VI НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ШКОЛЬНИКОВ ИРКУТСКОЙ ОБЛАСТИ
«ЧЕЛОВЕК И КОСМОС»

Научно-исследовательская работа

«РАСЧЕТ ВЫСОТ ЭЛЕМЕНТОВ РЕЛЬЕФА АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПО ФОТОСНИМКУ»

Выполнил:

Швец Николай Игоревич
ученик 11 класса
МБОУ «СОШ№25»
г. Тулун

Научный руководитель:

Челпанов Андрей Алексеевич
ИСЗФ СО РАН

2016 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Каждый из нас видел луну множество раз, и при упоминании о ней нам представляется бело-желтая сфера, сплошь усеянная темными пятнами. Эти темные пятна — кратеры всевозможных размеров, бескрайние моря застывшей лавы, трещины и горные пики... Луна была одним из первых объектов, на которые направил свой взор человек — именно рельеф нашего спутника был описан первым, и за это время было предложено множество методов его исследования. Попробуем и мы заняться своеобразным исследованием лунного рельефа.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ

Цель нашей работы — найти способ определения высот объектов лунного рельефа по фотографиям со спутников с приемлемой точностью в 80–90 %.

ЗАДАЧИ:

-Вывести формулу(ы) для расчета высот элементов рельефа астрономического объекта;

-Экспериментально при помощи макета проверить правильность выведенных формул;

-На основе формул написать программу для удобного расчета высот элементов рельефа;

-Рассчитать высоту лунной горы.

ВЫВОД ФОРМУЛ

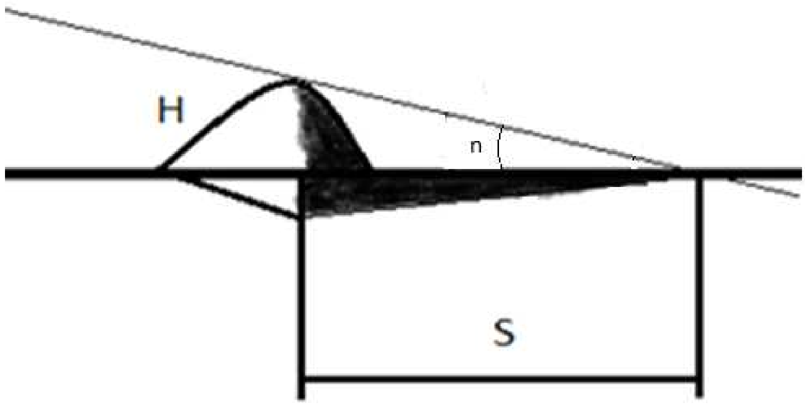
Чтобы измерить высоту лунной горы, нам понадобится вывести формулу нахождения высоты любой горы по фотоснимку, в исходных данных мы имеем изображение Луны, на котором видна тень от горы и известный диаметр Луны.

$tg(n) = H / S$ (для удобства обозначим эту формулу цифрой *1*), следовательно

$H = S \times tg(n)$; где

S – длина тени;

n– угол падения солнечных лучей.



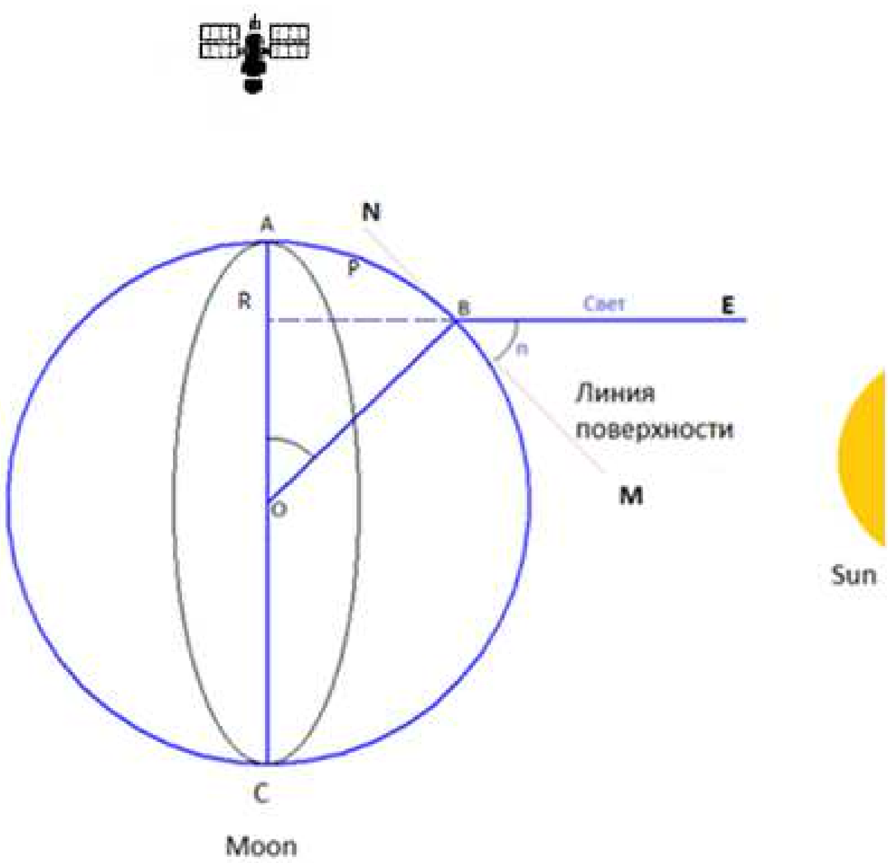
$n=180 \times P/\pi \times r$ (из формулы длины дуги $P= \pi \times r \times n/180$), что легко доказать, рассмотрев треугольник *ORB* с внешним углом *OBE*:

Внешний угол треугольника равен сумме двух других углов треугольника, не смежных с ним. *OB* пересекает касательную *NM* под прямым углом (по свойству радиуса к касательной).

n = ($\angle ROB$ + $\angle ORB$) – $\angle OBM$ = (90 град($\angle ORB$) + $\angle ROB$) – 90град($\angle OBM$) =

$\angle ROB$, отсюда следует, что $\angle MBE = \angle ROB$, что и требовалось доказать.

Где P — длина дуги в пикселях, границами которой являются точка A — некоторая точка, лежащая на терминаторе, и точка B — центр основания горы; $\pi \approx 3{,}14$; r — радиус луны, а n — искомый угол.



В итоге наша формула имеет вид:

$$H = S * tg\left(\frac{180 * P}{\Pi * r}\right) * \frac{D}{Dpix}$$

D/Dpix — отношение диаметра Луны в км к диаметру Луны на изображении в пикселях, или, другими словами, масштаб изображения.

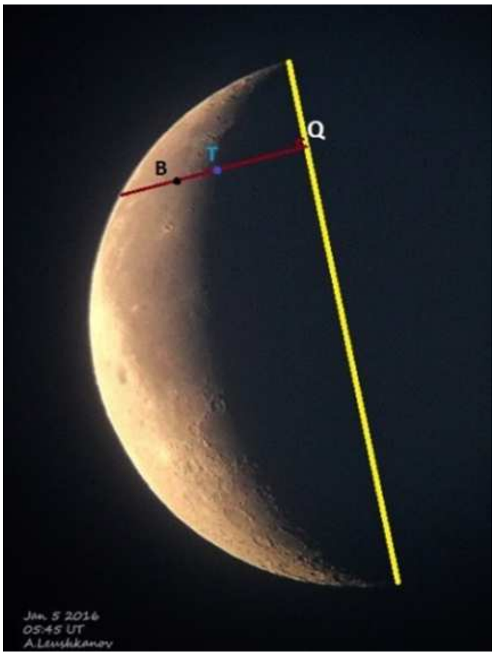
Важно отметить, что $n=180\times P/\pi\times r$ — немного упрощенная формула подсчета угла. Она дает точный результат при двух условиях:

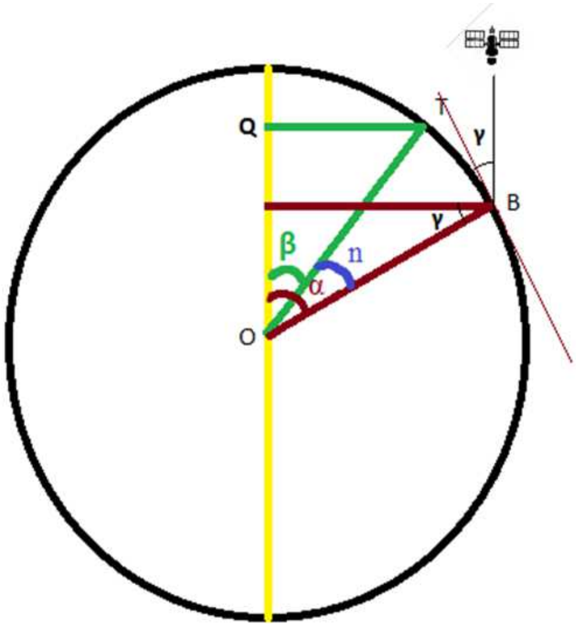
1) Угол падения света должен быть маленьким;

2) Терминатор должен находиться вблизи центра диска Луны.

В таком случае тень и линия поверхности, которой принадлежит гора, не искажена, потому что лежит на поверхности, перпендикулярной направлению зрения, в плоскости неба.

В более общем случае, когда терминатор лежит в удалении от центра диска луны, то *P* (расстояние от объекта до терминатора) будет выглядеть на фотографии меньше из-за того, будет наблюдаться под углом (так же, как и тень). Из исходных данных мы все так же имеем диаметр Луны и фотоснимок Луны с горой, отбрасывающей тень.





Сделав чертеж, мы видим, что угол n (TOB) (угол падения солнечных лучей) является разностью или суммой углов α и β (в зависимости от того, расположены ли терминатор и гора по одну сторону от жёлтой линии или по разные). Здесь T — точка пересечения перпендикуляра BQ и линии терминатора; B — гора; R радиус Луны в пикселях.

Так как нам известен реальный радиус Луны, а радиус R (в пикселях), отрезки BQ (pix) и TQ (pix) мы можем измерить по фотоснимку, то мы можем найти величины углов β и α.

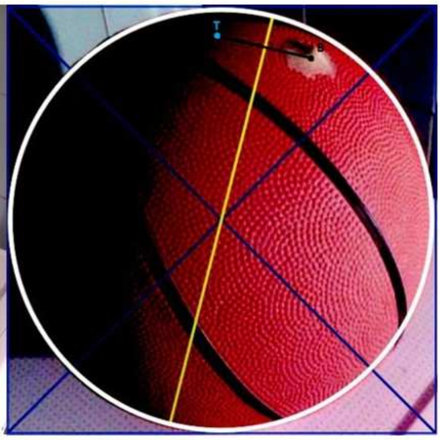
На рисунке жёлтой линией показан диаметр, соединяющий крайние точки терминатора. Если гора лежит на значительном расстоянии от этой линии, то её тень видна под некоторым углом γ, и из-за этого кажется меньше, чем она есть на самом деле. Для того, чтобы найти истинную длину тени, нужно видимую длину тени S разделить на $\sin\gamma$. По правилам прямоугольного треугольника $\sin\gamma = \cos\alpha$, а угол α можно вычислить по чертежу. Таким образом, формула в общем случае принимает следующий вид:

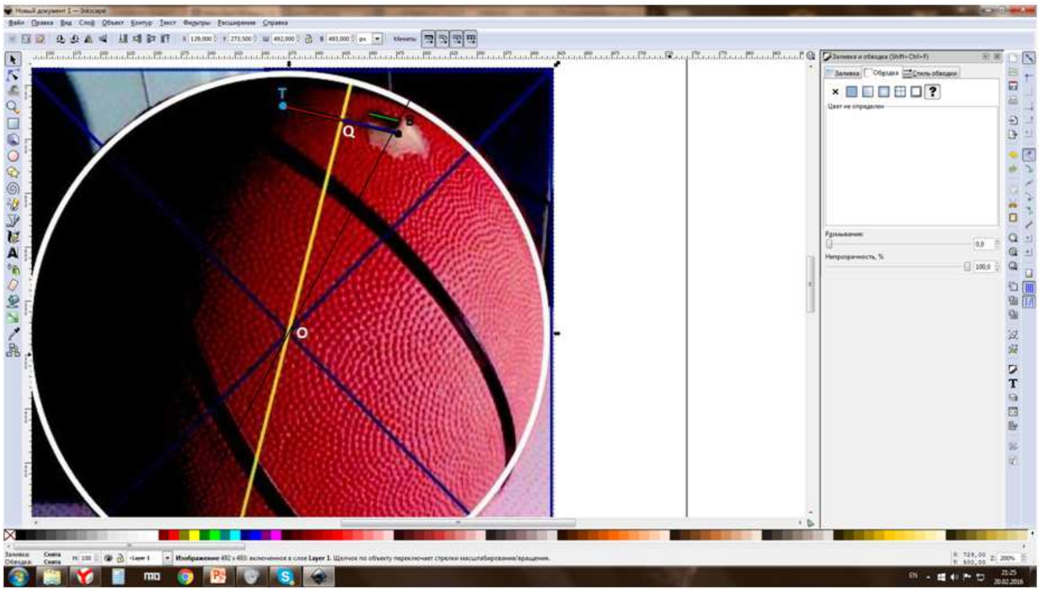
$$H = \frac{S}{\cos(\arcsin\left(\frac{BQ}{R}\right))} * tg(\arcsin\left(\frac{BQ}{R}\right) \pm \arcsin\left(\frac{TQ}{R}\right)) * \frac{D}{Dpix}$$

Обозначим эту формулу цифрой *2*.

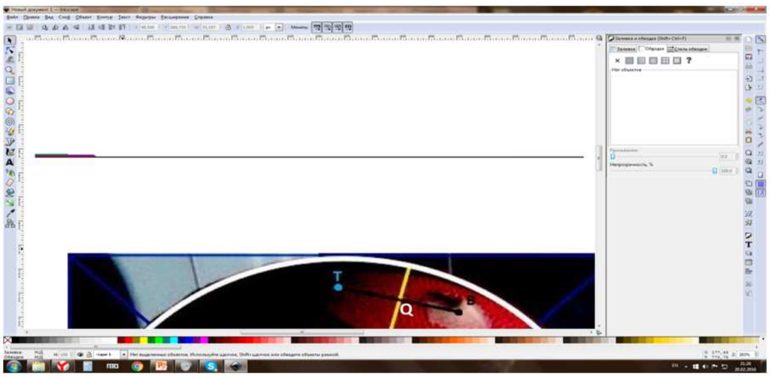
ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Проверим правдивость формулы (*2*), воспроизведём условия в виде макета. На обычный баскетбольный мяч налепим пластилиновую «гору» и сфотографируем его в темном помещении, осветив одну из сторон так, чтобы наша «гора» отбросила тень. Сделанную фотографию отредактируем и расчертим в редакторе *inkscape*.



Сделаем необходимые замеры, проводя прямые линии и прикладывая их к пиксельной линейке.



Подставив значения переменных в формулу *(2)* и вычислив высоту нашей пластилиновой «горы» получаем значение 0,7002 см ± 0,05 см.

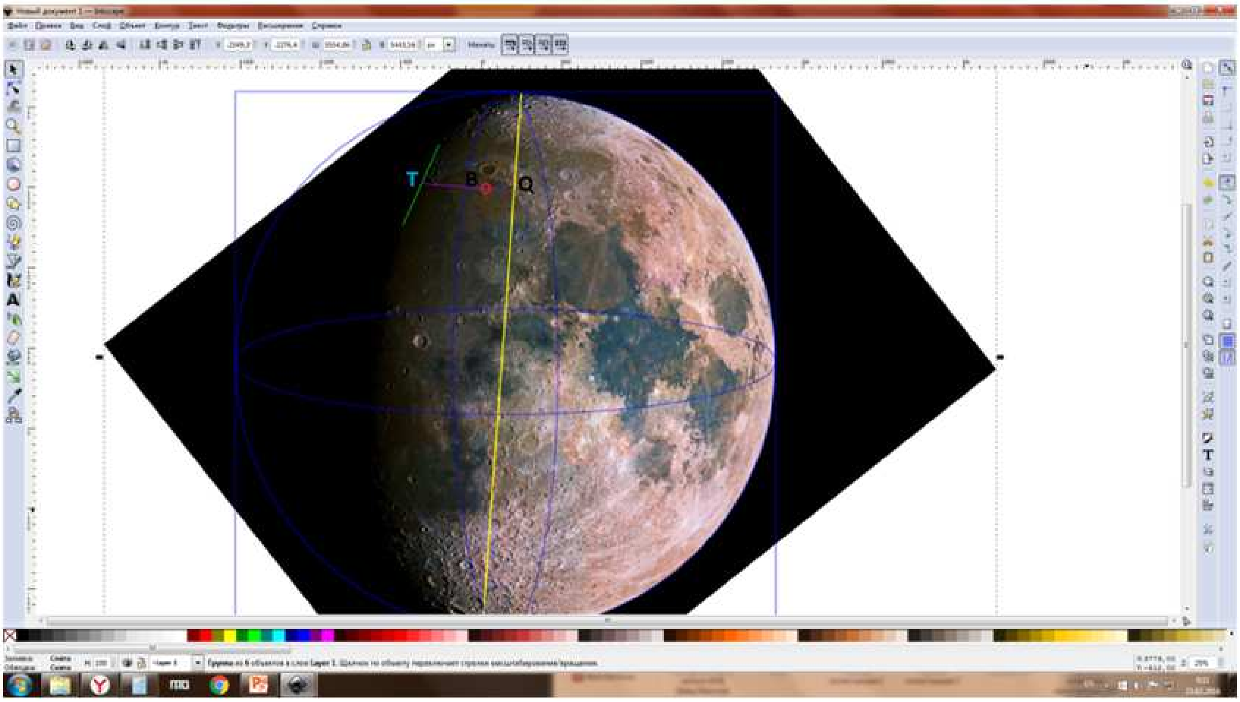
Так как измерение прямое, то погрешность для него составляет половину цены деления измерительного прибора, в нашем случае — штангенциркуля, то есть, 0,05см.

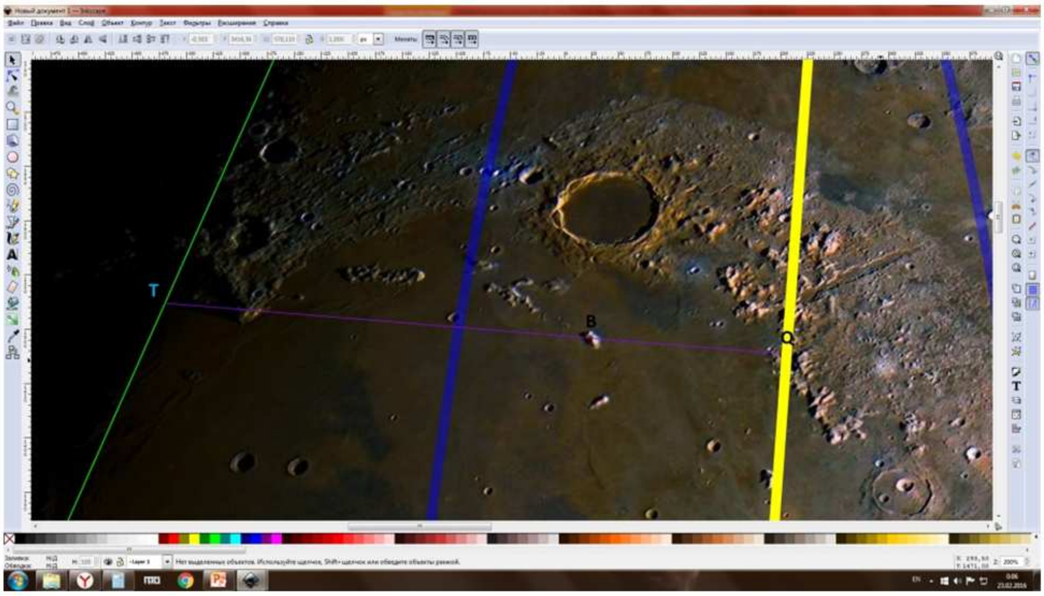
Замерив нашу «гору» штангенциркулем, получили значение 0,6 см, следовательно, точность расчетов ≈ 83,3%

Этот способ имеет относительно высокую точность, но не идеальную, так как чтобы получить стопроцентно точный результат, нужно стопроцентно точно определить положение терминатора, чтосделать довольно проблематично без специальных измерительных приборов.

Кроме того, диаметр Луны несопоставимо больше высоты гор и длины их теней. В случае нашего макета, длина тени получилась хоть и значительно меньше, но сравнимой с диаметром мяча, что, очевидно, внесло неточность в результат.

Проверив формулу на макете, мы можем попытаться рассчитать высоту какого-нибудь реального элемента рельефа лунной поверхности. Например, горы Пико, расположенной в северной части Моря Дождей. Чтобы каждый раз не проводить такие громоздкие вычисления вручную, составим программу в Microsoft Excel.





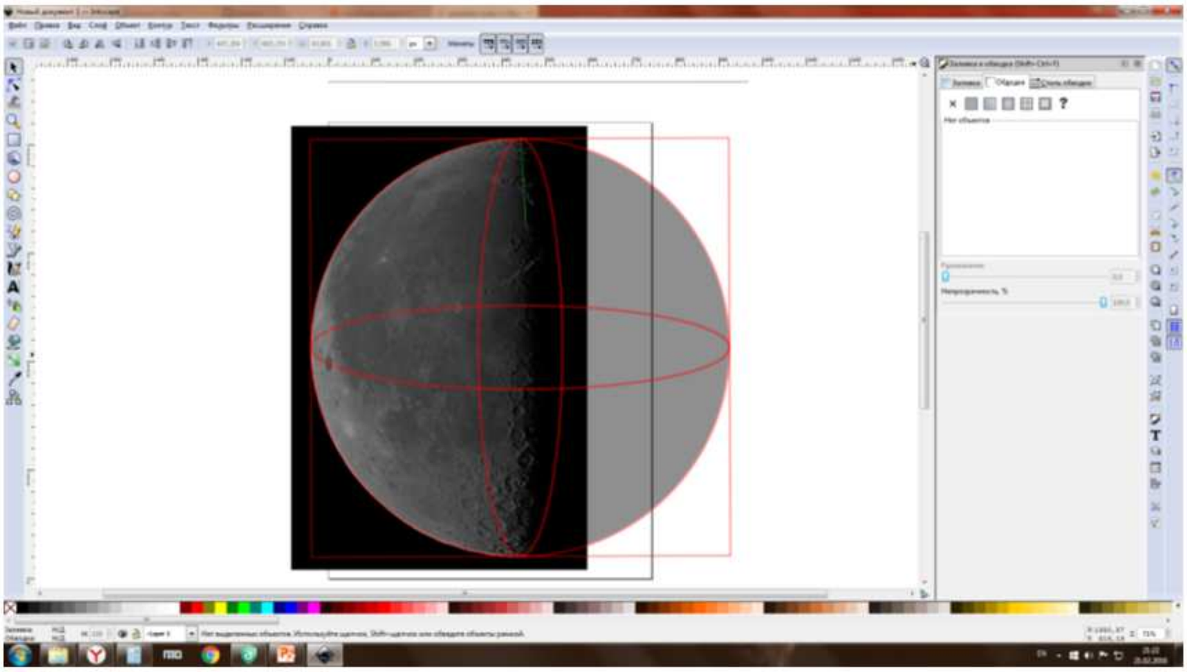
Расчертим снимок в редакторе Inkscape, замерим пиксельной линейкой необходимые нам параметры, подставим их значения в программу.

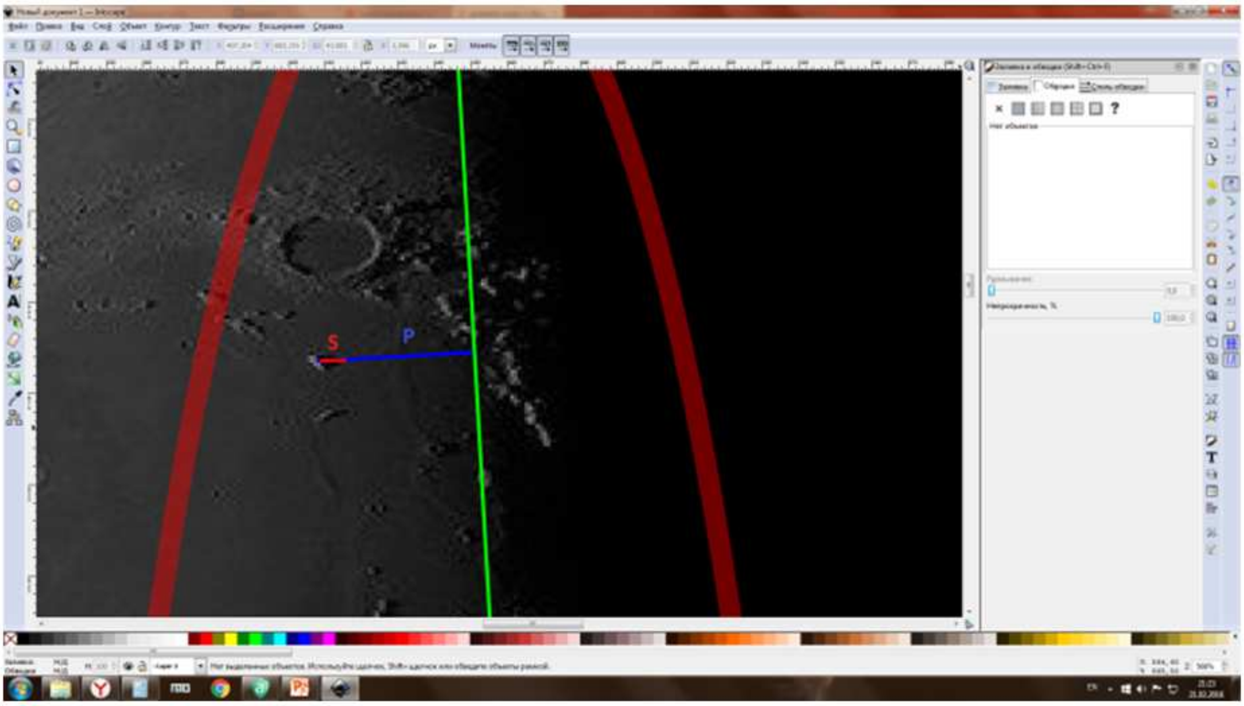
S	9,96
BQ	180,68
TQ	577,11
R	1686,165
D луны (pix)	3372,33
D луны (константа)	3474

$$H = \frac{S}{\cos(\arcsin(\frac{BQ}{R}))} * tg(\arcsin\left(\frac{BQ}{R}\right) - \arcsin\left(\frac{TQ}{R}\right)) * \text{Dлуны/Dлуны(pix)}$$

Результат H: 2,5469

Чтобы убедиться в точности вычисления высоты горы Пико, проведем его повторно, но на этот раз возьмем другую фотографию Луны в другой ее фазе.





В данном случае воспользуемся формулой (1) так как выполняются все необходимые условия для точного расчета. Расчет будет проходить в Microsoft Excel.

Исходные данные

S	7,5
P	42,87
r	483,8
D луны (pix)	967,6
D луны (константа)	3474

$$H = S * tg\left(\frac{180 * P}{\Pi * r}\right) * \frac{D}{Dpix}$$

Результат H: 2,3936

Два раза измерив один и тот же объект, мы можем рассчитать погрешность измерения. Так как мы имеем два значения (максимальное и минимальное), то можем воспользоваться методом Корнфельда, заключающимся в выборе доверительного интервала в пределах от минимального до максимального результата измерений, где погрешность — это половина разности между максимальным и минимальным результатом измерения.

$$\Delta x = \frac{xmax - xmin}{2} \qquad \Delta x = \frac{2546{,}9 - 2393{,}6}{2} = 76{,}65\text{м}$$

Итак, высота горы Пико H = 2470,25м ± 76,65м.

Приведенная в атласе лунной поверхности высота этой горы составляет 2420м, следовательно точность наших расчетов ≈ 98%

ВЫВОД

Поочередно выполнив поставленные задачи, мы нашли приемлемо точный способ определения высот элементов рельефа Луны по фотографиям с Земли со спутников.

В ходе работы мы рассчитали формулы, которые можно использовать для определения высот гор и глубин кратеров. В качестве исходных данных используется диаметр космического тела и длина тени, измеренная по фотоснимку.

В практической части работы мы применили полученные формулы для экспериментального макета, а так же вычислили высоты ряда гор на поверхности Луны. Расчет осуществлялся в среде программирования Visual Basic при помощи формул, выведенных в ходе работы и проверенных экспериментально.

Наш подход позволяет рассчитывать высоты элементов рельефа не только Луны, но и любых других космических тел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Справочник по тригонометрии. Под ред. Фильчакова П. Ф. — Киев, "Наукова думка", 1966. — 442 с.
2. https://ru.wikipedia.org/wiki/Луна
3. Погрешности измерений. С.Г. Рабинович. — «Энергия», 1998. — 260 с.
4. Руководство по векторному редактору Inkscape. http://www.inkscapebook.ru/first/