнитного поля, P - давление плазмы, $\beta = 8\pi P/B^2$ - отношение плазменного давления к магнитному. Здесь и далее штрих обозначает производную по радиальной координате, $\partial/\partial x^1$.

Функцию распределения горячих протонов мы будем называть инверсной, по аналогии с Hughes et al., 1978. Ее можно представить в виде:

$$F_I = \frac{n_h}{4\sqrt{2}\pi\Gamma\left(S + \frac{3}{2}\right) (\varepsilon_0)^{\frac{3}{2}}} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^S \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right),$$

где n_h - концентрация горячих протонов, $\varepsilon = v^2/2$ - энергия частиц на единицу массы, v - скорость частиц, S - положительное целое число, ε_0 - параметр, обозначающий определенную энергию, $\Gamma(N)$ - гамма-функция. При $S > 0$ среднюю энергию частиц можно выразить как $\bar{\varepsilon} = (S + 3/2)\varepsilon_0$, а энергию в максимуме $\varepsilon_m = S\varepsilon_0$. Т. е. для определенного диапазона энергий такая функция имеет положительный наклон. Отметим, что при $S = 0$ инверсное распределение становится распределением Максвелла:

$$F_M = \frac{n_c}{2\sqrt{2}\pi^{\frac{3}{2}}(\varepsilon_0)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right),$$

где n_c - концентрация холодных протонов, а значение для средней энергии частиц будет вычисляться как $\bar{\varepsilon} = 3/2 \varepsilon_0$.

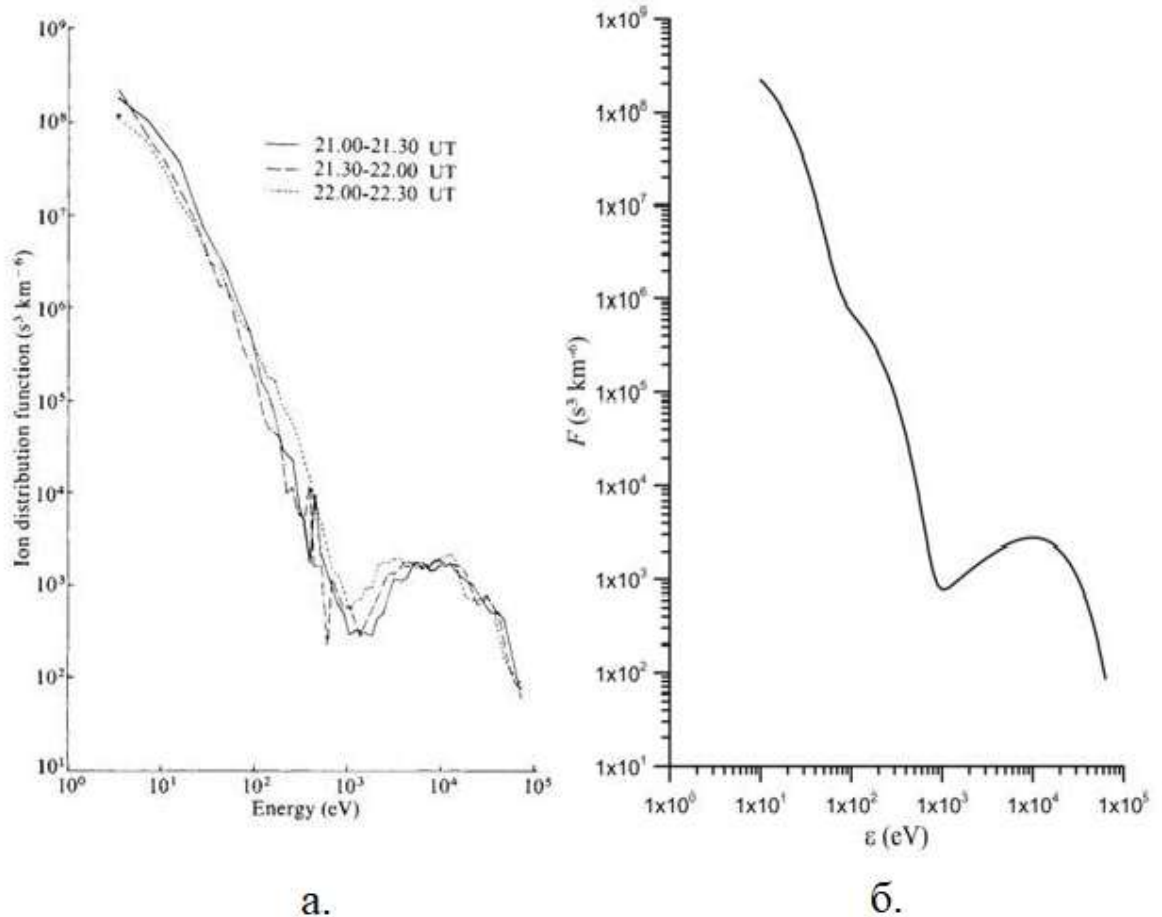


Рисунок 7. Функции распределения: а. Реальное распределение, зафиксированное при помощи спутника ACS6, источник: [Hughes et al., 1978]; б. Смоделированное распределение.

Для примера мы сделали модель вышеупомянутого распределения из статьи [Hughes et al., 1978]. Результат представлен на рисунке 7,б. Смоделированная нами функция состоит из трех слагаемых: $F = F_{M1} + F_{M2} + F_I$, где F_{M1} и F_{M2} соответствуют распределению Максвелла, со значениями $\varepsilon_0 = 10eV$, $\beta \sim 10^{-4}$ и $\varepsilon_0 = 100eV$, $\beta \sim 10^{-4}$, соответственно, а F_I – инверсному, со значениями $\varepsilon_0 = 10keV$ и $\beta \sim 0,1$. При этом холодная составляющая (F_{M1} и F_{M2}) будет вносить незначительный вклад в общее давление плазмы.

2.3 Основные уравнения

Волновые процессы с собственной частотой ω много меньшей гирочастоты частиц ω_c обычно рассматриваются в рамках гирокинетики в поперечном ВКБ приближении [Chen and Hasegawa, 1991]. В таком формализме волновые переменные будут зависеть от пространственно-временных координат следующим образом:

$$\exp \left[-i\omega t + i \int k_1(x^1) dx^1 + ik_2 x^2 \right],$$

где ω – собственная частота волны, $k_1(x^1)$ - радиальная составляющая волнового вектора, определяемая основным порядком ВКБ приближения, и k_2 - азимутальная составляющая волнового вектора. Если азимутальный угол определяется координатой x^2 , то значение k_2 будет совпадать со значением азимутального волнового числа m .

В gyrokinетическом подходе электромагнитное поле волны можно описать при помощи трех переменных [Chen and Hasegawa, 1991]. Первая из них b_{\parallel} - продольная компонента магнитного поля волны, относительно внешнего магнитного поля, вторая - ψ связана с продольным векторным потенциалом как $A_{\parallel} = -(ic/\omega) \partial\psi/\partial l_{\parallel}$, и φ - электростатический потенциал. Небольшое количество холодных электронов замыкает продольное электрическое поле волны $E_{\parallel} = -\partial(\varphi - \psi)/\partial l_{\parallel}$. Под холодными подразумеваются электроны с тепловой скоростью меньшей, чем параллельная фазовая скорость волны. В этом случае $\varphi = \psi$, т.е. продольное электрическое поле будет равным нулю, и соответственно останется только поперечное:

$$\vec{E}_{\perp} = -\nabla_{\perp}\psi.$$

Будем считать, что частота рассматриваемых нами волн много ниже баунс-частоты протонов ω_b . Далее, используя приближение малого ларморовского радиуса протонов, из уравнений gyrokinетики [Chen and Hasegawa, 1991; Antonsen and Lane, 1980; Catto et al., 1981] можно получить систему из двух интегро-дифференциальных уравнений на переменные $b = (\omega/c)b_{\parallel}$ и ψ :

$$\hat{L}_M b + \hat{L}_{CM} \psi = 0 \quad (2.3.1)$$

$$\hat{L}_A \psi + \hat{L}_{CA} b = 0. \quad (2.3.2)$$

Здесь \hat{L}_M - оператор компрессионной моды, действие которого на функцию b представляется равенством:

$$\hat{L}_M b = 4\pi m_p \left\langle \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \mu(\overline{\mu b}) \right\rangle - b,$$

где

$$\langle \dots \rangle = 4\pi \int (\dots) \frac{B}{|v_{\parallel}|} d\mu d\varepsilon$$

- интеграл по пространству скоростей,

$$\overline{(\dots)} = \frac{2}{\tau_b} \int_{-l_0}^{l_0} (\dots) \frac{1}{|v_{\parallel}|} dl_{\parallel}$$

- усреднение по баунс-периоду τ_b ,

$$\tau_b = 2 \int_{-l_0}^{l_0} \frac{1}{|v_{\parallel}|} dl_{\parallel},$$

где $\pm l_0$ - точки отражения на ионосфере частиц с энергией ε и магнитным моментом $\mu = v_{\perp}^2/2B$, m_p - масса протона,

$$\omega_d = |\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{V}_d| = \left| \frac{k_2}{\omega_c \sqrt{g_2}} \left(\frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{B'}{2B} v_{\perp}^2 - \frac{v_{\parallel}^2}{R} \right) \right|$$

- дрейфовая частота, v_{\parallel} и v_{\perp} - продольная и поперечная скорости частиц, \vec{V}_d - скорость магнитного дрейфа частиц, $\omega_c = eB/m_p c$ - гирочастота, R - радиус кривизны магнитного поля. Оператор \hat{Q} определяется следующим образом:

$$\hat{Q} = \omega \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \pm \frac{k_2}{\omega_c \sqrt{g_2}} \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{\partial}{\partial x^1}.$$

Оператор альфвеновской моды \hat{L}_A действуя на функцию ψ дает выражение

$$\hat{L}_A \psi = \left(\frac{k_1^2}{g_1} \hat{L}_T + \frac{k_2^2}{g_2} \hat{L}_P \right) \psi + \frac{k_2^2}{g_2} \frac{4\pi P'}{\sqrt{g_1} B^2} \left(\frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{B'}{B} - \frac{1}{R} \right) \psi + \frac{4\pi q^2}{m_p c^2} \left\langle \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \omega_d \overline{(\omega_d \psi)} \right\rangle,$$

где

$$\hat{L}_T = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} + \frac{\omega^2}{V_A^2} \quad (2.3.3)$$

- торoidalный оператор, и

$$\hat{L}_P = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} + \frac{\omega^2}{V_A^2}$$

- полоидальный оператор,

$$V_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi m_p (n_c + n_h)}}$$

- альфвеновская скорость.

Операторы \hat{L}_{CM} и \hat{L}_{CA} определяют сцепление мод:

$$\hat{L}_{CM} \psi = \frac{k_2}{\sqrt{g_2}} \frac{4\pi P'}{\sqrt{g_1} B^2} \psi + \frac{4\pi q}{c} \left\langle \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \mu \overline{(\omega_d \psi)} \right\rangle,$$

$$\hat{L}_{CA} b = \frac{k_2}{\sqrt{g_2}} \frac{4\pi P'}{\sqrt{g_1} B^2} b + \frac{4\pi q}{c} \left\langle \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \omega_d \overline{(\mu b)} \right\rangle.$$

2.4 Компрессионный резонанс

Рассмотрим первый член уравнения (2.3.1) подробнее:

$$\begin{aligned}\hat{L}_M b &= 4\pi m_p \left\langle \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \mu(\overline{\mu b}) \right\rangle - b \\ &= 4\pi m_p 4\pi \int_0^\infty d\varepsilon \int_0^{\varepsilon/B(l_\parallel)} d\mu \frac{B(l_\parallel)}{|v_\parallel(l_\parallel)|} \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \mu^2 \frac{2}{\tau_b} \int_{-l_0}^{l_0} \frac{b(l'_\parallel)}{|v_\parallel(l'_\parallel)|} dl'_\parallel - b(l_\parallel).\end{aligned}$$

Изменяя порядок интегрирования, получаем

$$\hat{L}_M b = \int_{-l_I}^{l_I} \Lambda K(l_\parallel, l'_\parallel) b(l'_\parallel) dl'_\parallel - b(l_\parallel).$$

Здесь мы установили границы интегрирования $-l_I$ и l_I потому, что движение частиц вдоль линий магнитного поля ограничено ионосферой, а функция $\Lambda K(l_\parallel, l'_\parallel)$ получается в результате изменения порядка интегрирования. При этом функция Λ не зависит от l_\parallel и l'_\parallel .

Таким образом, уравнение (2.3.1) можно представить в форме неоднородного интегрального уравнения Фредгольма второго рода:

$$\Lambda \int_{-l_I}^{l_I} K(l_\parallel, l'_\parallel) b(l'_\parallel) dl'_\parallel - b(l_\parallel) + \hat{L}_{CM} \psi = 0,$$

где $K(l_\parallel, l'_\parallel)$ - ядро интегрального уравнения, Λ - параметр, l_I - расстояние от геомагнитного экватора до ионосферы вдоль линии магнитного поля Земли. Формально решение этого уравнения можно представить как

$$b = \hat{L}_{CM} \psi + \Lambda \sum_N \frac{b_N}{\Lambda_N - \Lambda} \int_{-l_I}^{l_I} b_N \hat{L}_{CM} \psi dl_\parallel.$$

Здесь Λ_N - собственные значения, а b_N - собственные функции однородного уравнения

$$\hat{L}_M b_N = 0, \quad (2.4.1)$$

где N - номер гармоники. Собственные функции с различными значениями N ортогональны друг другу. Условие нормировки будет иметь вид:

$$\int_{-l_I}^{l_I} b_N b_{N'} dl_\parallel = \delta_{NN'},$$

где $\delta_{NN'}$ - дельта-функция Кронекера.

Если значение Λ приближается к одному из собственных значений Λ_N , то

$$b \approx \Lambda \frac{b_N}{\Lambda_N - \Lambda} \int_{-l_I}^{l_I} b_N \hat{L}_{CM} \psi dl_\parallel, \quad (2.4.2)$$

т.е. значение b становится пропорциональным собственной функции b_N однородного уравнения (2.4.1).

Таким образом, при стремлении $\Lambda \rightarrow \Lambda_N$ структура продольного магнитного поля волны b_{\parallel} будет определяться собственными функциями b_N , а абсолютное значение будет стремиться к бесконечности $b_{\parallel} \rightarrow \infty$. Такую ситуацию можно назвать компрессионным резонансом.

Волновая структура остальных компонент магнитного поля волны определяется из уравнения (2.3.2). Подставив в него (2.4.2) получим

$$\begin{aligned} \frac{k_1^2}{g_1} \hat{L}_T \psi + \frac{k_2^2}{g_2} \hat{L}_P \psi + \frac{k_2^2}{g_2} \frac{4\pi P'}{\sqrt{g_1} B^2} \left(\frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{B'}{B} - \frac{1}{R} \right) \psi + \frac{4\pi q^2}{m_p c^2} \left\langle \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \omega_d \overline{(\omega_d \psi)} \right\rangle \\ + \frac{\Lambda}{\Lambda_N - \Lambda} \hat{L}_{CA} b_N \int_{-l_I}^{l_I} b_N \hat{L}_{CM} \psi dl_{\parallel} = 0. \end{aligned}$$

Когда $\Lambda \rightarrow \Lambda_N$, последний член уравнения будет стремиться к бесконечности. Сбалансировать его можно только первым членом, если $k_1(x^1) \rightarrow \infty$. Оставив только ведущие члены, и подставив выражение для тороидального оператора (2.3.3), получим:

$$\frac{k_1^2}{g_1} \left(\sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} + \frac{\omega^2}{V_A^2} \right) \psi + \frac{\Lambda}{\Lambda_N - \Lambda} \hat{L}_{CA} b_N \int_{-l_I}^{l_I} b_N \hat{L}_{CM} \psi dl_{\parallel} = 0. \quad (2.4.3)$$

Как известно из предыдущих исследований [Crabtree et al., 2003; Klimushkin and Mager, 2011], частота дрейфово-компрессионных мод имеет одинаковый порядок величин с частотой диамагнитного дрейфа ионов ω_* . Отношение последней к характерной Альфвеновской частоте ω_A можно оценить как

$$\frac{\omega_*}{\omega_A} \sim \frac{k_{\perp} \rho_L \sqrt{\beta}}{k_{\parallel} L_{\perp}},$$

где ρ_L - ларморовский радиус ионов, L_{\perp} - поперечный размер неоднородности. Так как мы предполагаем, что Ларморовский радиус имеет небольшие значения, $k_{\perp} \rho_L \ll 1$, то можно предположить, что частота компрессионной волны будет много меньше частоты Альфвеновской волны на данной L-оболочке. Поэтому мы пренебрежем членом ω^2/V_A^2 в уравнении (2.4.3) и получим:

$$\frac{k_1^2}{g_1} \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \frac{\partial}{\partial l_{\parallel}} \psi + \frac{\Lambda}{\Lambda_N - \Lambda} \hat{L}_{CA} b_N \int_{-l_I}^{l_I} b_N \hat{L}_{CM} \psi dl_{\parallel} = 0. \quad (2.4.4)$$

При выводе данного выражения, мы следовали выводу уравнения Альфвеновского резонанса в искривленном магнитном поле, но не в виде уравнения в частных производных [Leonovich and Mazur, 1989; Chen and Cowley, 1989], а в интегральной форме. Из уравнения (2.4.4) видно, что при $\Lambda \rightarrow \Lambda_N$ радиальная компонента волнового вектора будет стремиться к бесконечности $k_1(x^1) \rightarrow \infty$. Следовательно, при

компрессионном резонансе волна будет иметь тороидальную поляризацию потому, что ее азимутальная компонента магнитного поля будет большой $b_2 \sim k_1 \partial \psi / \partial l_{\parallel}$.

2.5 Продольная структура дрейфово-компрессионной волны

Как мы выяснили выше, при компрессионном резонансе структура продольного магнитного поля волны b_{\parallel} будет определяться собственными функциями b_N однородного уравнения (2.4.1). Рассмотрим его подробнее:

$$b_{\parallel} = 4\pi m_p \left\langle \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \mu \overline{(\mu b)} \right\rangle.$$

Расставив пределы интегрирования, получим выражение:

$$b_{\parallel} = 16\pi^2 m \int_0^{\infty} d\varepsilon \int_0^{\varepsilon/B} d\mu \left(\frac{\mu B}{|v_{\parallel}|} \frac{\hat{Q}F}{(\omega - \bar{\omega}_d)} \frac{2}{\tau_b} \int_{-l_0}^{l_0} \frac{\mu}{|v_{\parallel}|} b_{\parallel}(l') dl' \right). \quad (2.5.1)$$

Энергия ε будет меняться в пределах от 0 до $+\infty$, а нормированный на массу магнитный момент μ в нашем случае будет изменяться от 0 до ε/B исходя из следующих рассуждений: так как $\mu = v_{\perp}^2/2B$, значит $v_{\perp}^2 = 2B\mu$. Подставляя последнее выражение в $\varepsilon = v^2/2 = v_{\parallel}^2/2 + v_{\perp}^2/2$, легко находим, что $v_{\parallel} = \sqrt{2(\varepsilon - \mu B)}$, а так как скорость величина действительная, то $\varepsilon > \mu B$, рисунок 8.

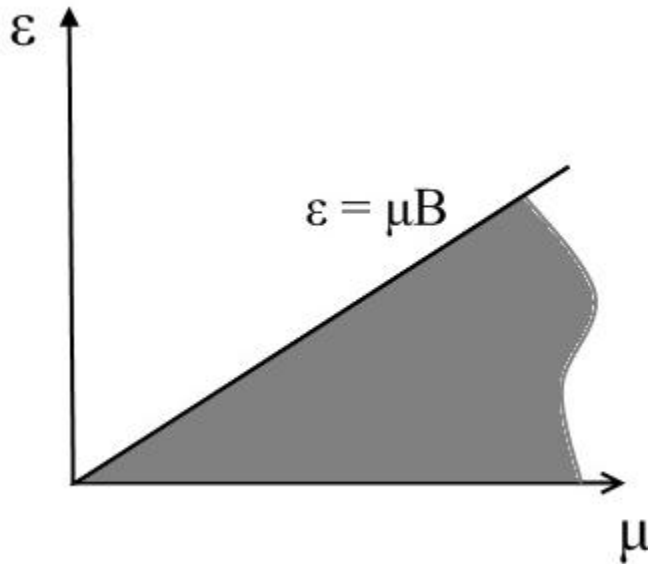


Рисунок 8. Область определения переменных ε и μ

Для приведения интегрального уравнения (2.5.1) к каноническому виду выполним последовательно замену переменных интегрирования $d\varepsilon d\mu \rightarrow d\varepsilon d\lambda$, а потом $d\varepsilon d\lambda \rightarrow d\xi d\lambda$, где $\lambda = \sin^2 \alpha = \mu B_0/\varepsilon$, α - питч-угол, B_0 - значение магнитного поля на

геомагнитном экваторе, $\xi = \sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$. Якобиан перехода для первой замены будет равен ε/B_0 , а область интегрирования по параметру λ будет заключена в интервале $(0; B_0/B)$. При второй замене область интегрирования не изменится. Отметим, что подынтегральная функция симметрична относительно экватора ($l = 0$), и поэтому будет справедливо преобразование:

$$\int_{-l_0(\lambda)}^{l_0(\lambda)} \frac{1}{|v_{\parallel}|} b_{\parallel}(l') dl' = 2 \int_0^{l_0(\lambda)} \frac{1}{|v_{\parallel}|} b_{\parallel}(l') dl'.$$

После замены переменных интегрирования получим:

$$b_{\parallel} = \int_0^{B_0/B(l)} d\lambda \int_0^{l_0(\lambda)} dl' \left(\frac{B(l)}{B_0} \frac{\lambda^2 \Lambda(\omega, \lambda)}{u(l, \lambda) u(l', \lambda)} b_{\parallel}(l') \right), \quad (2.5.2)$$

где

$$u(l, \lambda) = \sqrt{1 - \lambda B(l)/B_0},$$

$$\Lambda(\omega, \lambda) = \frac{3\beta_0}{2L_b} \frac{1}{\Gamma\left(S + \frac{5}{2}\right)} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \frac{\xi^{5+2S} e^{-\xi^2}}{\xi - \sqrt{\frac{\omega}{\Omega_d}}} \left[\frac{\omega}{\Omega_d} \left(1 - \frac{S}{\xi^2}\right) - \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} + \left(S + \frac{3}{2} - \xi^2\right) \frac{\omega_{\varepsilon}^*}{\Omega_d} \right]. \quad (2.5.3)$$

Переменные

$$\omega_n^* = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{k_2 \varepsilon_0}{\omega_c \sqrt{g_2}} \frac{n'}{n}$$

и

$$\omega_{\varepsilon}^* = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{k_2 \varepsilon_0}{\omega_c \sqrt{g_2}} \frac{\varepsilon'_0}{\varepsilon_0}$$

соответствуют частотам диамагнитного дрейфа частиц, обусловленного радиальным градиентом плотности или температуры плазмы, $\Omega_d = \bar{\omega}_d \varepsilon_0 / \varepsilon$ – усредненная по баунс-периоду дрейфовая частота частиц с энергией ε_0 ,

$$L_b = v\tau_b = 4 \int_0^{l_0} u(l, \lambda)^{-1} dl$$

– длина пути частицы за баунс-период, β_0 – параметр, показывающий отношение плазменного давления к магнитному на экваторе.

В дипольном магнитном поле величины L_b и Ω_d слабо зависят от λ : $L_b \sim 1.3 - 0.56\sqrt{\lambda}$ и $\Omega_d \sim 0.35 + 0.15\sqrt{\lambda}$ [Hamlin et al., 1961]. Поэтому мы предполагаем, что Λ не зависит от λ . Тогда в (2.5.2) можно изменить порядок интегрирования и получить интегральное уравнение

$$b_{\parallel}(l) = \Lambda \int_0^{+\infty} K(l, l') b_{\parallel}(l') dl' \quad (2.5.4)$$

с ядром

$$K(l, l') = \Theta(l - l') \frac{B(l)}{B_0} \int_0^{\frac{B_0}{B(l)}} \frac{\lambda^2}{u(l, \lambda) u(l', \lambda)} d\lambda + \Theta(l' - l) \frac{B(l)}{B_0} \int_0^{\frac{B_0}{B(l')}} \frac{\lambda^2}{u(l, \lambda) u(l', \lambda)} d\lambda.$$

В уравнении (2.5.4) мы расширили предел интегрирования до бесконечности (вместо l_l), так как K быстро уменьшается в направлении от экватора и, следовательно, подобная замена не внесет существенного вклада в значение интеграла. Мы ввели Θ -функцию для изменения порядка интегрирования. Область определения для переменных l' и λ представлена на рисунке 9.

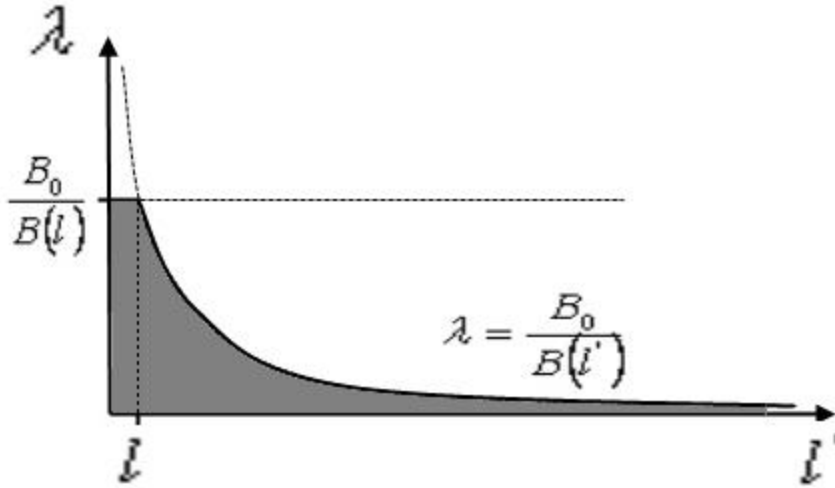


Рисунок 9. Область определения переменных λ и l'

Затем, после вычисления интегралов, уравнение (2.5.4) мы сводим к уравнению с симметричным ядром $\tilde{K}(l, l') = K(l, l') \sqrt{B(l')/B(l)}$:

$$\tilde{b}_{\parallel}(l) = \Lambda \int_0^{+\infty} \tilde{K}(l, l') \tilde{b}_{\parallel}(l') dl' \quad (2.5.5)$$

где $\tilde{b}_{\parallel} = b_{\parallel} \sqrt{B_0/B}$ и

$$\tilde{K}(l, l') = \frac{B_0^2}{B(l)B(l')} \left[\frac{3}{8} \left(\frac{2}{3} + \frac{B(l')}{B(l)} + \frac{B(l)}{B(l')} \right) \ln \left| \frac{\sqrt{B(l)} + \sqrt{B(l')}}{\sqrt{B(l)} - \sqrt{B(l')}} \right| - \frac{3}{4} \left(\sqrt{\frac{B(l')}{B(l)}} + \sqrt{\frac{B(l)}{B(l')}} \right) \right].$$

Полученное выражение (2.5.5) является однородным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода с вещественным симметричным невырожденным положительно

определенным ядром. Поэтому оно имеет бесконечное множество вещественных собственных функций b_N , и положительных вещественных собственных значений Λ_N , причем $\Lambda_1 \leq \Lambda_2 \leq \dots \leq \Lambda_N \leq \dots$ и $\lim_{N \rightarrow \infty} \Lambda_N = \infty$.

Как видно из выражения (2.5.4) масштаб решения b вдоль линий поля определяется масштабом ядра K . Поскольку K быстро уменьшается от экватора, мы можем предположить, что собственные функции b_N локализованы в окрестности экватора. Следовательно, в дальнейших расчетах мы будем использовать квадратичное приближение для магнитного поля:

$$B = B_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{l^2}{r_0^2} \right), \quad (2.5.7)$$

где

$$r_0 = \left(\frac{1}{B_0} \frac{\partial^2 B}{\partial l^2} \Big|_{l=0} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

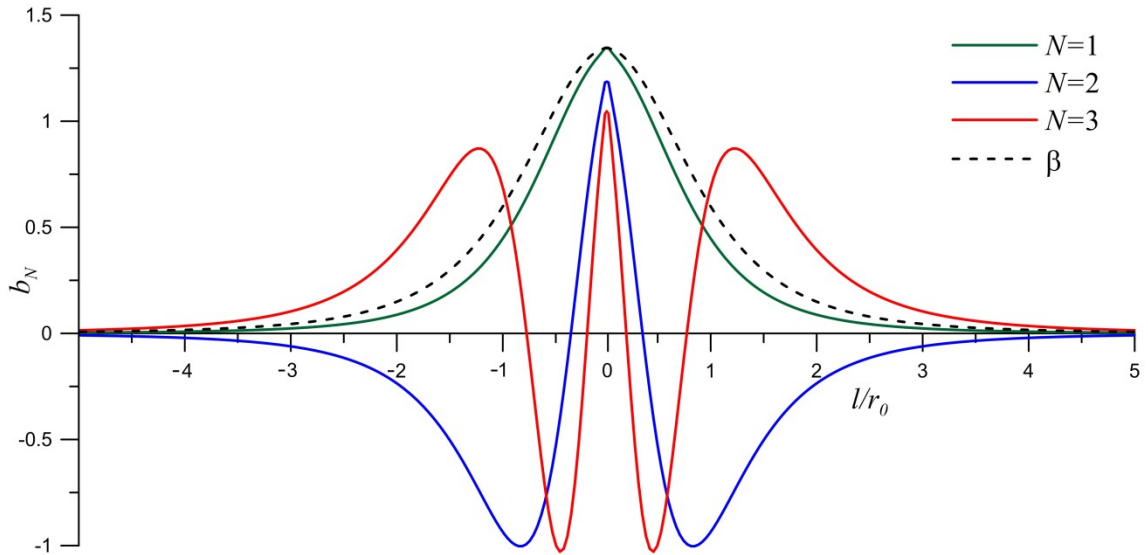


Рисунок 10. Продольная структура первых трех собственных функций b_N дрейфово-компрессионной моды при компрессионном резонансе. Пунктирная линия показывает поведение параметра $\beta(l)$.

Уравнение (2.5.5) решается численно для получения первых трех собственных функций $b_N = \tilde{b}_N \sqrt{B/B_0}$ представленных на рисунке 10. Соответствующие им собственные значения: $\Lambda_1 = 0,5/r_0$, $\Lambda_2 = 1,5/r_0$ и $\Lambda_3 = 2,5/r_0$. Как видно из рисунка 10, собственные функции b_N сильно локализованы вблизи экватора, как и отношение плазменного давления к магнитному β .

2.6 Собственные частоты и неустойчивость плазмы

Компрессионный резонанс возникает, когда параметр $\Lambda(\omega)$ в выражении (2.5.3) совпадает с собственными значениями Λ_N уравнения (2.5.5). Это становится возможным, когда частота волны ω совпадает с собственной частотой ω_N . Таким образом, проинтегрировав выражение (2.5.3) мы получим дисперсионное соотношение, определяющее собственные частоты ω_N дрейфово-компрессионной моды:

$$\frac{2L_b}{3\beta_0}\Lambda_N = z\left(1 - \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}\right) - \left(\frac{\omega_n^*}{\Omega_d} + \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}\right) + z\left[(z - S)\left(1 - \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}\right) - \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} + \frac{3\omega_\varepsilon^*}{2\Omega_d}\right] \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(S + 5/2)} \left[\sum_{m=0}^{S+1} \frac{\Gamma(m + 1/2)}{\sqrt{\pi}} z^{S+1-m} + z^{S+\frac{3}{2}} Z(\sqrt{z}) \right], \quad (2.6.1)$$

где

$$Z(\sqrt{z}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{t - \sqrt{z}} dt$$

– плазменная дисперсионная функция и

$$z = \frac{\omega_N}{\Omega_d}.$$

Далее мы будем использовать следующие обозначения:

$$x = \text{Re}z, \quad y = \text{Im}z.$$

Отметим, что выражение (2.6.1) справедливо при $\omega/\Omega_d > 0$, т.е. когда азимутальная фазовая скорость волны $V_{ph} = \sqrt{g_2} \omega/k_2$ совпадает по направлению со скоростью магнитного дрейфа V_d . В противном случае, взаимодействие волна-частица отсутствует.

Нас интересует случай неустойчивости ($y > 0$). Мнимая часть частоты меняет свой знак ($y = 0$) в двух случаях: когда $z = 0$ и

$$(z - S)\left(1 - \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}\right) - \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} + \frac{3\omega_\varepsilon^*}{2\Omega_d} = 0.$$

При $y = 0$ выражение для функции плазменной дисперсии примет вид

$$Z(\sqrt{x}) = e^{-x} \left(i\sqrt{\pi} - 2 \int_0^{\sqrt{x}} e^{t^2} dt \right).$$

Таким образом, в окрестностях $y = 0$, где мнимая часть ω_N ($y \ll x$) мала, мы получаем из (2.6.1) приближенные выражения для частоты и инкремента неустойчивости:

$$x = \frac{\text{Re}\omega_N}{\Omega_d} = \frac{\frac{2L_b}{3\beta_0}\Lambda_N + \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} + \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}}{1 - \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}}, \quad (2.6.2)$$

$$y = \frac{Im\omega_N}{\Omega_d} = e^{-x} x^{S+\frac{5}{2}} \frac{\pi}{\Gamma\left(S+\frac{5}{2}\right)} \frac{(S-x) \left(1 - \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}\right) + \frac{\omega_n^*}{\Omega_d} - \frac{3\omega_\varepsilon^*}{2\Omega_d}}{1 - \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}}. \quad (2.6.3)$$

Так как неустойчивость имеет место, когда $x > 0$ и $y > 0$, то из выражений (2.6.2) и (2.6.3) мы получаем условия неустойчивости плазмы:

$$\frac{2L_b}{3\beta_0} \Lambda_N > -\frac{\omega_n^*}{\Omega_d} - \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d}, \quad (2.6.4)$$

$$\frac{2L_b}{3\beta_0} \Lambda_N < S - \frac{\omega_\varepsilon^*}{\Omega_d} \left(S + \frac{5}{2}\right). \quad (2.6.5)$$

Для случая, когда нет радиальных градиентов температуры и плотности ($\omega_\varepsilon^*/\Omega_d = 0$, $\omega_n^*/\Omega_d = 0$) собственная частота будет

$$\omega_N = \Omega_d \frac{2L_b}{3\beta_0} \Lambda_N,$$

а условие неустойчивости

$$\omega_N < S\Omega_d.$$

Это означает, что неустойчивость возможна в случае, когда скорость магнитного дрейфа частиц V_d , энергия которых соответствует максимуму инверсной функции $\varepsilon_m = S\varepsilon_0$, будет больше азимутальной фазовой скорости волны V_{ph} . В случае распределения Максвелла ($S = 0$) неустойчивости не будет.

В общем случае, результатом выражения (2.6.1) при $S \rightarrow \infty$ будет $\omega_\varepsilon^* < \Omega_d$. Поэтому неустойчивость возможна в случае, когда скорость температурного диамагнитного дрейфа $V_\varepsilon^* = \sqrt{g_2} \omega_\varepsilon^*/k_2$ будет меньше скорости магнитного дрейфа V_d , или имеет противоположное ей направление. Для распределения Максвелла ($S = 0$) скорость V_ε^* должна иметь противоположное направление к V_d , что соответствует положительному радиальному градиенту температуры горячей компоненты плазмы в магнитосфере.

Кроме того, минимальное значение β , необходимое для неустойчивости снижается вместе с ростом S . Например, для случая $\omega_\varepsilon^*/\Omega_d = -1$ и основной гармоники ($N = 1$) неустойчивость будет возможна при $\beta_0 > 1,2$ для $S = 0$, $\beta_0 > 0,7$ для $S = 1$ и $\beta_0 > 0,5$ для $S = 2$. Для этого примера мы использовали параболическое приближение для магнитного поля (2.5.7), в котором $L_b = 2\pi\sqrt{2}r_0$ и $\Lambda_1 = 0,5/r_0$.

Для смоделированного инверсного распределения, представленного на рисунке 7.6, где $\beta = 0,1$ и $S = 1$, неустойчивость возможна при значении $\omega_\varepsilon^*/\Omega_d < -8,3$. Так как $\beta = 0,1$, магнитное поле можно считать дипольным. Исходя из этого, мы можем оценить значение радиального градиента температуры как $T'/T \approx -0,5(\omega_\varepsilon^*/\Omega_d)R_E^{-1}$, где R_E - радиус Земли. Поэтому, для возникновения неустойчивости в рассматриваемом нами случае необходимы

очень большие значения радиального градиента температуры $T'/T > 4R_E^{-1}$, что вряд ли возможно в реальной магнитосфере.

Выражение для частоты дрейфово-компрессионной волны можно представить в виде:

$$\omega = \frac{m \frac{2}{3} \frac{L_b}{\beta_0} \Lambda_N V_d + V_n^* + V_T^*}{L \left(1 - \frac{V_T^*}{V_d} \right)}, \quad (2.6.6)$$

где L - номер магнитной оболочки, m - азимутальное волновое число, V_n^* и V_T^* - скорости диамагнитного дрейфа, обусловленного градиентами концентрации и температуры, соответственно. Из выражения (2.6.6.) видно, что собственная частота дрейфово-компрессионной моды ω пропорциональна азимутальному волновому числу m . Это является характерной особенностью, не свойственной альфвеновским модам. Понижение частоты с одновременным уменьшением азимутального волнового числа наблюдается экспериментально [Chelpanov et al., 2016].

Чтобы лучше понять, как будут влиять на развитие неустойчивости различные значения радиальных градиентов температуры и плотности и форма пучков частиц (различные значения параметра S), мы провели ряд численных вычислений. Так реальная и мнимая части собственной частоты ω_N , полученные в результате численного решения дисперсионного соотношения (2.6.1) представлены на рисунках 11 – 13. Как видно, инкремент неустойчивости растет вместе с ростом S (чем больше S , тем уже и выше горб на графике для инверсного распределения). Наибольших значений инкремент достигает, когда на фоне инверсного распределения, значения ω_ε^* и ω_n^* направлены в противоположные стороны. Стоит обратить внимание, что отрицательным значениям ω_ε^* и ω_n^* соответствуют положительные радиальные градиенты температуры и плотности соответственно, и наоборот, положительные значения соответствуют отрицательным градиентам.

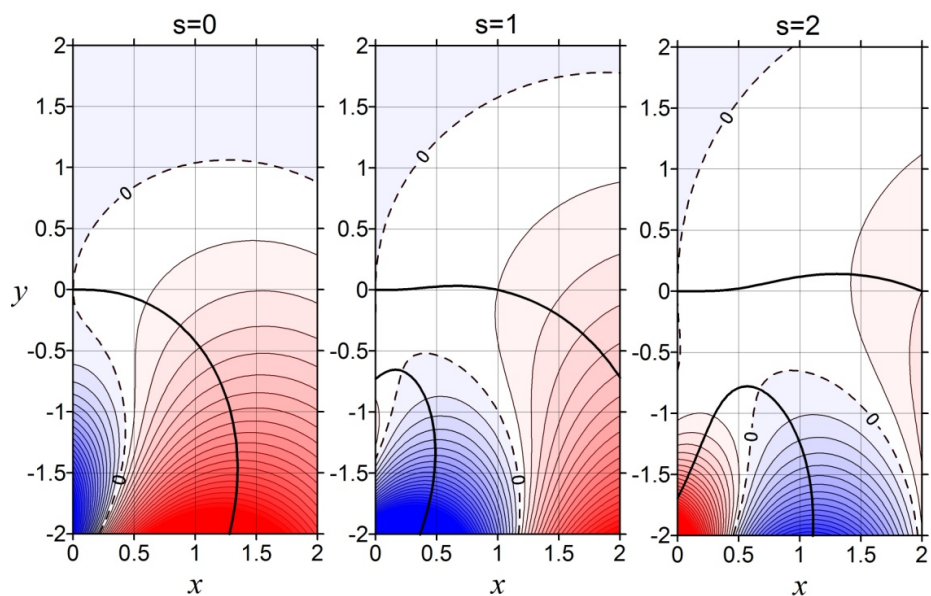


Рисунок 11. На рисунке представлена зависимость реальной и мнимой частей собственной частоты ω_N от параметра $2L_b\Lambda_N/3\beta_0$ и показана красными градиентными линиями с шагом 1 (синий цвет означает отрицательные значения этого параметра). Посчитаны результаты для значений $\omega_n^*/\Omega_d = 0$ и $\omega_\varepsilon^*/\Omega_d = 0$ и различных S . Здесь $x = \text{Re}(\omega_N/\Omega_d)$ и $y = \text{Im}(\omega_N/\Omega_d)$.

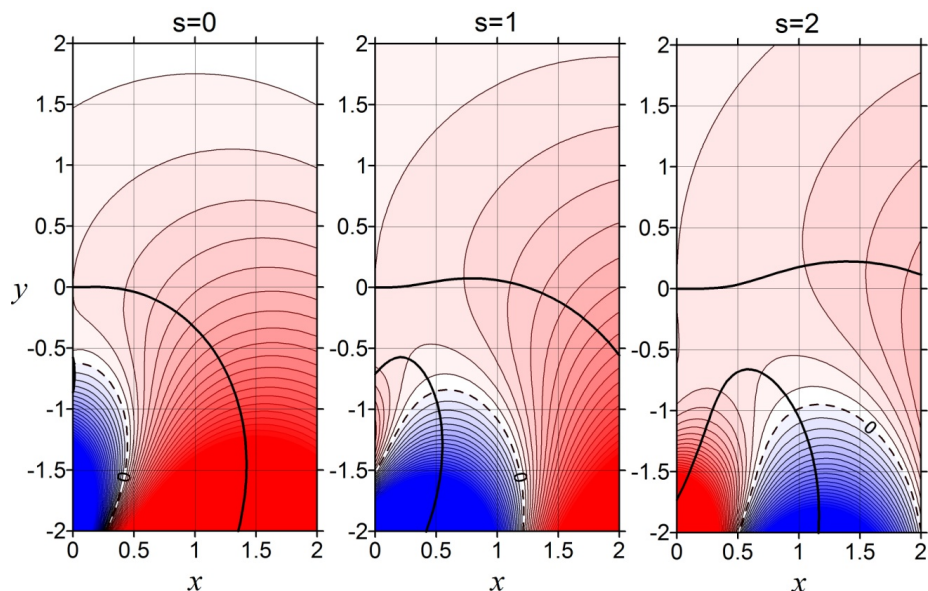


Рисунок 12. То же, что и на рисунке 11, но для значений $\omega_n^*/\Omega_d = -1$ и $\omega_\varepsilon^*/\Omega_d = -1$.

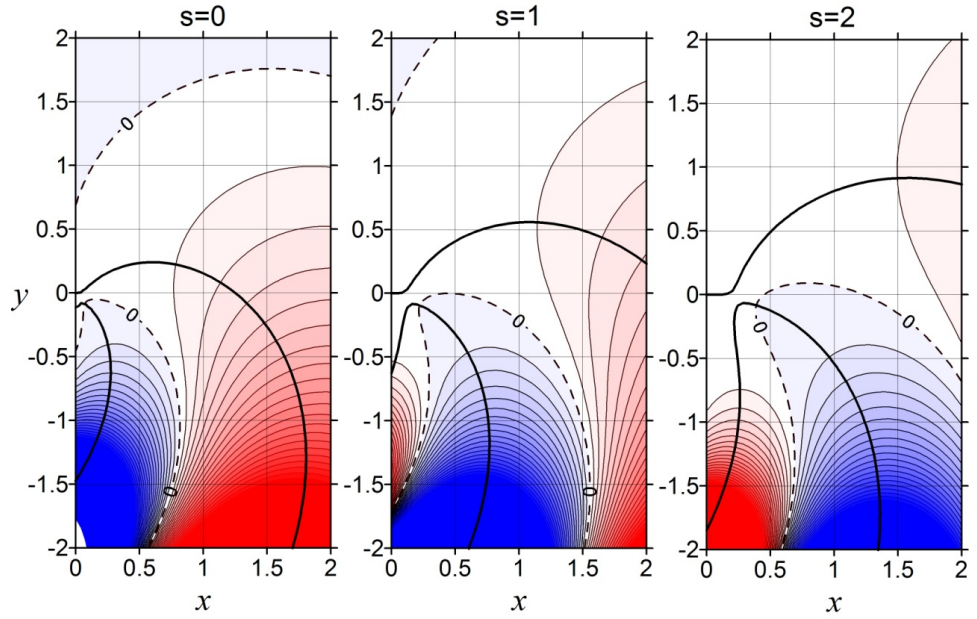


Рисунок 13. То же, что и на рисунке 11, но для значений $\omega_n^*/\Omega_d = 1$ и $\omega_\varepsilon^*/\Omega_d = -1$.

2.7 Заключение к главе 2

Исходя из полученных в главе 2 результатов, дрейфово-компрессионные моды должны быть узко локализованы вдоль силовых линий магнитного поля Земли вблизи экватора. Так как это соответствует наблюдениям компрессионных буревых пульсаций в диапазоне Pc5 [Higuchi and Kokubun, 1988], мы можем интерпретировать эти волны как дрейфово-компрессионные. Если возникает небольшое возмущение в магнитосферной плазме, то неустойчивости, связанные с инверсным распределением и пространственным градиентом плотности горячих частиц, могут усилить его до волн с наблюдаемыми амплитудами. В качестве иллюстрации можно рассмотреть случай [Melikyan et al., 2013], где наблюдались компрессионные Pc5 пульсации в плазме с немонотонным распределением частиц по энергии и резкой пространственной неоднородностью. При этом начальное возмущение может быть обусловлено инжекцией частиц как предлагалось в [Saka et al., 1996, 1997] для Pi2, другого класса УНЧ пульсаций с сильной компрессионной компонентой.

Наблюдаемые колебания давления плазмы и магнитного поля в противофазе не противоречат данной нами интерпретации [Pokhotelov et al., 2000]:

$$\delta P_\perp + \frac{B b_\parallel}{4\pi} = \frac{k_\parallel^2}{k_\perp^2} \left[\frac{\omega^2}{k_\parallel^2 v_A^2} - 1 - \frac{\beta_\perp - \beta_\parallel}{2} \right] \frac{B b_\parallel}{4\pi}.$$

При больших азимутальных числах $k_\parallel \ll k_\perp$ мы получаем диамагнитное условие:

$$\delta P_\perp + \frac{B b_\parallel}{4\pi} \cong 0.$$

Поэтому диамагнитное условие не специфическая особенность определенного вида колебаний, а общее свойство всех УНЧ мод с большими значениями азимутального волнового числа в плазме конечного давления. Таким образом, этому свойству должны соответствовать и дрейфово-компрессионные моды, в соответствии с наблюдаемыми буревыми пульсациями в диапазоне $Pc5$.

Как показано в работе [Higuchi and Kokubun, 1988], во многих случаях эти пульсации имели также большую азимутальную (тороидальную) составляющую поперечного магнитного поля, что позволяет идентифицировать их как резонансные дрейфово-компрессионные моды, рассмотренные нами. В тех случаях, когда наблюдаемые волны имеют большую радиальную (полоидальную) составляющую, требуется более сложная теория, которая подразумевает связь между дрейфово-компрессионной и альфвеновской модами [Klimushkin and Mager, 2011; Klimushkin et al., 2012].

Концентрация энергии волны вблизи экватора, антифазные вариации давления плазмы и магнитного поля, а также большая азимутальная поперечная составляющая магнитного поля являются признаками медленных резонансных мод в МГД [Klimushkin, 1997; Leonovich et al., 2006]. Тем не менее, применимость МГД подхода к волновым явлениям, с частотами много ниже типичных альфвеновских, сомнительна, поскольку эти частоты могут быть сопоставимы или даже ниже баунс-частоты отражаемых в магнитной ловушке частиц, а баунс-эффекты выходят за рамки МГД и должны рассматриваться в кинетике [Le Contel et al., 2000].

В кинетическом подходе дрейфово-компрессионные моды при инверсной функции распределения ранее рассматривались [Pokhotelov et al., 2005]. Однако они рассматривали плазму с прямыми или круговыми линиями поля, когда магнитное поле не имеет зеркальных точек. В этом случае резонансный знаменатель имеет вид $\omega - \omega_d - k_{\parallel}v_{\parallel}$. В частности, эти авторы использовали предел $k_{\parallel}v_{\parallel} \gg \omega, \omega_d$, который обычно подразумевается в теории зеркальной неустойчивости. Затем знаменатель, описывающий резонанс волна-частица, сводится к форме $k_{\parallel}v_{\parallel}$, что делает физику этих волн совершенно иной от тех, что рассматривались нами в этой главе, где резонансный знаменатель сводится к дрейфово-резонансной форме $\omega - \overline{\omega_d}$.

В принятой нами модели показано, что если частицы имеют распределение Максвелла по скоростям, то неустойчивость возникает только при наличии градиентов концентрации или температуры поперек магнитных оболочек. При этом азимутальная фазовая скорость волны должна совпадать по направлению со скоростью магнитного дрейфа протонов. Максимальные значения инкремент принимает при одновременном положительном радиальном градиенте температуры и отрицательном радиальном градиенте концентрации

горячей компоненты плазмы, что означает увеличение температуры и падение концентрации частиц с удалением от Земли.

В случае инверсного распределения неустойчивость возможна в случае, когда скорость магнитного дрейфа частиц, энергия которых соответствует максимуму инверсной функции, будет больше азимутальной фазовой скорости волны, даже в отсутствие градиентов температуры и концентрации. Кроме того, порог неустойчивости снижается вместе с ростом S , т. е. чем ярче выражен пучок частиц на фоне общего распределения, тем выше вероятность возникновения неустойчивости. Наибольших значений инкремент достигает, когда на фоне инверсного распределения, градиенты температуры и плотности направлены в противоположные стороны.

Собственная частота дрейфово-компрессионных мод, распространяющихся в сторону дрейфа протонов, пропорциональна азимутальному волновому числу.

Глава 3

Дрейфово-компрессионные волны, распространяющиеся в направлении дрейфа энергичных электронов в магнитосфере

В предыдущей главе было показано, что дрейфово-компрессионные моды, распространяющиеся в направлении дрейфа высокоэнергичных протонов, могут резонансно взаимодействовать с ними. В этом случае рост температуры и падение концентрации частиц с удалением от Земли приводит к неустойчивости и самопроизвольной раскачке волн, направление фазовой скорости которых совпадает с направлением дрейфа протонов. При этом порог неустойчивости снижается, если функция распределения протонов имеет инверсный характер.

Однако, как показано в работах [James et al., 2013; Chelpanov et al., 2016; Hori et al., 2018], иногда наблюдаются волны, распространяющиеся в направлении дрейфа электронов. Поэтому, в данной главе мы рассмотрели ситуацию, когда волна распространяется в одном направлении с дрейфом электронов. При этом мы полагали, что в плазме присутствуют как горячие протоны, так и электроны, причем последние имеют инверсное распределение. Как и в предыдущей главе, мы учитывали неоднородность плазмы поперек силовых линий геомагнитного поля.

3.1 Модель среды и основные уравнения

Как и в предыдущей главе, мы будем использовать аксиально-симметричную модель магнитосферы, которая учитывает кривизну силовых линий и неоднородность фоновой плазмы поперек магнитных оболочек и вдоль силовых линий. Напомним, что для этого

мы вводим ортогональную систему координат $\{x^1, x^2, x^3\}$, в которой координата x^1 совпадает с магнитными оболочками, координата x^2 отмечает силовую линию на магнитной поверхности (азимутальная координата), а координата x^3 – точку силовой линии, g_1, g_2, g_3 – соответствующие координаты метрического тензора, $dl = \sqrt{g_3} dx^3$ – элемент длины вдоль силовой линии.

Рассмотрим плазму с примесью горячих протонов и электронов. Так как вклад холодных частиц в общее давление плазмы невелик, будем учитывать вклад только горячих частиц. При этом будем полагать, что протоны имеют распределение Максвелла по энергиям:

$$F_p = \frac{n_p}{(2\pi\varepsilon_{0p})^{\frac{3}{2}}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0p}}\right), \quad (3.1.1)$$

а горячие электроны имеют инверсное распределение и моделируются следующей функцией:

$$F_e = \frac{n_e}{4\sqrt{2}\pi\Gamma(S + 3/2)(\varepsilon_{0e})^{S+\frac{3}{2}}} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0e}}\right)^S \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0e}}\right). \quad (3.1.2)$$

Здесь n_p и n_e – концентрации протонов и электронов, соответственно, $\varepsilon = v^2/2$ – нормированная на массу энергия частиц, v – скорость частиц, S – положительное целое число, $\Gamma(\dots)$ – гамма-функция, ε_{0p} и ε_{0e} – параметры пропорциональные квадрату тепловой скорости частиц. Здесь и далее индексы p и e обозначают принадлежность переменной к протонам или электронам соответственно.

Отметим, что при $S = 0$ функция распределения электронов (3.1.2) становится распределением Максвелла. При $S > 0$ средняя энергия частиц выражается как $\bar{\varepsilon}_e = (S + 3/2)\varepsilon_{0e}$, а энергия в максимуме $\varepsilon_{e_{max}} = S\varepsilon_{0e}$.

Так как частоты рассматриваемых колебаний значительно меньше гирочастоты частиц окружающей плазмы, то, как и в предыдущей главе, мы будем рассматривать колебания плазмы в рамках гирокинетики в ВКБ приближении [Chen and Hasegawa, 1991]. Возмущенные параметры будут зависеть от времени и координат как $\exp[-i\omega t + i \int k_1(x^1) dx^1 + ik_2 x^2]$, где ω – частота волны, k_1 и k_2 – радиальная и азимутальная компоненты волнового вектора, соответственно.

Для случая, когда частота волны много меньше баунс-частоты частиц, из уравнений гирокинетики [Chen and Hasegawa, 1991], можно получить уравнение, описывающее дрейфово-компрессионную моду. Однако, в отличие от предыдущей главы, где рассматривалась волна, направление распространения которой совпадало с направлением

движения протонов ($k_2 < 0$), т. е. на запад, в настоящей главе, мы рассмотрим случай распространения волны в направлении дрейфа электронов ($k_2 > 0$), т. е. на восток. Таким образом, мы рассмотрим резонанс волна-частица с электронами. При этом в отличие от работ [Crabtree et al., 2003; Klimushkin and Mager, 2011; Mager et al., 2013], резонанса волна частица с протонами не будет. Такой резонанс появится для электронов, т. е. в уравнении для дрейфово-компрессионной моды знак в резонансном знаменателе члена, описывающего вклад горячих протонов, станет положительным, а знак в резонансном знаменателе члена, описывающего вклад горячих электронов напротив, станет отрицательным:

$$b_{\parallel}(l) = 4\pi m_p \left\langle \frac{\hat{Q}_p F_p}{\omega + \bar{\omega}_{d_p}} \mu \overline{(\mu b_{\parallel}(l))} \right\rangle + 4\pi m_e \left\langle \frac{\hat{Q}_e F_e}{\omega - \bar{\omega}_{d_e}} \mu \overline{(\mu b_{\parallel}(l))} \right\rangle. \quad (3.1.3)$$

Здесь b_{\parallel} – продольная компонента магнитного поля волны, $|l|$ – расстояние вдоль силовой линии от магнитного экватора до заданной точки,

$$\langle \dots \rangle = 4\pi \int (\dots) \frac{B}{|v_{\parallel}|} d\mu d\varepsilon$$

– интеграл по пространству скоростей,

$$\overline{(\dots)} = \frac{2}{\tau_b} \int_{-l_0}^{l_0} (\dots) |v_{\parallel}|^{-1} dl$$

– среднее по баунс-периоду τ_b ,

$$\tau_b = 2 \int_{-l_0}^{l_0} |v_{\parallel}|^{-1} dl$$

где $\pm l_0$ – точки отражения на ионосфере для частиц с энергией ε и магнитным моментом $\mu = v_{\perp}^2/(2B)$, m_p и m_e – массы протона и электрона, соответственно,

$$\omega_{d_{p,e}} = |\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{V}_{d_{p,e}}| = \left| \frac{k_2}{\omega_{c_{p,e}} \sqrt{g_2}} \left(\frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{B'}{2B} v_{\perp}^2 - \frac{v_{\parallel}^2}{R} \right) \right|$$

– дрейфовая частота, v_{\parallel} и v_{\perp} – продольная и поперечная скорости частиц, \vec{V}_d – скорость магнитного дрейфа частиц, $\omega_{c_{p,e}} = eB/m_{p,e}c$ – Ларморовская частота, R – радиус кривизны магнитного поля, c – скорость света. Оператор \hat{Q} определяется как:

$$\hat{Q}_{p,e} = \omega \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \pm \frac{k_2}{\omega_{c_{p,e}} \sqrt{g_2}} \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{\partial}{\partial x^1},$$

где знак «+» соответствует протонам, а «-» – электронам.

Сделав замену переменных, подобную замене в главе 2, $\varepsilon, \mu \rightarrow \xi, \lambda$, где $\lambda = \sin^2 \alpha = \mu B_0/\varepsilon$, α – питч-угол, B_0 – магнитное поле на экваторе, $\xi = \sqrt{\varepsilon/\varepsilon_0}$, уравнение (3.1.3) можно записать в виде:

$$b_{\parallel}(l) = \int_0^{\frac{B_0}{B(l)}} d\lambda \int_0^{l_0(\lambda)} dl' \frac{B(l)}{B_0} \frac{\lambda^2 \Lambda(\omega, \lambda)}{u(l, \lambda) u(l', \lambda)} b(l'), \quad (3.1.4)$$

где

$$u(l, \lambda) = \sqrt{1 - \lambda B(l)/B_0},$$

$$\Lambda(\omega, \lambda) = \frac{\beta_{0p}}{L_{b_p}} I_p(\omega, \lambda) + \frac{3\beta_{0e}}{2L_{b_e}} \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(S + 5/2)} I_e(\omega, \lambda), \quad (3.1.5)$$

$$I_p(\omega, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} d\xi_p^2 \frac{\xi_p^5 e^{-\xi_p^2}}{\xi_p^2 + \omega/\Omega_{d_p}} \left[\frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}} - \frac{\omega}{\Omega_{d_p}} - \left(\frac{3}{2} - \xi_p^2 \right) \frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}} \right], \quad (3.1.6)$$

$$I_e(\omega, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi_e \frac{\xi_e^{5+2S} e^{-\xi_e^2}}{\xi_e - \sqrt{\omega/\Omega_{d_e}}} \left[\frac{\omega}{\Omega_{d_e}} \left(1 - \frac{S}{\xi_e^2} \right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \left(S + \frac{3}{2} - \xi_e^2 \right) \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} \right]. \quad (3.1.7)$$

Переменные

$$\omega_{n_p}^* = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{k_2 \varepsilon_0}{\omega_{c_p} \sqrt{g_2}} \frac{n'_p}{n_p}; \quad \omega_{n_e}^* = -\frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{k_2 \varepsilon_0}{\omega_{c_e} \sqrt{g_2}} \frac{n'_e}{n_e}$$

и

$$\omega_{\varepsilon_p}^* = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{k_2 \varepsilon_0}{\omega_{c_p} \sqrt{g_2}} \frac{\varepsilon'_{0p}}{\varepsilon_{0p}}; \quad \omega_{\varepsilon_e}^* = -\frac{1}{\sqrt{g_1}} \frac{k_2 \varepsilon_0}{\omega_{c_e} \sqrt{g_2}} \frac{\varepsilon'_{0e}}{\varepsilon_{0e}}$$

соответствуют диамагнитным частотам $\omega^* = \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{V}^*$, где \vec{V}^* – скорость диамагнитного дрейфа частиц, обусловленного радиальным градиентом плотности или температуры плазмы, $\Omega_d = \bar{\omega}_d \varepsilon_0 / \varepsilon$ – усредненная по баунс-периоду дрейфовая частота частиц с энергией ε_0 ,

$$L_b = v\tau_b = 4 \int_0^{l_0} u(l, \lambda)^{-1} dl$$

– длина пути частицы за баунс-период, β_0 – параметр, показывающий отношение плазменного и магнитного давления на экваторе.

Как ранее отмечалось, величины L_b и Ω_d слабо зависят от значения λ в дипольном магнитном поле ($L_b \sim 1.3 - 0.56\sqrt{\lambda}$ и $\Omega_d \sim 0.35 + 0.15\sqrt{\lambda}$) [Hamlit et al., 1961], поэтому мы предполагаем, что значение Λ не зависит от переменной λ , и соответственно Λ можно вынести из-под знаков интеграла в уравнении (3.1.4). Затем, по аналогии с решением во второй главе, мы получили однородное интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода с симметричным ядром. Численное решение этого уравнения дает наборы собственных функций b_N и собственных значений Λ_N , которые определяют продольную структуру и собственные частоты дрейфово-компрессионных мод. Как было показано в предыдущей главе, дрейфово-компрессионные моды локализованы вблизи геомагнитного экватора, что

соответствует экспериментальным данным спутниковых исследований компрессионных пульсаций Pc5 [Higuchi and Kokubun, 1988].

3.2 Собственные частоты и условия неустойчивости

Собственные частоты определяются из дисперсионного соотношения $\Lambda(\omega) = \Lambda_N$, т.е.:

$$\Lambda_N = \frac{\beta_{0p}}{L_{bp}} I_p(\omega) + \frac{3\beta_{0e}}{2L_{be}} \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(S+5/2)} I_e(\omega).$$

После взятия интегралов:

$$\Lambda_N = \frac{\beta_p}{L_{bp}} f_p(\omega) + \frac{3\beta_e}{2L_{be}} f_e(\omega) \quad (3.2.1)$$

где

$$f_e(\omega) = \frac{\omega}{\Omega_{de}} \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}}\right) - \left(\frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}}\right) + \frac{\omega}{\Omega_{de}} \left[\left(\frac{\omega}{\Omega_{de}} - S\right) \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}}\right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{3\omega_{\varepsilon e}^*}{2\Omega_{de}} \right] \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(S+5/2)} \left[\sum_{m=0}^{S+1} \frac{\Gamma(m+1/2)}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\omega}{\Omega_{de}}\right)^{S+1-m} + \left(\frac{\omega}{\Omega_{de}}\right)^{S+\frac{3}{2}} Z\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{de}}}\right) \right], \quad (3.2.2)$$

$$Z\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{de}}}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{t - \sqrt{\omega/\Omega_{de}}} dt$$

– плазменно-дисперсионная функция,

$$f_p(\omega) = \frac{15\omega_{\varepsilon p}^*}{8\Omega_{dp}} + \left(\frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} - \frac{3\omega_{\varepsilon p}^*}{2\Omega_{dp}} - \frac{\omega}{\Omega_{dp}} - \frac{\omega_{\varepsilon p}^*}{\Omega_{dp}} \frac{\omega}{\Omega_{dp}}\right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \frac{\omega}{\Omega_{dp}} + \left(\frac{\omega}{\Omega_{dp}}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\Omega_{dp}}\right)^3 Z^+\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{dp}}}\right)\right), \quad (3.2.3)$$

$$Z^+\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{dp}}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t^2}}{t^2 + \omega/\Omega_{dp}} dt = \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{\Omega_{dp}}{\omega}} e^{\frac{\omega}{\Omega_{dp}}} \operatorname{Erfc}\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{dp}}}\right),$$

где

$$\operatorname{Erfc}\left(\sqrt{\frac{\omega}{\Omega_{dp}}}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\sqrt{\omega/\Omega_{dp}}}^{+\infty} e^{-t^2} dt$$

– дополнительная функция ошибок.

Представим частоту волны в виде $\omega = \omega_0 + i\gamma$, при этом считая, что действительная часть много больше мнимой $\omega_0 \gg \gamma$.

Введем параметр $a = \Omega_{d_e}/\Omega_{d_p}$, который отражает отношение энергии электронов к энергии протонов ($a = m_e \varepsilon_{0_e}/m_p \varepsilon_{0_p}$). Для упрощения будем считать концентрации горячих протонов и горячих электронов, которые вносят вклад в давление плазмы, равными. Тогда параметр a можно представить в виде:

$$a = \frac{3\beta_e}{2\beta_p} \frac{1}{(S + 3/2)}.$$

После замены переменных в выражении (3.2.1), получим дисперсионное соотношение в виде:

$$\frac{L_{b_p}}{\beta_p} \Lambda_N = f_p \left(a \frac{\omega}{\Omega_{d_e}} \right) + \frac{3\beta_e}{2\beta_p} f_e \left(\frac{\omega}{\Omega_{d_e}} \right). \quad (3.2.4)$$

В случае, приближенному к условиям кольцевого тока, можно полагать, что энергия протонов много больше энергии электронов, т. е. $a \ll 1$ и, соответственно, $\beta_e/\beta_p \ll 1$. Тогда справедливо разложение функции $f_p(a\omega/\Omega_{d_e})$ в выражении (3.2.4) по малому параметру a . Пренебрегая всеми членами, где степень a больше 1, получим:

$$f_p \left(a \frac{\omega}{\Omega_{d_e}} \right) = \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}} \right) - \frac{1}{2} a \frac{\omega}{\Omega_{d_e}} \left(\frac{3}{2} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}} \right). \quad (3.2.5)$$

Как видно из выражений (3.2.1), (3.2.2) и (3.2.3) в общем случае аналитическое решение будет иметь громоздкий и малоинформативный вид. Поэтому аналитически мы рассмотрим только два предельных случая: когда собственная частота много меньше дрейфовой частоты электронов ($\omega/\Omega_{d_e} \ll 1$) и когда много больше ($\omega/\Omega_{d_e} \gg 1$). Для этого выполним разложение функции $f_e(\omega/\Omega_{d_e})$ по малому параметру для каждого случая. А общий случай изучим с помощью численных методов.

3.3 Собственная частота много меньше дрейфовой частоты электронов $\omega/\Omega_{d_e} \ll 1$

Если в выражении $f_e(\omega/\Omega_{d_e})$ плазменно-дисперсионную функцию $Z(\sqrt{\omega/\Omega_{d_e}})$ разложить по малому параметру $\omega/\Omega_{d_e} \ll 1$, а затем пренебречь членами, где степень переменной ω/Ω_{d_e} будет два и более, то получится выражение:

$$f_e \left(\frac{\omega}{\Omega_{d_e}} \right) = - \left(\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} \right) + \frac{\omega}{\Omega_{d_e}} \left(\frac{\frac{3}{2} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}}}{S + \frac{3}{2}} \right).$$

В случае если собственная частота волны много меньше частоты магнитного дрейфа электронов, и при этом энергия протонов много больше энергии электронов, дисперсионное соотношение примет вид:

$$\frac{L_{bp}}{\beta_p} \Lambda_N = \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{dp}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} \right) - \frac{1}{2} a \frac{\omega}{\Omega_{de}} \left(\frac{3}{2} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} \right) - \frac{3 \beta_e}{2 \beta_p} \left[\left(\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} \right) - \frac{\omega}{\Omega_{de}} \left(\frac{\frac{3}{2} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}}}{S + \frac{3}{2}} \right) \right]. \quad (3.3.1)$$

Из (3.3.1) найдем выражение для собственной частоты:

$$\omega_0 = \Omega_{dp} \frac{\frac{L_{bp}}{\beta_p} \Lambda_N - \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{dp}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} \right) + \frac{3 \beta_e}{2 \beta_p} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} \right)}{\frac{3}{4} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} - \frac{1}{2} \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}}} \quad (3.3.2)$$

Для нахождения инкремента вычислим мнимую часть дисперсионного соотношения (3.2.4), выполнив разложение по малому параметру плазменно-дисперсионной функции и пренебрегая членами в знаменателе со степенью переменной ω/Ω_{de} равной два и более.

Получим:

$$\gamma = -\Omega_{de} \frac{\pi \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{de}} \right)^{S+5/2} e^{-\frac{\omega_0}{\Omega_{de}}} \left[\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{de}} - S \right) \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{de}} \right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{de}} \right]}{\Gamma(S + 3/2) \left(\frac{3}{4} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} - \frac{1}{2} \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} \right)}. \quad (3.3.3)$$

Из выражения для собственной частоты (3.3.2) следует, что волна может существовать в плазме без градиентов температуры и концентрации частиц. В случае отсутствия таких градиентов из выражений (3.3.2) и (3.3.3) видно, что неустойчивость может существовать только при инверсном распределении ($S \neq 0$). В этом случае $\omega/\Omega_{de} - S < 0$, откуда видно, что фазовая скорость волны должна быть меньше средней скорости магнитного дрейфа частиц в пучке инверсного распределения $V_{ph} < V_d (\varepsilon = \varepsilon_{e_{max}})$.

Из выражения (3.3.2) получим условия существования волны в случае $\omega/\Omega_{de} \ll 1$:

$$\begin{cases} \frac{3}{4} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} - \frac{1}{2} \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} > 0 \\ \frac{L_{bp}}{\beta_p} \Lambda_N - \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{dp}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} \right) + \frac{3 \beta_e}{2 \beta_p} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} \right) > 0 \end{cases} \quad (3.3.4)$$

или

$$\begin{cases} \frac{3}{4} - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} - \frac{1}{2} \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} < 0 \\ \frac{L_{bp}}{\beta_p} \Lambda_N - \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{dp}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{dp}} \right) + \frac{3 \beta_e}{2 \beta_p} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} \right) < 0. \end{cases} \quad (3.3.5)$$

Для системы (3.3.4) неустойчивость ($\gamma > 0$) имеет место при условии

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{de}} - S \right) \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{de}} \right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{de}} < 0, \quad (3.3.6)$$

а для (3.3.5):

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S\right) \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}}\right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{3\omega_{\varepsilon_e}^*}{2\Omega_{d_e}} > 0. \quad (3.3.7)$$

Если рассмотреть приэкваториальное параболическое приближение для дипольного магнитного поля, то для первой гармоники ($N = 1$) можно считать $\Lambda_1 \approx 0.5/L$ и $L_{b,p,e} = 2\pi\sqrt{2}L$, где L – расстояние до магнитной оболочки в экваториальной плоскости. Тогда

$$\begin{aligned} \omega_{n_p}^* &= \frac{k_2 \varepsilon_{0_p} n'_p}{\omega_{c_p} L n_p}; & \omega_{\varepsilon_p}^* &= \frac{k_2 \varepsilon_{0_p} \varepsilon'_{0_p}}{\omega_{c_p} L \varepsilon_{0_p}}; & \Omega_{d_p} &\sim \frac{3k_2 \varepsilon_{0_p}}{\omega_{c_p} L^2}; \\ \omega_{n_e}^* &= -\frac{k_2 \varepsilon_{0_e} n'_e}{\omega_{c_e} L n_e}; & \omega_{\varepsilon_e}^* &= -\frac{k_2 \varepsilon_{0_e} \varepsilon'_{0_e}}{\omega_{c_e} L \varepsilon_{0_e}}; & \Omega_{d_e} &\sim \frac{3k_2 \varepsilon_{0_e}}{\omega_{c_e} L^2}. \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

Условия существования волны (выражения (3.3.4) и (3.3.5)) для первой гармоники и в параболическом приближении для магнитного поля можно записать как

$$\begin{cases} \frac{9}{2L} + 2\frac{n'_e}{n_e} - \frac{n'_p}{n_p} > 0 \\ \frac{4\pi\sqrt{2}}{L} \frac{\beta_p}{\beta_p} - \left(\frac{\varepsilon'_{0_p}}{\varepsilon_{0_p}} + \frac{n'_p}{n_p}\right) - 2\frac{\beta_e}{\beta_p} \left(\frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} + \frac{n'_e}{n_e}\right) > 0 \end{cases} \quad (3.3.9)$$

и

$$\begin{cases} \frac{9}{2L} + 2\frac{n'_e}{n_e} - \frac{n'_p}{n_p} < 0 \\ \frac{4\pi\sqrt{2}}{L} \frac{\beta_p}{\beta_p} - \left(\frac{\varepsilon'_{0_p}}{\varepsilon_{0_p}} + \frac{n'_p}{n_p}\right) - 2\frac{\beta_e}{\beta_p} \left(\frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} + \frac{n'_e}{n_e}\right) < 0. \end{cases} \quad (3.3.10)$$

Соответствующие им условия возникновения неустойчивости (выражения (3.3.6) и (3.3.7)) в этом приближении для системы (3.3.9) будет

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S\right) \left(\frac{3}{L} + \frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}}\right) + \frac{n'_e}{n_e} - \frac{3\varepsilon'_{0_e}}{2\varepsilon_{0_e}} < 0, \quad (3.3.11)$$

а для (3.3.10):

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S\right) \left(\frac{3}{L} + \frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}}\right) + \frac{n'_e}{n_e} - \frac{3\varepsilon'_{0_e}}{2\varepsilon_{0_e}} > 0. \quad (3.3.12)$$

Таким образом, волны с частотами много меньшими частот магнитного дрейфа электронов при выполнении условий (3.3.9) или (3.3.10) могут распространяться в направлении дрейфа электронов. Это возможно даже в отсутствие градиентов температуры или концентрации плазмы, т. е. только за счет неоднородности магнитного поля. Раскачка этих волн возможна, когда градиенты температуры и концентрации электронов соответствуют условиям (3.3.11) для случая (3.3.9) и (3.3.12) для (3.3.10), соответственно.

При распределении Максвелла неустойчивость возможна только за счет градиентов температуры и концентрации электронов ($S = 0$, $n'_e/n_e \neq 0$, $\varepsilon'_{0_e}/\varepsilon_{0_e} \neq 0$). В отсутствие

таких градиентов причиной расщепления волн может стать инверсность распределения электронов ($S \neq 0$, $n'_e/n_e = 0$, $\varepsilon'_{0e}/\varepsilon_{0e} = 0$, $n'_p/n_p = 0$, $\varepsilon'_{0p}/\varepsilon_{0p} = 0$). Наибольшие значения инкремента возникают при разнонаправленных радиальных градиентах температуры и концентрации электронов.

3.4 Собственная частота много больше дрейфовой частоты электронов $\omega/\Omega_{de} \gg 1$

Если в выражении $f_e(\omega/\Omega_{de})$ плазменно-дисперсионную функцию $Z(\sqrt{\omega/\Omega_{de}})$ разложить по малому параметру $\Omega_{de}/\omega \ll 1$, а затем пренебречь всеми членами, где степень переменной Ω_{de}/ω будет два и более, то получится выражение:

$$f_e\left(\frac{\omega}{\Omega_{de}}\right) = \frac{\omega}{\Omega_{de}} \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}}\right) - \left(\frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}}\right).$$

В случае, когда собственные частоты волны много больше дрейфовых частот электронов, и при этом энергия протонов много больше энергии электронов, дисперсионное соотношение примет вид:

$$\frac{L_{b_p}}{\beta_p} \Lambda_N = \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon p}^*}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right) - \frac{1}{2} a \frac{\omega}{\Omega_{de}} \left(\frac{3}{2} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right) + \frac{3}{2} \frac{\beta_e}{\beta_p} \left[\frac{\omega}{\Omega_{de}} \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}}\right) - \left(\frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}}\right)\right]. \quad (3.4.1)$$

Из (3.4.1) найдем выражение для собственной частоты:

$$\omega_0 = \Omega_{d_p} \frac{\frac{L_{b_p}}{\beta_p} \Lambda_N - \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon p}^*}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right) + \frac{3}{2} \frac{\beta_e}{\beta_p} \left(\frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}}\right)}{S + \frac{3}{4} - \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}} \left(S + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}} \quad (3.4.2)$$

Для нахождения инкремента снова применим разложение по малому параметру и пренебрежем членами в знаменателе, где степень переменной Ω_{de}/ω будет два и более.

$$\gamma = -\Omega_{de} \frac{\pi \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{de}}\right)^{S+5/2} e^{-\frac{\omega_0}{\Omega_{de}}} \left[\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{de}} - S\right) \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}}\right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}}\right]}{\Gamma(S + 3/2) \left[S + \frac{3}{4} - \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}} \left(S + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right]} \quad (3.4.3)$$

Из выражения (3.4.2) видно, что волна, как и в предыдущем случае ($\omega/\Omega_{de} \ll 1$), может существовать в отсутствие градиентов. Для этого должны быть выполнены условия:

$$\begin{cases} S + \frac{3}{4} - \frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}} \left(S + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}} > 0 \\ \frac{L_{b_p}}{\beta_p} \Lambda_N - \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon p}^*}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}}\right) + \frac{3}{2} \frac{\beta_e}{\beta_p} \left(\frac{\omega_{\varepsilon e}^*}{\Omega_{de}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{de}}\right) > 0 \end{cases} \quad (3.4.4)$$

или

$$\begin{cases} S + \frac{3}{4} - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} \left(S + \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}} < 0 \\ \frac{L b_p}{\beta_p} \Lambda_N - \frac{3}{4} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_p}^*}{\Omega_{d_p}} + \frac{\omega_{n_p}^*}{\Omega_{d_p}} \right) + \frac{3}{2} \frac{\beta_e}{\beta_p} \left(\frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} \right) < 0 \end{cases} \quad (3.4.5)$$

Условие неустойчивости вычисляется из (3.4.3). Для случая (3.4.4) будет выглядеть:

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S \right) \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} \right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} < 0, \quad (3.4.6)$$

а для случая (3.4.5), соответственно:

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S \right) \left(1 - \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} \right) - \frac{\omega_{n_e}^*}{\Omega_{d_e}} + \frac{3}{2} \frac{\omega_{\varepsilon_e}^*}{\Omega_{d_e}} > 0. \quad (3.4.7)$$

В параболическом приближении магнитного поля, для первой гармоники ($N = 1$) условия существования волны будут следующие:

$$\begin{cases} \frac{3}{L} \left(S + \frac{3}{4} \right) + \frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} \left(S + \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} \frac{n'_p}{n_p} > 0 \\ \frac{4 \pi \sqrt{2}}{L} \frac{\beta_p}{\beta_p} - \left(\frac{\varepsilon'_{0_p}}{\varepsilon_{0_p}} + \frac{n'_p}{n_p} \right) - 2 \frac{\beta_e}{\beta_p} \left(\frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} + \frac{n'_e}{n_e} \right) > 0 \end{cases} \quad (3.4.8)$$

или

$$\begin{cases} \frac{3}{L} \left(S + \frac{3}{4} \right) + \frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} \left(S + \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} \frac{n'_p}{n_p} < 0 \\ \frac{4 \pi \sqrt{2}}{L} \frac{\beta_p}{\beta_p} - \left(\frac{\varepsilon'_{0_p}}{\varepsilon_{0_p}} + \frac{n'_p}{n_p} \right) - 2 \frac{\beta_e}{\beta_p} \left(\frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} + \frac{n'_e}{n_e} \right) < 0. \end{cases} \quad (3.4.9)$$

Условия неустойчивости для случая (3.4.8) будет

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S \right) \left(\frac{3}{L} + \frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} \right) + \frac{n'_e}{n_e} - \frac{3}{2} \frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} < 0, \quad (3.4.10)$$

а для (3.4.9), соответственно

$$\left(\frac{\omega_0}{\Omega_{d_e}} - S \right) \left(\frac{3}{L} + \frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} \right) + \frac{n'_e}{n_e} - \frac{3}{2} \frac{\varepsilon'_{0_e}}{\varepsilon_{0_e}} > 0. \quad (3.4.11)$$

Существование дрейфово-компрессионных волн со значениями собственных частот много большими частот магнитного дрейфа электронов ($\omega/\Omega_{d_e} \gg 1$) возможно в случаях, когда выполняются условия (3.4.8) или (3.4.9). Как и в предыдущем случае ($\omega/\Omega_{d_e} \ll 1$), волна может существовать в отсутствие градиентов температуры и концентрации. Неустойчивость будет иметь место, когда градиенты температуры и концентрации электронов соответствуют условиям (3.4.10) для случая (3.4.8) и (3.4.11) для (3.4.9), соответственно.

3.5 Результаты численных расчетов

Как уже говорилось выше, полученное в общем виде дисперсионное соотношение (3.2.4) оказалось весьма трудным для аналитического исследования. Поэтому мы выполнили ряд численных расчетов. На основе вычислений мы построили точные решения дисперсионного соотношения (3.2.4), представленного в виде

$$f(\omega_N) \equiv f_p(a\omega_N) + \frac{3\beta_e}{2\beta_p} f_e(\omega_N) = \frac{L_{bp}}{\beta_p} \Lambda_N, \quad (3.5.1)$$

при различных параметрах градиентов плазмы и ее инверсности (рисунок 14, рисунок 15). При этом мы предположили, что соотношение давлений электронов и протонов будет $\beta_e/\beta_p = 0,1$, что не сложно представить в реальной магнитосфере.

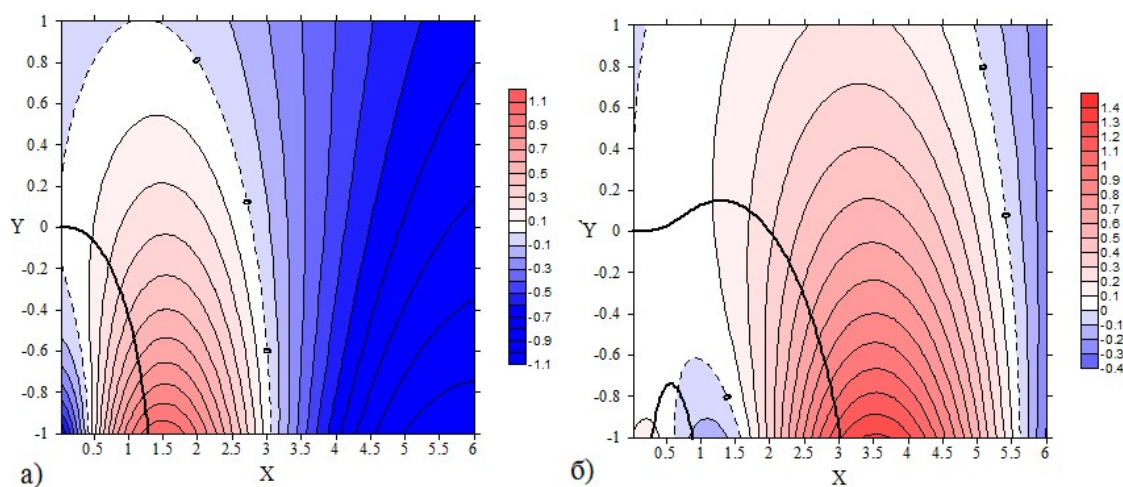


Рисунок 14. Примеры решений дисперсионного соотношения (3.5.1) при различных параметрах плазмы. Здесь $X = Re(\omega/\Omega_{de})$, $Y = Im(\omega/\Omega_{de})$, изолинии в красной области соответствуют значениям $L_{bp}\Lambda_N/\beta_p$, точки их пересечения с жирной линией соответствуют решениям ω_N/Ω_{de} . Описание параметров плазмы представлены в тексте.

Здесь приведены обозначения как в разделе 2.6. Напомним, что $L_{bp}\Lambda_N/\beta_p$ – положительная и действительная величина, поэтому волна с собственными частотами ω_N существует, когда $Re(\omega_N) > 0$ и $Im(\omega_N) = 0$. Красный цвет на графиках соответствует положительным значениям дисперсионной функции $Re(\omega)$, а синий – отрицательным, т. е. когда решений нет. Изолинии в области положительных значений функции (красная область) соответствуют значениям $Re(\omega) = L_{bp}\Lambda_N/\beta_p$. Жирная линия соответствует $Im(\omega) = 0$. Таким образом, решениям дисперсионного соотношения (3.5.1)

соответствуют точки на пересечении изолиний $Ref(\omega)$ в красной области и линии $Imf(\omega) = 0$.

Значения параметров в параболическом приближении для магнитного поля на рисунке 14.а: $\varepsilon'_{0p}/\varepsilon_{0p} = 0$; $n'_p/n_p = 0$; $\varepsilon'_{0e}/\varepsilon_{0e} = 0$; $n'_e/n_e = 0$; $S = 0$; и на рисунке 14.б: $\varepsilon'_{0p}/\varepsilon_{0p} = 0$; $n'_p/n_p = 0$; $\varepsilon'_{0e}/\varepsilon_{0e} = 0$; $n'_e/n_e = 0$; $S = 1$. Справа от каждого графика указан шаг изменения значений $L_{bp}\Lambda_N/\beta_p$.

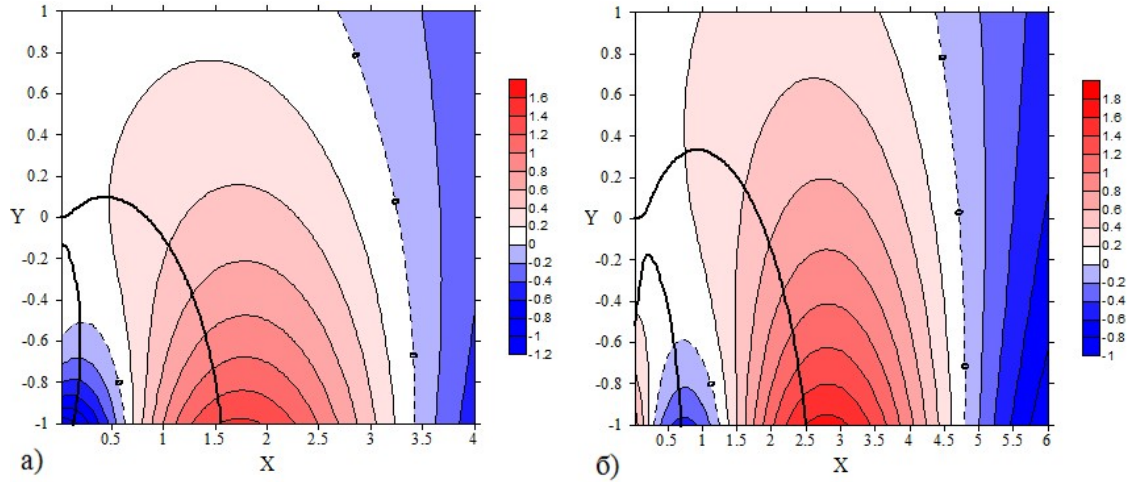


Рисунок 15. То же, что и рисунок 14.

На рисунке 14.а видно, что жирная линия $Imf(\omega) = 0$ пересекает изолинии $L_{bp}\Lambda_N/\beta_p$ в области, где $Im(\omega/\Omega_{de}) < 0$. Это означает, что в отсутствие градиентов температуры и концентрации и при распределении Максвелла электронов по скоростям неустойчивости быть не может. Тот же вывод можно сделать, подставив соответствующие значения ($\varepsilon'_{0p}/\varepsilon_{0p} = 0$; $n'_p/n_p = 0$; $\varepsilon'_{0e}/\varepsilon_{0e} = 0$; $n'_e/n_e = 0$; $S = 0$) в выражения (3.3.9), (3.4.8) и (3.3.11), (3.4.10). Из выражений (3.3.9), (3.4.8) видно, что волна может существовать. Однако из (3.3.11), (3.4.10) следует, что неустойчивость не реализуется, т. к. неравенства (3.3.11), (3.4.10) не выполняются. В то же время, если ввести инверсную функцию распределения (рисунок 14.б), получится ситуация, когда линия $Imf(\omega) = 0$ пересекает изолинии $L_{bp}\Lambda_N/\beta_p$ в области положительных реальных и мнимых значений дисперсионной функции ($Im(\omega/\Omega_{de}) > 0$ и $Ref(\omega_N) > 0$). То есть, выполняются условия для развития неустойчивости плазмы. Подставив соответствующие значения ($\varepsilon'_{0p}/\varepsilon_{0p} = 0$; $n'_p/n_p = 0$; $\varepsilon'_{0e}/\varepsilon_{0e} = 0$; $n'_e/n_e = 0$; $S = 1$) в выражения (3.3.9) и (3.3.11), мы

убеждаемся, что неравенства выполняются. Это означает, что возможна неустойчивость волны.

Для графиков на рисунке 15 использовались следующие параметры: рисунок 15.а: $\varepsilon'_{0p}/\varepsilon_{0p} = 0,3L^{-1}$; $n'_p/n_p = 0,3L^{-1}$; $\varepsilon'_{0e}/\varepsilon_{0e} = 1,5L^{-1}$; $n'_e/n_e = -1,5L^{-1}$; $S = 0$; и рисунок 15.б: $\varepsilon'_{0p}/\varepsilon_{0p} = 0,3L^{-1}$; $n'_p/n_p = 0,3L^{-1}$; $\varepsilon'_{0e}/\varepsilon_{0e} = 1,5L^{-1}$; $n'_e/n_e = -1,5L^{-1}$; $S = 1$.

На рисунке 15.а видно, что неустойчивость может существовать и при распределении Максвелла электронов по энергиям, но при наличии градиентов температуры и концентрации частиц. На рисунке 15.б показано, что инверсность распределения усиливает неустойчивость. Отметим, что для численных расчетов мы использовали формулу без приближения относительно ω/Ω_{de} . Из приведенных рисунков видно, что неустойчивость имеет максимальный инкремент, когда собственная частота дрейфово-компрессионной моды близка к дрейфовой частоте электронов.

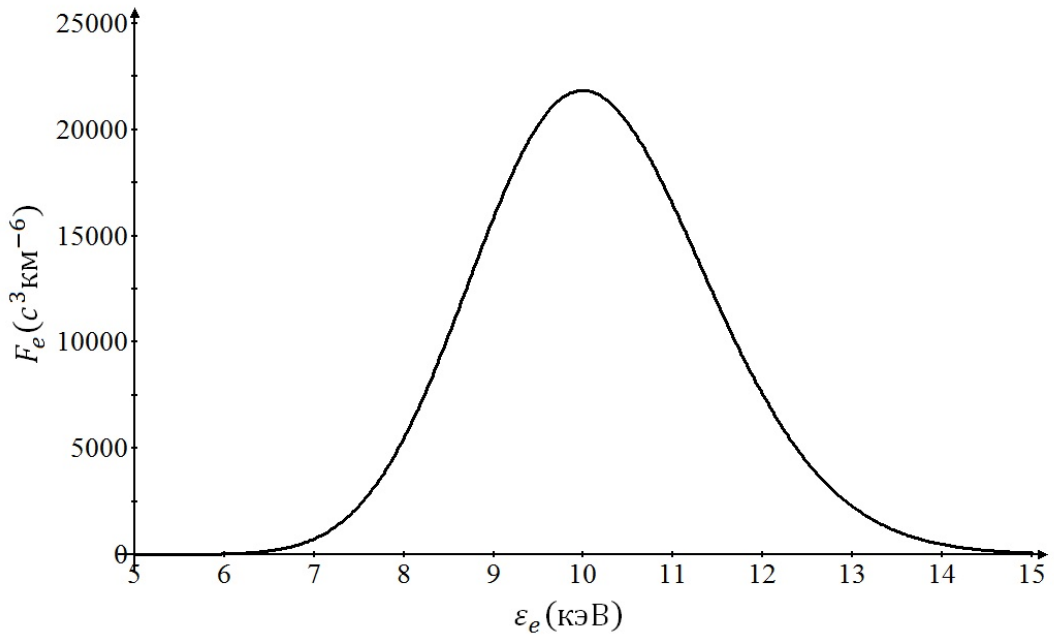


Рисунок 16. Модельная функция распределения горячих электронов (3.1.2) при параметрах $\varepsilon_{e_{max}} = 10$ кэВ, $\beta_e = 0.05$, $S = 60$.

Отметим, что полученные результаты служат только иллюстрацией возможности существования неустойчивостей т. к. в приведенных примерах рассмотрена горячая плазма ($\beta > 1$), в то время как в большей части земной магнитосферы плазма обычно холодная, т. е. $\beta < 1$. Так как при малых β даже для фундаментальной гармоники ($L_{bp} \Lambda_N \approx 4.4$ при $N = 1$) величина $L_{bp} \Lambda_N / \beta_p \gg 1$, то для реальных параметров

магнитосферной плазмы ближе всего случай $\omega_0/\Omega_{de} \gg 1$ (асимптотические выражения (3.4.2) и (3.4.3)).

Для примера найдем основную частоту дрейфово-компрессионной моды для магнитной оболочки $L = 6,6R_E$. Для простоты пренебрежем градиентами температуры и концентрации, считая их малыми. Энергию электронов в максимуме инверсного распределения положим $\varepsilon_{e_{max}} = 10$ кэВ, а азимутальное волновое число $k_2 = 70$. Плазму будем считать холодной $\beta_p = 0,5$, $\beta_e/\beta_p = 0,1$. Пренебрегая градиентами, неустойчивость возникает при $S > \omega_0/\Omega_{de}$. Приведенные параметры плазмы соответствуют случаю $\omega_0/\Omega_{de} \gg 1$. Поэтому частоту ω_0 и инкремент неустойчивости γ будем определять с помощью формул (3.4.2) и (3.4.3), соответственно. В отсутствие градиентов выражения для собственной частоты и инкремента примут вид:

$$\omega_0 = \Omega_{dp} \frac{\frac{L b_p}{\beta_p} \Lambda_N}{S + \frac{3}{4}}, \quad \gamma = \Omega_{de} \frac{\pi \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{de}} \right)^{S+5/2} e^{-\frac{\omega_0}{\Omega_{de}} \left(S - \frac{\omega_0}{\Omega_{de}} \right)}}{\Gamma(S + 3/2) \left(S + \frac{3}{4} \right)}.$$

При выбранных параметрах плазмы неустойчивость возможна, когда смоделированная инверсная функция распределения электронов (3.1.2) имеет значение параметра $S > 59$. Для расчетов мы выбрали значение $S = 60$. При этом значении график распределения (3.1.2) показан на рисунке 16. Подставляя приведенные значения параметров плазмы ($\varepsilon_{e_{max}} = 10$ кэВ, $S = 60$, $k_2 = 70$, $\beta_p = 0,5$, $\beta_e = 0,05$) в выражения (3.4.2) и (3.4.3) получим частоту волны $f_0 = 1,6$ мГц и инкремент неустойчивости $\gamma = 4,8 * 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. При этом значение отношения инкремента и частоты будет $\gamma/f_0 = 3 * 10^{-2}$. Отметим, что при значении альфеновской скорости $V_A = 1000$ км/с на данной L-оболочке ($L = 6,6R_E$), основная частота альфеновского резонанса будет приблизительно 7,7 мГц. Таким образом, частота дрейфово-компрессионной волны оказывается ниже частоты альфеновского резонанса. При уменьшении значения азимутального волнового числа k_2 , частота дрейфово-компрессионной волны будет тоже уменьшаться, т. к. она прямо пропорциональна k_2 . Полученное отношение инкремента к собственной частоте близко к значениям в [Hughes et al., 1978] для альфеновских волн генерируемых баунс-дрейфовой неустойчивостью и декременту затухания на ионосфере.

Еще важно отметить, что частота дрейфово-компрессионной волны бегущей на восток пропорциональна азимутальному волновому числу, так же как в случае с волной, распространяющейся на запад.

3.6 Заключение к главе 3

В этой главе мы показали, что дрейфово-компрессионные волны могут распространяться в направлении дрейфа электронов, т. е. на восток. В рассмотренной нами модели, как и в предыдущей главе, на генерацию таких волн существенным образом влияют два фактора – неоднородность плазмы поперек магнитных оболочек и инверсность функции распределения частиц по энергиям. При этом нами показано, что эти два фактора могут независимо друг от друга вызывать неустойчивость плазмы, а их комбинация увеличивает инкремент.

Собственная частота дрейфово-компрессионных мод, распространяющихся в сторону дрейфа электронов, пропорциональна азимутальному волновому числу. Такое же поведение характерно и для волн, распространяющихся в сторону дрейфа протонов, рассмотренных в предыдущей главе.

Если функция распределения монотонна (распределение Максвелла), то колебания, распространяющиеся в направлении дрейфа электронов, могут резонансно взаимодействовать с электронами, т. е. возникнет дрейфовая неустойчивость. Это становится возможным при определенных градиентах температуры и концентрации электронов и протонов. Однако численные расчеты показали, что в этом случае градиенты должны быть достаточно сильными, и не ясно, возможны ли такие параметры плазмы в реальной магнитосфере Земли.

Инверсное распределение электронов по энергиям может генерировать дрейфово-компрессионные волны, распространяющиеся на восток, когда фазовая скорость волны меньше средней скорости магнитного дрейфа частиц в пучке (в локальном максимуме инверсного распределения). Такая ситуация возможна даже однородной плазме, а радиальные градиенты температуры и плотности могут снижать порог неустойчивости. Как и в случае распространения волн в сторону дрейфа протонов, инкремент принимает наибольшие значения при росте температуры и уменьшении плотности частиц с удалением от Земли (положительный радиальный градиент температуры и отрицательный радиальный градиент концентрации). Чем сильнее выделен пик в распределении горячих электронов, тем меньше порог неустойчивости.

В качестве примера, мы подобрали параметры потока энергичных электронов таким образом, чтобы функция распределения (рисунок 16) была схожа с наблюдаемыми распределениями в магнитосфере Земли, и посчитали частоту дрейфово-компрессионной волны для магнитной оболочки $L = 6,6R_E$. Она оказалась равной 1,6 мГц, что существенно ниже Альфвеновской частоты 7,7 мГц, которая получается для той же

магнитной оболочки при скорости Альфвена $V_A = 1000$ км/с. В приведенном нами случае, амплитуда дрейфово-компрессионной волны растет с инкрементом 0.03 частоты из-за резонансного взаимодействия с горячими электронами.

Заключение

Целью данной работы было рассмотреть в gyrokinetic approximation азимутально-мелкомасштабные компрессионные волны в магнитосферной плазме.

В первой главе, приведен вывод дисперсионных уравнений компрессионных волн в gyrokinetic approach для однородного магнитного поля при различных составах плазмы, мы рассмотрели случаи, когда частицы распределены по скоростям поперек и вдоль магнитного поля неравномерно, что создает условия для возникновения зеркальной неустойчивости.

Дисперсионное соотношение, найденное нами в рамках gyrokinetics при условии пренебрежения холодными электронами (электроны, тепловая скорость которых меньше фазовой скорости волны) и отсутствия анизотропии частиц по скоростям, полностью совпадает с уравнением для ММЗ волн, получаемым в МГД подходе. Отметим, что для получения корректного дисперсионного уравнения магнитного звука в рамках кинетики необходимо учитывать «продольный потенциал» φ_{\parallel} , который определяет параллельное электрическое поле волны. В гидродинамике оно отсутствует. При этом рост анизотропии до $\tau < -S^2/A^2$, при кинетическом рассмотрении, вызывает неустойчивость, поведение которой сходно с поведением зеркальной неустойчивости, полученной в рамках МГД. В этом случае, из-за схожести решений, такую моду можно назвать «МГД зеркально-неустойчивой», хотя все уравнения получены исключительно в рамках кинетики.

В случае, когда в рассматриваемой плазме концентрация холодных электронов будет больше чем m_e/m_i , а анизотропия скоростей частиц отсутствует, будет существовать только неосциллирующая затухающая мода. Другими словами, даже малая концентрация холодных электронов приводит к невозможности распространения ММЗ колебаний в плазме, где тепловые скорости частиц поперек и вдоль магнитного поля распределены не равномерно. Однако при росте анизотропии до определенных пределов ($|\tau| \ll 1$) появляется растущая мода, так называемая, «кинетическая зеркально-неустойчивая» мода.

В следующих главах, в рамках gyrokinetics, мы рассматривали поперечно-мелкомасштабные компрессионные колебания в аксиально-симметричной двумерно-

неоднородной модели магнитосферы, что позволило учесть эффекты кривизны магнитного поля, а так же эффекты, связанные с баунс-движением заряженных частиц. Магнитное поле Земли считалось дипольным, т. к. такое приближение хорошо работает на рассматриваемой нами области магнитосферы. Кроме того, мы рассмотрели немонотонное распределение частиц по скоростям, обусловленное наличием потоков энергичных протонов и электронов, наблюдаемых в магнитосфере Земли.

Исходя из уравнений гирокинетики, мы получили интегральное уравнение, описывающее продольную структуру дрейфово-компрессионной моды. Численное решение этого уравнения показывает, что такие моды будут узко локализованы в районе геомагнитного экватора, а так же симметричны относительно него. Эти выводы подтверждаются и экспериментально [Higuchi and Kokubun, 1988].

В ходе работы было установлено, что дрейфово-компрессионные моды могут распространяться как в направлении дрейфа протонов, на запад, так и в направлении дрейфа электронов, на восток. При этом неустойчивость может возникать как из-за градиентов температуры и плотности частиц, так и из-за инверсности распределения.

В случае монотонного распределения частиц неустойчивость может быть вызвана различными комбинациями градиентов плотности и температуры. При этом направление фазовой скорости волны должно совпадать с направлением дрейфа энергичных частиц. Другими словами, волны, распространяющиеся на запад, могут резонансно взаимодействовать с протонами, а волны, бегущие на восток – соответственно с электронами. Наибольшие значения инкремента достигаются при увеличении температуры и одновременном уменьшении концентрации с удалением от Земли. Однако полученные численные оценки говорят о том, что для развития неустойчивости при распределении Максвелла, градиенты должны быть достаточно большими, особенно в случае распространения волны в сторону дрейфа электронов, что вряд ли выполняется в земной магнитосфере.

Инверсное распределение частиц по энергиям само по себе провоцирует неустойчивость дрейфово-компрессионных мод, если фазовая скорость волны меньше скорости дрейфа частиц с энергией, соответствующей максимуму функции распределения. При этом градиенты температуры и плотности могут отсутствовать. Чем ярче выражены пучки высокоэнергичных частиц на фоне общего распределения по энергиям, тем ниже порог неустойчивости. В то же время определенные радиальные градиенты температуры и плотности могут еще сильнее снижать этот порог. Так же, как и в случае распределения Максвелла, при инверсном распределении наибольшие

инкременты возникают в случае положительного радиального градиента температуры и отрицательного плотности.

Аналитически показана зависимость частоты дрейфово-компрессионной волны от азимутального волнового числа, что наблюдается экспериментально [Mager et al., 2015; Chelpanov et al., 2016; Rubtsov et al., 2018].

Полученные результаты могут быть полезны при интерпретации наблюдений волновых явлений в магнитосфере с частотами в диапазоне геомагнитных пульсаций Pc5 и ниже.

Список литературы

- Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З. Устойчивость плазмы // Успехи Физических Наук. – 1961. – Т. LXXIII. – Вып. 4. – С. 701–766.
- Гульельми А.В. Геомагнитные пульсации внемагнитосферного происхождения. – М.: ВИНТИ. Итоги науки и техники. Геомагнетизм и высокие слои атмосферы. – 1984. – Т. 7, – С. 114-151.
- Гульельми А.В., Потапов А.С., Д’Коста А. К теории возбуждения геомагнитных пульсаций Pс3 // Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца. – 1976. – Вып. 39. – С. 27–32.
- Гульельми А.В., Троицкая В.А. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы. – М.: Наука, 1973.
- Кадомицев Б.Б. Коллективные явления в плазме. – М. : Наука, 1976. – 238 с.
- Калсруд Р. Основы физики плазмы, в 2 тт. : Под ред. А. А. Галеева, Р. Судана – М. : Энергоатомиздат, 1983. – Т. 1. – С. 122–151.
- Ковнер М.С., Мишин В.В. и Шкелев Е.И. О геомагнитных пульсациях в магнитосфере и неустойчивости Кельвина-Гельмгольца // Геомагнетизм и аэронаука. – 1977, – Т. 16, – С. 714– 718.
- Леонович А.С., Мазур В.А. Линейная теория МГД-колебаний магнитосферы. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 480 С. – ISBN 978-5-9221-1687-9.
- Михайловский А.Б. и Похотелов О.А. Возбуждение альфвеновских волн быстрыми ионами в плазме конечного давления // Журнал технической физики. – 1977. – Вып. 7. – Т. 47. – С. 1355–1360.
- Михайловский А.Б. и Похотелов О.А. Новый механизм генерации геомагнитных пульсаций быстрыми частицами // Физика плазмы. – 1975. – Т. 37. – С. 786–792.

- Михайловский А.Б. и Фридман А.М. Резонансное взаимодействие с частицами волн альфвеновского типа в неоднородной плазме конечного давления // Журнал технической физики. – 1967. – Т. 37. – С. 1782.
- Потапов А.С. Возбуждение геомагнитных пульсаций типа Pc3 перед фронтом околосредней ударной волны пучком отраженных протонов // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. – 1974. – Вып. 34. – С. 3–12.
- Похотелов О.А. и Пилипенко В.А. Дрейфово-зеркальная неустойчивость в кривом магнитном поле // Геомагнетизм и Аэрономия. – 1976. – Т. 16. – С. 161–163.
- Птицына Н.Г., Тясто М.И., Касинский В.В. и Ляхов Н.Н. Влияние космической погоды на технические системы: сбой железнодорожной телеметрии во время геомагнитных бурь // Солнечно-земная физика. – 2008. – Вып. 12. – Т. 2. – С. 360.
- Пудовкин М.И., Распопов О.М., Клейменова Н.Г. Возмущения электромагнитного поля Земли. Часть II. Короткопериодические колебания геомагнитного поля. — 271 с. Л.: Изд-во ЛГУ. 1976.
- Троицкая В.А. и Гульельми А.В. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы // Успехи физических наук. – 1969. – Т. 97, № 3. – С. 454–494.
- Чен Ф. Введение в физику плазмы: Пер. с англ. – М. : Мир, 1987.
- Agapitov A.V. and Cheremnykh O.K. Magnetospheric ULF waves driven by external sources // Advances in Astronomy and Space Physics. – 2013. – Vol. 3. – P. 12–19.
- Agapitov A.V. and Cheremnykh O.K. Polarization of ULF waves in the Earth's magnetosphere // Kinematics and Physics of Celestial Bodies. – 2011. – Vol. 114, no. 3. – P. 117–123.
- Agapitov O., Glassmeier K.-H., Plaschke F., Auster H.-U., Constantinescu D., Angelopoulos V., Magnes W., Nakamura R., Carlson C.W., Frey S., and McFadden J.P. Surface waves and field line resonances: A THEMIS case study // Journal of Geophysical Research. – 2009. – Vol. 114. – P. A00C27.
- Anderson B.J., Engebretson M.J., Rounds S.P., Zanetti L.J. and Potemra T.A. A statistical study of Pc 3-5 pulsations observed by the AMPTE/CCE magnetic fields experiment, 1, Occurrence distributions // Journal of Geophysical Research. – 1990. – Vol. 95, no. A7. – P. 10,495–10,523.
- Antonsen T.M. and Lane B. Kinetic equations for low frequency instabilities in inhomogeneous plasma // Phys. Fluids. – 1981. – Vol. 23. – P. 1205–1214.

- Alfven H. *Cosmical electrodynamics*. – Oxford: Clarendon Press, 1950.
- Alfven H. On the Origin of Cosmic Magnetic Fields // *Astrophysical Journal*. – 1961. – Vol. 133. – P. 1049.
- Allan W., Poulter E.M. and Nielsen E. STARE observations of a Pc5 pulsation with large azimuthal wave number // *Journal of Geophysical Research*. – 1982. – Vol. 87, no. A8. – P. 6163–6172.
- Baddeley L.J., Yeoman T.K., Wright D.M., Trattner K.J. and Kellet B.J. On the coupling between unstable magnetospheric particle populations and resonant high- m ULF wave signatures in the ionosphere // *Annales Geophysicae*. – 2005. – Vol. 23. – P. 567–577.
- Barfield J.N. and McPherron R.L. Statistical characteristics of storm-associated Pc5 micropulsations observed at the synchronous equatorial orbit // *Journal of Geophysical Research*. – 1972. – Vol. 77, no. 25. – P. 4720–4733.
- Barfield J.N. and McPherron R.L. Stormtime Pc 5 Magnetic Pulsations Observed at Synchronous Orbit and their Correlation with the Partial Ring Current // *Journal of Geophysical Research*. – 1978. – Vol. 83, no. A2. – P. 739–743.
- Barfield J.N., McPherron R.L., Coleman Jr. P.J. and Southwood D.J. Storm-Associated Pc 5 Micropulsation Events Observed at the Synchronous Equatorial Orbit // *Journal of Geophysical Research*. – 1972. – Vol. 77, no. 1. – P. 143–158.
- Baumjohann W., Sckopke N., LaBelle J. and Klecker B. Plasma and Field Observations of a Compressional Pc5 Wave Event // *Journal of Geophysical Research*. – 1987. – Vol. 92, no. A11. – P. 12,203–12,212.
- Campbell W.H. and Stiltner E.C. Some characteristics of geomagnetic pulsations at frequencies near 1 c/s // *Radio Science*. – 1965. – Vol. 69D, no. 8. – P. 1117–1132.
- Catto P.J., Tang W.M. and Baldwin D.E. Generalized gyrokinetics // *Plasma Phys*. – 1981. – Vol. 23, no. 7. – P. 639–650.
- Chelpanov M.A., Mager P.N., Klimushkin D.Y., Bergardt O.L. and Mager O.V. Experimental evidence of drift-compressional waves in the magnetosphere: An Ekaterinburg coherent decameter radar case study // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. – 2016. – Vol. 121. – P. 1315–1326.
- Chen L. and Cowley S.C. On field line resonances of hydromagnetic Alfven waves in dipole magnetic field // *Geophysical Research Letters*. – 1989. – Vol. 16, no. 8. – P. 895–897.

- Chen L. and Hasegawa A. A theory of long-period magnetic pulsations 1. Steady state excitation of field line resonances // *Journal of Geophysical Research*. – 1974. – Vol. 79, no. 7. – P. 1024–1037.
- Chen L. and Hasegawa A. Kinetic theory of geomagnetic pulsations, 1. Internal excitations by energetic particles // *Journal of Geophysical Research*. – 1991. – Vol. 96, no. A2. – P. 1503–1512.
- Chen L.-J., Bhattacharjee A., Sigsbee K., Parks G., Fillingim M. and Lin R. Wind observations pertaining to current disruption and ballooning instability during substorms // *Geophysical Research Letters*. – 2003. – Vol. 30, no. 6. – P. 1335.
- Crabtree C., Horton W., Wong H.V., van Dam J.W. Bounce-averaged stability of compressional modes in geotail flux tubes // *Journal of Geophysical Research*. – 2003. – Vol. 108, no. A2. – P. 1084.
- Cummings W.D., O’Sullivan R.J. and Coleman P.J. Standing Alfvén waves in the magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. – 1969. – Vol. 77, no. 3. – P. 778–794.
- Demekhov A.G. Recent progress in understanding Pc1 pearl formation // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. – 2007. – Vol. 69. – P. 1609–1622.
- Du J., Zhang T.L., Nakamura R., Wang C., Baumjohann W., Du A.M., Volwerk M., Glassmeier K.-H. and McFadden J.P. Mode conversion between Alfvén and slow waves observed in the magnetotail by THEMIS // *Geophysical Research Letters*. – 2011. – Vol. 38. – P. L07101.
- Dungey J.W. Electrodynamics of the outer atmosphere // *Ionospheric Research, Scientific Report № 69*. – 1954.
- Eriksson P.T.I. Multi-point Measurements of Ultra Low Frequency Waves in the Terrestrial Magnetosphere. – M.: Ph. D. thesis, Royal Institute of Technology, 2007.
- Eriksson P.T.I., Blomberg L.G., Walker A.D.M. and Glassmeier K.-H. Poloidal ULF oscillations in the dayside magnetosphere: a Cluster study // *Annales Geophysicae*. – 2005. – Vol. 23. – P. 2679–2685.
- Fedorov E.N., Mazur N.G., Pilipenko V.A. and Yumoto K. On the theory of field line resonances in plasma configurations // *Physics of Plasmas*. – 1995. – Vol. 2, Iss. 2. – P. 527–532.
- Fenrich F.R., Samson J.C., Sofko G., Greenwald R.A. ULF high-m and low-m field line resonances observed with the Super Dual Auroral Radar Network // *Journal of Geophysical Research*. – 1995. – Vol. 100, no. A11. – P. 21,535–21,548.

- Fraser B.J. and Summers W.R. Polarization of ionospheric duct propagated Pc1 micropulsations // *Nature*. – 1972. – Vol. 235, no. 3. – P. 170–171.
- Glassmeier K.-H., Buchert S., Motschmann U., Korth A. and Pedersen A. Concerning the generation of geomagnetic giant pulsations by drift-bounce resonance ring current instabilities // *Annales Geophysicae*. – 1999. – Vol. 17. – P. 338–350.
- Hamlin D. A., Karplus R., Vik R. C. and Watson K. M. Mirror and azimuthal drift frequencies for geomagnetically trapped particles // *Journal of Geophysical Research*. – 1961. – Vol. 66, no. 1. – P. 1–4.
- Harang L. Oscillations and vibrations in magnetic records at high-latitude stations // *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*. – 1936. – Vol. 41, no. 4. – P. 329–335.
- Hasegawa A. Drift Mirror Instability in the Magnetosphere // *The Physics of Fluids*. – 1969. – Vol. 12, no. 12. – P. 2642–2650.
- Hasegawa A. Drift-Wave Instabilities of a Compressional Mode in a High- β // *Plasma Physical Review Letters* – 1971. – Vol. 27, Issue 1. – P. 11–14.
- Higuchi T. and Kokubun S. Waveform and polarization of compressional Pc 5 waves at geosynchronous orbit // *Journal of Geophysical Research*. – 1988. – Vol. 93, no. A12. – P. 14,433–14,443.
- Hori T., Nishitani N., Shepherd S.G., Ruohoniemi J.M., Connors M., Teramoto M., et al. Substorm-associated ionospheric flow fluctuations during the 27 March 2017 magnetic storm: SuperDARN-Arased conjunction // *Geophysical Research Letters*. – 2018. – Vol. 45. – P. 9441–9449.
- Horton W., Kim J.-H., Spencer E. and Crabtree C. Kinetic instabilities in substorm dynamics // *International Conference on Substorms (ICS-8)*. – 2007. – P. 99–104.
- Howard T.A. and Menk F.W. Ground observations of high-latitude Pc3-4 ULF waves // *Journal of Geophysical Research*. – 2005. – Vol. 110. – P. A04205.
- Hugnes W.J., Southwood D.J., Mauk B., McPherron R.L. and Barfiel J.N. Alfvén waves generated by an inverted plasma energy distribution // *Nature*. – 1978. – Vol. 275. – P. 43–44.
- Hurricane O.A., Pellat R. and Coroniti F.V. The kinetic response of a stochastic plasma to low frequency perturbations // *Journal of Geophysical Research*. – 1994. – Vol. 21, no. 4. – P. 253–256.

- Jacobs J.A., Kato K., Matsushita S. and Troitskaya V.A. Classification of geomagnetic micropulsations // *Journal of Geophysical Research*. – 1964. – Vol. 69, no. 1. – P. 180–181.
- James M.K., Yeoman T.K., Mager P.N. and Klimushkin D.Y. The spatio-temporal characteristics of ULF waves driven by substorm injected particles // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. – 2013. – Vol. 118. – P. 1737–1749.
- Karpman V.I., Meerson B.I., Mikhailovsky A.B. and Pokhotelov O.A. The effects of bounce resonances on wave growth rates in the magnetosphere // *Planet. Space. Sci.* – 1977. – Vol. 25. – P. 573–585.
- Klimushkin D.Y. Spatial structure of small-scale azimuthal hydrodynamic waves in an axisymmetric magnetospheric plasma with finite pressure // *Plasma Physics Reports*. – 1997. – Vol. 23, no. 10. – P. 858–871.
- Klimushkin D.Y. and Chen L. Eigenmode stability analysis of drift-mirror modes in nonuniform plasmas // *Annales Geophysicae*. – 2006. – Vol. 24. – P. 2435–2439.
- Klimushkin D.Y. and Mager P.N. Spatial structure and stability of coupled Alfvén and drift compressional modes in non-uniform magnetosphere: Gyrokinetic treatment // *Planet. Space Sci.* – 2011. – Vol. 59. – P. 1613–1620.
- Klimushkin, D.Y., Mager P.N. and Pilipenko V.A. On the ballooning instability of the coupled Alfvén and drift compressional modes // *Earth Planets Space*. – 2012. – Vol. 64. – P. 777–781.
- Kremser G., Korth A., Fejer J.A., Wilken B., Gurevich A.V. and Amata E. Observations of quasi-periodic flux variations of energetic ions and electrons associated with Pc5 geomagnetic pulsations // *Journal of Geophysical Research*. – 1981. – Vol. 86, no. A5. – P. 3345–3356.
- Le Contel O., Pellat R. and Roux A. Self-consistent quasi-static radial transport during the substorm growth phase // *Journal of Geophysical Research*. – 2000. – Vol. 105, no. A6. – P. 12,929–12,944.
- Leonovich A.S. A theory of field line resonance in a dipole-like axisymmetric magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. – 2001. – Vol. 106, no. A11. – P. 25,803–25,812.
- Leonovich A.S. and Mazur V.A. A theory of transverse small-scale standing Alfvén waves in an axially symmetric magnetosphere // *Planet. Space Sci.* – 1993. – Vol. 41, no. 9. – P. 697–717.
- Leonovich A.S. and Mazur V.A. Resonance excitation of standing Alfvén waves in an axisymmetric magnetosphere (Monochromatic oscillations) // *Planet. Space Sci.* – 1989. – Vol. 37. – P. 1095–1108.

- Leonovich A.S., Kozlov D.A. and Pilipenko V.A. Magnetosonic resonance in a dipole-like magnetosphere // *Annales Geophysicae*. – 2006. – Vol. 24. – P. 2277–2289.
- Mager P.N., Berngardt O.I., Klimushkin D.Y., Zolotukhina N.A. and Mager O.V. First results of the high-resolution multibeam ULF wave experiment at the Ekaterinburg SuperDARN radar: Ionospheric signatures of coupled poloidal Alfvén and drift-compressional modes // *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*. – 2015. – Vol. 130–131. – P. 112–126.
- Mager P. N. and Klimushkin D.Yu. Theory of azimuthally small-scale Alfvén waves in an axisymmetric magnetosphere with small but finite plasma pressure // *Journal of Geophysical Research*. – 2002. – Vol. 107, no. A11. – P. SMP 10–1–SMP 10–8.
- Mager P.N., Klimushkin D.Y. and Kostarev D.V. Drift-compressional modes generated by inverted plasma distributions in the magnetosphere // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. – 2013. – Vol. 118, no. A12. – P. 4915–4923.
- Melikyan K.A., Pilipenko V.A. and Kozyreva O.V. Spatial structure of Pc5 waves in the outer magnetosphere according to observations onboard the THEMIS satellites // *Cosmic Research*. – 2013. – Vol. 51, no. 3. – P. 165–176.
- Mishin V.V. On the MHD instability of the earth's magnetopause and its geophysical effects // *Planetary and Space Science*. – 1981. – Vol. 29. – P. 359–363.
- Mursula K., Kangas J., Kerttula R., Pikkarainen T., Guglielmi A., Pokhotelov O. and Potapov A. New constraints on theories of Pc1 pearl formation // *Journal of Geophysical Research*. – 1999. – Vol. 104, no. A6. – P. 12,399–12,406.
- Ng P.H., Patel V.L. and Chen S. Drift compressional instability in the magnetosphere // *Journal of Geophysical Research*. – 1984. – Vol. 89, no. A12. – P. 10,763–10,769.
- Pilipenko V.A. ULF waves on the ground and in space // *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*. – 1990. – Vol. 52, Issue 12. – P. 1193–1209.
- Pokhotelov O.A., Balikhin M.A., Alleyne H.S.-C.K. and Onishchenko O.G. Mirror instability with finite electron temperature effects // *Journal of Geophysical Research*. – 2000. – Vol. 105, no. A2. – P. 2393–2401.
- Pokhotelov O.A., Balikhin M.A., Sagdeev R.Z. and Treumann R.A. Halo and mirror instabilities in the presence of finite Larmor radius effects // *Journal of Geophysical Research*. – 2005. – Vol. 110. – P. A10206.

- Pokhotelov O.A., Onishchenko O.G., Balikhin M.A., Treumann R.A. and Pavlenko V.P. Drift mirror instability in space plasmas, 2, Nonzero electron temperature effects // *Journal of Geophysical Research*. – 2001. – Vol. 106, no. A7. – P. 13,237–13,246.
- Pokhotelov O.A., Pilipenko V.A. and Amata E. Drift anisotropy instability of a finite- β magnetospheric plasma // *Planetary and Space Science*. – 1985. – Vol. 33, Issue 11. – P. 1229–1241.
- Porazik P. and Lin Z. Gyrokinetic particle simulation of drift-compressional modes in dipole geometry // *Physics of plasmas*. – 2011. – Vol. 18. – P. 072107.
- Potapov A. S.; Mazur V. A. Pc3 Pulsations: From the Source in the Upstream Region to Alfvén Resonances in the Magnetosphere. Theory and Observations // *Solar Wind Sources of Magnetospheric Ultra-Low-Frequency Waves; Geophysical Monograph 81*. – 1994. – P. 135–145.
- Radoski H.R. A note on oscillating field lines // *Journal of Geophysical Research*. – 1967. – Vol. 72, no. 1. – P. 418–419.
- Rae I.J., Mann I.R., Watt C.E.J., Kistler L.M. and Baumjohann W. Equator-S observations of drift mirror mode waves in the dawnside magnetosphere // // *Journal of Geophysical Research*. – 2007. – Vol. 112. – P. A11203.
- Rostoker G. and Samson J.C. Pc micropulsations with discrete latitude dependent frequencies // *Journal of Geophysical Research*. – 1972. – Vol. 77, no. 31. – P. 6249–6253.
- Rubtsov A.V., Agapitov O.V., Mager P.N., Klimushkin D.Yu., Mager O.V., Mozer F.S. and Angelopoulos V. Drift resonance of compressional ULF waves and substorm-injected protons from multipoint THEMIS measurements // *Journal of Geophysical Research: Space Physics*. – 2018. – Vol. 123. – P. 9406–9419.
- Saka O., Okada K., Watanabe O., Baker D.N., Reeves G.D. and Belian R.D. Pi 2-associated particle flux and magnetic field modulations in geosynchronous altitudes // *Journal of Geophysical Research*. – 1997. – Vol. 102, no. A6. – P. 11,363–11,373.
- Saka O., Watanabe O. and Baker D.N. A possible driving source for transient field line oscillations in the postmidnight sector at geosynchronous altitudes // *Journal of Geophysical Research*. – 1996. – Vol. 101, no. A11. – P. 24,719–24,726.
- Saito T. Geomagnetic pulsations // *Space Science Reviews*. – 1969. – Vol. 10. – P. 319–412.
- Southwood D.J. Low frequency pulsation generation by energetic particles // *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*. – 1980. – Vol. 32, suppl. II. – P. 75–88.

- Southwood D.J. Some features of field line resonance in the magnetosphere // *Planetary and Space Science*. – 1974. – Vol. 22, no. 3. – P. 483–491.
- Southwood D.J., Dungey J.W. and Etherington R.J. Bounce resonant interaction between pulsations and trapped particles // *Planetary and Space Science*. – 1969. – Vol. 17, no. 3. – P. 349–361.
- Stewart B. On the great magnetic disturbance which extended from August 28 to September 7, 1859, as recorded by photography at the Kew Observatory // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. – 1861. – Vol. 151, – P. 423–429.
- Sucksdorff E. Occurrences of rapid micropulsations at Sodankyla during 1932 to 1935 // *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*. – 1936. – Vol. 41, no. 4. – P. 337–345.
- Sugiura M. and Wilson C.R. Oscillation of the geomagnetic field lines and associated magnetic perturbations at conjugate points // *Journal of Geophysical Research*. – 1964. – Vol. 69, no. 7. – P. 1211–1216.
- Takahashi K. and Anderson B.J. Distribution of ULF-energy ($f < 80$ mHz) in the inner magnetosphere: a statistical analysis of AMPTE CCE magnetic field data // *Journal of Geophysical Research*. – 1992. – Vol. 97, no. A7. – P. 10,751–10,769.
- Takahashi K., Higbie P.R. and Baker D.N. Azimuthal propagation and frequency characteristic of compressional Pc5 waves observed at geostationary orbit // *Journal of Geophysical Research*. – 1985. – Vol. 90, no. A2. – P. 1473–1485.
- Takahashi K., Sato N., Warnecke J., Lühr H., Spence H.E. and Tonegawa Y. On the standing wave mode of giant pulsations // *Journal of Geophysical Research*. – 1992. – Vol. 97, no. A7. – P. 10,717–10,732.
- Tamao T. The structure of three dimensional hydromagnetic waves in a uniform cold plasma // *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*. – 1964. – Vol. 89, no. 6. – P. 89–114.
- Troitskaya V.A. Pulsation of the Earth's electromagnetic field with periods of 1 to 15 seconds and their connection with phenomena in the high atmosphere // *Journal of Geophysical Research*. – 1961. – Vol. 66, no. 1. – P. 5–18.
- Troitskaya V.A., Gulelmi A.V. Geomagnetic micropulsations and diagnostics of the magnetosphere // *Space Science Reviews*. – 1967. – Vol. 7. – P. 689–768.
- Vaivads A., Baumjohann W., Haerendel G., Nakamura R., Kucharek H., Klecker B., Lessard M.R., Kistler L.M., Mukai T. and Nishida A. Compressional Pc5 type pulsations in the morningside plasma sheet // *Annales Geophysicae*. – 2001. – Vol. 19. – P. 311–320.

Verkhoglyadova O., Agapitov A., Andrushchenko A., Ivchenko V., Romanov S. and Yermolaev Y. Compressional wave events in the dawn plasma sheet observed by Interball-1 // *Annales Geophysicae*. – 1999. – Vol. 17. – P. 1145–1154.

Walker A.D.M. *Magnetohydrodynamic Waves in Geospace. The Theory of ULF Waves and their Interaction with Energetic Particles in the Solar–Terrestrial Environment*. – Bristol and Philadelphia: Institute of Physics Publishing, 2005.

Yeoman T.K., Tian M., Lester M. and Jones T.B. A study of Pc5 hydromagnetic waves with equatorward phase propagation // *Planet. Space Sci.* – 1992. – Vol. 40, no. 6. – P. 797–810.