

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ СОЛНЕЧНО-ЗЕМНОЙ ФИЗИКИ
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

УДК 523.98

Лен-

Непомнящих Александр Алексеевич

**СОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ СОЛНЕЧНОГО ДИНАМО И
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ВРАЩЕНИЯ**

Специальность 01.03.03 - Физика Солнца

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

Доктор физико-математических наук

Кичатинов Леонид Леонидович

Иркутск - 2019

Оглавление

Введение	3
1 Согласование моделей динамо и дифференциального вращения	10
1.1. Дифференциальное вращение	11
1.2. Модель динамо	19
1.2.1. Альфа-эффект	21
1.2.2. Диамагнитный перенос.....	24
1.3. Численные методы решения	28
1.4. Определение параметров	31
1.5. Результаты моделирования.....	35
1.6. Выводы к главе 1	39
2 Моделирование изменчивости циклов солнечной активности...	40
2.1. Флуктуации альфа-эффекта в модели динамо.....	42
2.2. Определение характерного времени флуктуаций	44
2.3. Ожидаемые эффекты флуктуаций	45
2.4. Результаты моделирования изменчивости солнечных циклов	49
2.4.1. Грандиозные максимумы	52
2.4.2. Грандиозные минимумы.....	55
2.5. Асимметрия формы циклов.....	59
2.5.1. Влияние флуктуаций на форму циклов	61
2.5.2. Сравнение с наблюдениями.....	65
2.6. Выводы к главе 2	67
3 Приложения к звездам	69
3.1. Основные предположения и методы	71
3.2. Пороговое звездное динамо	74
3.3. Выводы к главе 3	78
Заключение.....	81
Список литературы	84

Введение

Актуальность темы исследования

Магнитная активность Солнца является ключевым элементом системы солнечно - земных связей, определяющим физические условия в гелиосфере и околоземном космическом пространстве. Изучение магнитной активности Солнца имеет продолжительную историю. Накоплен обширный наблюдательный материал, позволивший выявить ряд закономерностей организации солнечной активности во времени и пространстве. Теоретическая интерпретация этих закономерностей является задачей теории динамо - особой области современной магнитной гидродинамики. Последнее десятилетие отмечено значительным продвижением в теории солнечной активности. Существенно улучшилось согласие количественных моделей с наблюдениями. Удалось объяснить, а в некоторых случаях и предсказать, некоторые наблюдаемые явления. Имеется, однако, ряд нерешенных проблем, нуждающихся в дальнейшем изучении либо уточнении.

Сравнение имеющихся в настоящее время моделей солнечного динамо показывает существенные различия. Обычной практикой является задание ключевых параметров моделей из правдоподобных, но интуитивных соображений. Неопределенность в важнейших параметрах снижает доверие к моделям. С большой актуальностью встала проблема устранения этой неопределенности. В диссертации для этой цели используются две возможности.

Во-первых, проводится согласование моделей динамо и дифференциального вращения Солнца. Теории глобальных гидродинамических течений и магнитных полей Солнца близки по используемым методам и подходам, но развивались в значительной степени независимо. Однако важнейшие для динамо параметры являются либо зависимыми переменными гидродинамических моделей (как, например, меридиональное течение), либо известными функциями этих переменных (как турбулентные коэффициенты переноса). Согласование с моделью дифференциального вращения позволяет не задавать, а рассчитывать некоторые из необходимых параметров.

Другим, и более традиционным, подходом было детальное сравнение результатов модели с данными наблюдений. Так экваториальная симметрия и моменты обращения знака магнитного поля в расчетах динамо чувствительны к зависимости параметра α альфа-эффекта теории динамо от широты, и сравнение с наблюдениями существенно ограничивает неопределенность в этой зависимости. Особое значение в этом отношении имеет сравнение с данными для подобных Солнцу звезд. На этом пути удастся определить величину α как функцию скорости вращения и цвета (эффективной температуры) звезды. Это определяет величину α для Солнца и позволяет сформулировать предсказания о магнитных полях подобных Солнцу звезд.

Построение адекватных моделей динамо важно для понимания природы солнечной активности. Значительная часть диссертации посвящена количественным моделям солнечного динамо. Они воспроизводят основные наблюдаемые глобальные характеристики солнечных циклов. При учете флуктуаций альфа-эффекта с параметрами, определенными по данным о солнечных пятнах, модели показывают глобальные минимумы и максимумы магнитной активности, а также среднестатистическую асимметрию формы солнечных циклов. Результатам численного моделирования даны наглядные физические объяснения. Такие расчеты важны для изучения природы глобальных изменений солнечной активности, что и определяет актуальность исследования.

Степень разработанности темы исследования

Теория динамо магнитной активности Солнца начала развиваться с середины прошлого века. Основные концепции генерации магнитного поля в результате совместного действия дифференциального вращения и циклонической конвекции были сформулированы Паркером [Parker, 1955]. Впоследствии, предложенный Паркером механизм получил название $\alpha\Omega$ -динамо. Бэбкок [Babcock, 1961] отметил, что механизм формирования глобального полоидального поля Солнца, аналогичный α -эффекту циклонической конвекции, может быть связан с правилом Джоя [Hale et al., 1919] для групп солнечных пятен. Вопрос о том, какой из механизмов генерации полоидального поля - механизм Паркера, или Бэбкока - является основным для солнечного динамо все еще не решен. Уже первые количественные (численные) модели $\alpha\Omega$ -динамо дали осциллирующие решения, похожие на солнечные циклы активности [Leighton, 1969;

Steenbeck and Krause, 1969; Köhler, 1973; Иванова и Рузмайкин, 1976]. Правило Йошимуры [Yoshimura, 1975] для волн магнитного поля (динамо-волн) и применение асимптотических методов к описанию их распространения [Кузанын и Соколов, 1996] позволили объяснить результаты численных моделей. Однако количественное рассогласование с наблюдениями по ряду параметров на порядок величины и более сохранялось длительное время. Ситуация улучшилась после выяснения роли меридионального течения в широтной миграции крупномасштабных полей [Choudhuri et al., 1995; Nandy and Choudhuri, 2002]. Однако лишь недавно появились первые сведения гелиосейсмологии о распределении меридионального течения в конвективной зоне, не противоречащие фундаментальному требованию сохранения массы солнечного вещества [Rajaguru and Antia, 2015; Mandal et al., 2018]. В отсутствие надежных данных о меридиональной циркуляции, с большой актуальностью встала задача объединения моделей динамо и дифференциального вращения (последние определяют также и меридиональную циркуляцию). Такое объединение позволяет также рассчитывать коэффициенты турбулентной диффузии магнитного поля, от которых существенно зависят результаты моделей динамо [Jiang et al., 2007]. Модели солнечного динамо, учитывающие перенос магнитного поля меридиональным течением, концентрацию поля к основанию конвективной зоны и нелокальный альфа-эффект Бэбкока-Лейтона стали близко соответствовать наблюдениям [Charbonneau, 2010; Kitchatinov and Olemskoy, 2012; Jiang et al., 2013]. Солнечные циклы активности различаются по форме, амплитуде и длительности. Теория объясняет такую изменчивость флуктуациями параметров динамо [Hoynig, 1988; Moss et al., 2008; Karak and Choudhuri, 2013]. Параметры флуктуаций в различных моделях динамо существенно различаются. Так характерная длительность флуктуаций (время корреляции) в различных моделях варьируется от периода вращения Солнца до периода цикла активности, то есть в пределах двух порядков величины. Актуальной остается задача определения параметров флуктуаций по данным наблюдений. Успехи в моделировании солнечного динамо открывают возможность их применения к подобным Солнцу звездам. Солнечно-звездные аналогии продуктивны и в «обратном направлении». В частности, данные о вращении звезд [Metcalf and van Saders, 2017] позволили определить величину превышения скоростью вращения Солнца ее

пороговой величины для действия динамо.

Методология и методы исследования

В работе использовались методы физического и численного моделирования меридиональной циркуляции, дифференциального вращения и магнитной активности звезды. Для описания флуктуаций механизма Бэбкока-Лейтона были использованы эмпирические выражения. Для проверки корректности результатов численных расчетов проводился сравнительный анализ с наблюдательными данными для различных параметров солнечной и звездной активности.

Цели и задачи

Работа направлена на построение адекватной и откалиброванной по данным наблюдений модели солнечного динамо согласованной по используемым в ней крупномасштабным течениям и численным методам с моделью дифференциального вращения с последующим применением ее к подобным Солнцу звездам.

В контексте изложенной цели можно сформулировать следующие решаемые в настоящей работе задачи:

- Определение неоднозначных параметров (отношение $Rm = \nu_T / \eta_T$ коэффициентов турбулентных вязкости и магнитной диффузии и параметр n_α зависимости α -эффекта от широты λ : $\alpha \sim \sin \lambda \cos^{n_\alpha} \lambda$) модели из требования соответствия наблюдениям расчетного периода цикла и экваториальной симметрии магнитного поля;
- Согласование моделей динамо и дифференциального вращения с учетом нелокального альфа-эффекта и диамагнитной накачки;
- Развитие модели с учетом флуктуаций альфа-эффекта. Определение характерного времени корреляции флуктуаций. Сравнение теоретических расчетов с данными наблюдений;
- Применение модели к подобным Солнцу звездам.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Построена модель солнечного динамо, согласованная с моделью дифференциального вращения. Неопределенность в параметрах модели устранена этим согласованием и сравнением с данными наблюдений.

2. Построена модель динамо изменчивости солнечных циклов, позволившая оценить среднюю ($\simeq 2 \times 10^{37}$ эрг) и максимальную ($\simeq 3 \times 10^{38}$ эрг) амплитуды магнитной энергии, вырабатываемой механизмом динамо в солнечных циклах, и определить механизмы перехода к глобальным минимумам и максимумам солнечной активности.
3. Объяснение наблюдаемых максимальных периодов вращения подобных Солнцу звезд и следующая из него оценка параметра α моделей звездного динамо как функции скорости вращения и эффективной температуры (цвета) звезды. Вывод об изменении структуры глобальных полей от дипольной к смешанной дипольно-квадрупольной с увеличением массы медленно вращающихся звезд солнечного типа.

Научная новизна:

1. Создана согласованная модель дифференциального вращения и динамо, что уменьшило неопределенность в задании начальных условий и входных параметров для количественного моделирования циклов солнечной активности.
2. Показана значимость диамагнитного эффекта неоднородной турбулентности для генерации тороидальных магнитных полей напряженностью в тысячи Гаусс в конвективной оболочке Солнца.
3. Из сопоставления результатов модельных расчетов с наблюдаемым распределением периодов солнечных циклов определено характерное время флуктуаций альфа-эффекта солнечного динамо. Выявлена зависимость последствий флуктуаций параметров динамо от фазы солнечного цикла, а также влияние флуктуаций на асимметрию формы циклов.
4. Впервые проведены согласованные расчеты дифференциального вращения и циклов магнитной активности для подобных Солнцу звезд, что позволило предсказать зависимость структуры крупномасштабных магнитных полей от температуры (цвета) звезды.

Практическая значимость работы состоит в создании количественной согласованной модели дифференциального вращения и динамо Солнца и по-

добных ему звезд. Выявленные по данным наблюдений закономерности были использованы для совершенствования моделей динамо солнечной активности, что улучшило соответствие теоретических моделей наблюдениям. Развитые модели динамо могут быть применены к подобным Солнцу звездам. Полученные результаты позволяют глубже понять физические свойства 11-летнего цикла и указать возможные причины некоторых характеристик солнечной активности. Согласие теоретических результатов с наблюдениями показывает адекватность развитых моделей и указывает на возможность их использования для интерпретации данных наблюдений.

Достоверность изложенных в работе результатов обеспечивается:

1. Согласием результатов, полученных разными методами и с использованием физически обоснованных подходов, а также отсутствием противоречий с результатами других авторов;
2. Согласием расчетов модели глобальных характеристик магнитной активности Солнца с данными наблюдений;
3. Применением для решения уравнений динамо численных методов, надежность которых подтверждается многолетней практикой их использования в различных научно-технических задачах.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на следующих конференциях:

- Традиционные конференции «Солнечная и солнечно-земная физика» в Главной (Пулковской) астрономической обсерватории РАН 2016, 2017 и 2018 гг.
- Традиционные конференции «Физика плазмы в солнечной системе» в Институте космических исследований РАН 2018 и 2019 гг.
- «Магнетизм, циклы активности и вспышки на Солнце и звездах», Крым, п. Научный, 2018 г. (Стендовый доклад).
- Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. XV Конференция молодых ученых «Взаимодействие полей и излучения с веществом», г.Иркутск, 11-16 сентября 2017 г.

Результаты докладывались и обсуждались на научных семинарах ИСЗФ СО РАН (Иркутск, Россия).

Личный вклад. Автор принимал участие в постановках теоретических задач, в анализе данных наблюдений, участвовал в интерпретации полученных результатов и формулировке выводов. Автор является разработчиком комплекса программ для численного моделирования на языке FORTRAN и для визуализации результатов на интерактивном языке IDL.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 статьях, 3 из которых опубликованы в российских журналах, входящих в перечень рецензируемых научных журналов и изданий, утвержденных ВАК для публикации результатов диссертаций, и 3 в международных рецензируемых журналах, включенных в библиографическую базу данных Web of Science.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объем диссертации составляет **100** страниц с **30** рисунками и **1** таблицей. Список литературы содержит **157** наименований.

Глава 1. Согласование моделей динамо и дифференциального вращения

На основании наблюдений можно говорить, что два основных эффекта теории динамо для солнечной активности - генерация тороидального поля из полоидального путем дифференциального вращения и обратного преобразования тороидального поля в полоидальную конфигурацию с помощью винтовых движений - действуют на Солнце [Schatten et al., 1978; Choudhuri et al., 2007; Кичатинов и Олемской, 2011]. Начиная с работы [Parker, 1955], считается, что солнечное динамо управляется именно этими двумя основными процессами, называемыми Ω - и α -эффектами, соответственно. Однако лишь после осознания роли меридионального течения в широтной миграции магнитных полей [Durney, 1995; Choudhuri et al., 1995] и диамагнитного переноса поля к основанию конвективной зоны [Guerrero and De Gouveia Dal Pino, 2008; Kitchatinov and Olemskoy, 2012a] количественные модели солнечного динамо стали близко соответствовать наблюдениям.

Дифференциальное вращение и меридиональное течение являются двумя основными компонентами глобальной циркуляции звезд. Оба они важны для динамо. Дифференциальное вращение, по всей вероятности, является основным генератором сильных тороидальных полей, выход которых на солнечную поверхность формирует активные области Солнца. Меридиональное течение вблизи основания конвекционной зоны, вероятно, обеспечивает наблюдаемую экваториальную миграцию активности солнечных пятен. Знание дифференциального вращения как функции звездных параметров является ключом к пониманию звездного динамо.

1.1. Дифференциальное вращение

Гелиосейсмология показывает, что области внутри Солнца, занятые тепловой конвекцией и дифференциальным вращением, совпадают [Schou et al., 1998]. То же самое можно сказать и о меридиональной циркуляции [Gilman and Miesch, 2004; Rajaguru and Antia, 2015]. Любая теория дифференциального вращения и меридиональной циркуляции должна описывать глобальные потоки на фоне конвективной турбулентности. Крупномасштабные и турбулентные потоки тесно связаны. Поэтому теория должна опираться на инструменты и методы гидродинамики средних полей турбулентных жидкостей. Дифференциальное вращение обеспечивает генерацию тороидального поля в звездном динамо. Основной причиной дифференциального вращения звезд, по всей вероятности, является взаимодействие конвекции с вращением [Лебединский, 1941; Rudiger, 1989]. Расчеты дифференциального вращения требуют одновременного вычисления меридионального течения и переноса тепла [Кичатинов, 2005]. Поэтому современные модели согласованным образом описывают распределения угловой скорости, меридиональной циркуляции и удельной энтропии в конвективной оболочке звезды.

Гелиосейсмология выявила конусообразный профиль угловой скорости в основном объеме конвективной оболочки Солнца. Присутствуют два слоя сильной неоднородности вращения: тахоклин на границе раздела зоны лучистого переноса и конвекционной зоны и приповерхностный сдвиговый слой в верхней части выше $0,95R_{\odot}$ [Howe, 2009]. Роль, которую обе области играют в формировании солнечного магнетизма, до сих пор является предметом дискуссий.

Дифференциальное вращение в модели является результатом переноса углового момента конвекцией (Λ -Эффект) и меридиональным потоком. Чтобы рассчитать дифференциальное вращение, необходимо определить структуру (не вращающейся) звезды с основными входными параметрами, такими как радиус звезды R , светимость L , и масса M . Модель строения звезды также предоставляет плотность ρ_e и температуру T_e , на некоторой небольшой глубине внутри звезды, которая определяет внешнюю сферическую границу (радиуса r_e) области моделирования.

В течение некоторого времени было известно только, что на поверхности

Солнца имеется течение к полюсам с амплитудой порядка 20 м/с. И поскольку нельзя ожидать, что вещество накапливается на полюсах, должен быть обратный поток под поверхностью Солнца, чтобы вернуть вещество в экваториальную область. Глубина проникновения меридионального течения под основание зоны конвекции ограничивается тонким экмановским слоем [Gilman and Miesch, 2004; Kitchatinov and Rudiger, 2005]. Поэтому ожидается, что обратный поток к экватору расположен в придонной части зоны конвекции. Глобальные меридиональные течения на звездах осуществляют перенос углового момента и потому влияют на неоднородность вращения. Все еще ведутся споры относительно структуры солнечной меридиональной циркуляции. Некоторые гелиосейсмологические исследования даже показывают, что она может быть многоячейстой по радиусу [Zhao et al. 2013], а не одной ячейкой в каждом полушарии, которая обеспечивает поток в направлении полюса на поверхности и в экваториальном направлении в глубине.

Уравнение для меридиональной циркуляции имеет вид [Kitchatinov, 2016]

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + r \sin \theta \nabla \cdot \left(\mathbf{V}^m \frac{\omega}{r \sin \theta} \right) + \mathcal{D}(\mathbf{V}^m) = \sin \theta r \frac{\partial \Omega^2}{\partial z} - \frac{g}{c_p r} \frac{\partial S}{\partial \theta}. \quad (1.1)$$

Здесь использованы обычные сферические координаты (r, θ, φ) , \mathbf{V}^m - скорость меридионального течения, $\omega = (\nabla \times \mathbf{V}^m)_\varphi$ - азимутальная завихренность, S - удельная энтропия, c_p - удельная теплоемкость при постоянном давлении, g - ускорение свободного падения, $\partial/\partial z = \cos \theta \partial/\partial r - r^{-1} \sin \theta \partial/\partial \theta$ - пространственная производная вдоль оси вращения и $\mathcal{D}(\mathbf{V}^m)$ учитывает вклад турбулентных вязкостей (вязкое сопротивление меридиональному течению). Турбулентная вязкость во вращающейся среде анизотропна. Поэтому явное выражение для $\mathcal{D}(\mathbf{V}^m)$ довольно громоздко [Kitchatinov and Olemskoy, 2011c]:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(\mathbf{V}^m) = & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho r^2} \frac{\partial(\rho r^3 Q_{r\theta}^\nu)}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial(\sin \theta Q_{r\theta}^\nu)}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{r \rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial Q_{rr}^\nu}{\partial \theta} \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (Q_{\theta\theta}^\nu - Q_{rr}^\nu) + \frac{\cos \theta}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} (Q_{\theta\theta}^\nu - Q_{\varphi\varphi}^\nu) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (Q_{\theta\theta}^\nu + Q_{\varphi\varphi}^\nu - 2Q_{rr}^\nu), \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $Q_{i,j}^\nu = -N_{ijkl} \frac{\partial V_k}{\partial r_l}$ вклад от турбулентной вязкости в корреляционный тензор. Вязкость становится анизотропной при учете вращения, а N_{ijkl} - тензор

турбулентной вязкости, записывается в виде

$$N_{ijkl} = \nu_T (\phi_1(\Omega^*) (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{jk} \delta_{il}) + \phi_2(\Omega^*) (\delta_{il} \frac{\Omega_j \Omega_k}{\Omega^2} + \delta_{jl} \frac{\Omega_i \Omega_k}{\Omega^2} + \delta_{ik} \frac{\Omega_j \Omega_l}{\Omega^2} + \delta_{jk} \frac{\Omega_i \Omega_l}{\Omega^2} + \delta_{kl} \frac{\Omega_i \Omega_j}{\Omega^2}) + \phi_3(\Omega^*) \delta_{ij} \delta_{kl} - \phi_4(\Omega^*) \delta_{ij} \frac{\Omega_k \Omega_l}{\Omega^2} + \phi_5(\Omega^*) \frac{\Omega_i \Omega_j \Omega_k \Omega_l}{\Omega^4}), \quad (1.3)$$

где $\mathbf{\Omega}/\Omega$ -единичный вектор вдоль оси вращения, явные выражения для функций $\phi_n(\Omega^*)$, $n=1..5$ приведены в статье [Kitchatinov et al. , 1994],

$$\nu_T = -\frac{\tau g \ell^2}{15 c_p} \frac{\partial S}{\partial r} \quad (1.4)$$

- изотропная турбулентная вязкость для невращающейся среды, а аргументом функций $\phi_n(\Omega^*)$ является число Кориолиса

$$\Omega^* = 2\tau\Omega, \quad (1.5)$$

где τ - время корреляции турбулентной конвекции, ℓ - длина перемешивания.

Уравнение для углового момента имеет вид

$$r^2 \sin \theta \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{1}{r^2 \rho} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 \rho Q_{r\varphi}) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin^2 \theta Q_{\varphi\theta}) + \frac{1}{\rho r^2} \frac{\partial (r^2 \Omega)}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{1}{\rho \sin^2 \theta} \frac{\partial (\Omega \sin^2 \theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad (1.6)$$

где Ω - угловая скорость, ψ - токовая функция меридионального течения: $\rho \mathbf{V}^m = \mathbf{e}_\varphi \rho r \sin \theta \Omega + \text{rot} (\mathbf{e}_\varphi \psi / (r \sin \theta))$, \mathbf{e}_φ - единичный вектор в азимутальном направлении. В уравнении (1.6) второе и третье слагаемые отвечают за перенос углового момента конвекцией, а последние два слагаемых описывают влияние меридионального течения.

Корреляционный тензор скорости $Q_{i,j} = Q_{i,j}^\Lambda + Q_{i,j}^\nu$ обычно разделяют на недиффузионную часть (Λ -эффект) и вклад турбулентной вязкости:

$$Q_{r\varphi} = -\nu_T \sin \theta ((\phi_1 + \phi_2 \cos^2 \theta) r \frac{\partial \Omega}{\partial r} - \phi_2 \cos \theta \sin \theta \frac{\partial \Omega}{\partial \theta} + (I_1(\Omega^*) \cos^2 \theta - I_0(\Omega^*)) \Omega), \quad (1.7)$$

$$Q_{\varphi\theta} = -\nu_T \sin \theta ((\phi_1 + \phi_2 \sin^2 \theta) \frac{\partial \Omega}{\partial \theta} - \phi_2 \cos \theta \sin \theta r \frac{\partial \Omega}{\partial r} - I_1(\Omega^*) \sin \theta \cos \theta \Omega), \quad (1.8)$$

где явные выражения для функций $I_0(\Omega^*)$ и $I_1(\Omega^*)$ приведены в статье [Kitchatinov and Rüdiger, 2005].

Помимо уравнений для угловой скорости и меридиональной циркуляции, полная система уравнений модели дифференциального вращения включает также уравнение переноса тепла. Это необходимо для согласованного описания широтной зависимости удельной энтропии (дифференциальной температуры), присутствующей в (1.1) (Brandenburg et al., 1990; Rüdiger et al., 2005; Miesch et al., 2006). Подобно дифференциальному вращению, дифференциальная температура возникает в результате влияния вращения на конвекцию. Тензор χ_{ij} турбулентной теплопроводности, который управляет конвективным тепловым потоком, включает анизотропию, вызванную вращением, и накачку

$$\chi_{ij} = \chi_T (\phi(\Omega^*) \delta_{ij} + C_\chi \phi_{\parallel}(\Omega^*) e_i e_j), \quad (1.9)$$

где коэффициент $C_\chi = 1.5$, турбулентную проводимость можно выразить через градиент энтропии

$$\chi_T = -\frac{\tau \ell^2 g}{12 c_p} \frac{\partial S}{\partial r}, \quad (1.10)$$

а с помощью функций

$$\phi(\Omega^*) = \frac{3}{4\Omega^{*2}} \left(1 + \frac{\Omega^{*2} - 1}{\Omega^*} \arctan \Omega^* \right), \quad (1.11)$$

$$\phi_{\parallel}(\Omega^*) = \frac{3}{4\Omega^{*2}} \left(-3 + \frac{\Omega^{*2} + 3}{\Omega^*} \arctan \Omega^* \right). \quad (1.12)$$

учитывается анизотропия и уменьшение теплопроводности, вызванные вращением.

Уравнение переноса тепла имеет вид [см., например, Küker and Stix, 2001]

$$\rho T \left(\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{V}^m \cdot \nabla S \right) = -\nabla \cdot \mathbf{F} + R_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial r_j}. \quad (1.13)$$

Здесь \mathbf{V} - скорость крупномасштабного осесимметричного течения,

$$\mathbf{V} = \mathbf{e}_\varphi r \sin \theta \Omega(r, \theta) + \frac{1}{\rho} \nabla \times \left(\mathbf{e}_\varphi \frac{\psi(r, \theta)}{r \sin \theta} \right), \quad (1.14)$$

\mathbf{e}_φ - единичный вектор в азимутальном направлении, ψ - функция тока меридионального течения, $\mathbf{F} = \mathbf{F}^{\text{rad}} + \mathbf{F}^{\text{conv}}$ - поток тепла, включающий перенос излучением и конвекцией:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{\text{rad}} &= -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa\rho} \nabla T \\ F_i^{\text{conv}} &= -\rho T \chi_{ij} \frac{\partial S}{\partial r_j}, \end{aligned} \quad (1.15)$$

где σ -постоянная Стефана-Больцмана, κ - непрозрачность.

$R_{ij} = -\rho \langle u_i u_j \rangle$ - тензор напряжений Рейнольдса для скорости \mathbf{u} турбулентной конвекции, угловые скобки означают усреднение, по повторяющимся индексам проводится суммирование. Последнее слагаемое в уравнении (1.13) обеспечивает сохранение полной (кинетической и тепловой) энергии и учтено для согласованности модели. Напряжения Рейнольдса учитывают, в частности, действие турбулентной вязкости. Простые оценки показывают, что при вязкости $\nu_T \sim 10^{13}$ см²/с, мощность нагрева для диссипации дифференциального вращения из-за турбулентной вязкости может достигать нескольких процентов от светимости Солнца. Тем не менее, проведенное дополнение уравнения (1.13) не существенно для модели дифференциального вращения. Дело в том, что напряжения Рейнольдса, наряду с турбулентными вязкостями, содержат недиссипативную часть, ответственную за поддержание дифференциального вращения (Λ -эффект [Rüdiger, 1989]). В стационарной ситуации, полные - проинтегрированные по объему - источники нагрева из-за турбулентной вязкости и стоки на поддержание крупномасштабного течения в точности компенсируют друг друга. Локально такой баланс не выполняется, но последнее слагаемое в урав-

нении (1.13) влияет на результаты незначительно (в пределах 1%), в согласии с работой [Durney, 2003].

Необходимо отметить, что длину корреляции турбулентных течений ℓ (длину перемешивания) обычно принимают пропорциональной шкале высот для давления $H_p = -P/(dP/dr)$:

$$\ell_0 = \alpha_{\text{MLT}} H_p. \quad (1.16)$$

Длина перемешивания (1.16) возрастает с глубиной и превышает 100 тысяч километров у основания конвективной зоны (рис. 1.1). Но, очевидно, длина перемешивания должна уменьшаться по мере приближения к лучистой зоне, куда конвекция не проникает. Для того, чтобы хотя бы в грубом приближении учесть это обстоятельство, была использована формула

$$\ell = \ell_{\min} + \frac{1}{2} (\ell_0 - \ell_{\min}) \left[1 + \text{erf} \left((r/R_{\odot} - x_{\ell}) / d_{\ell} \right) \right], \quad (1.17)$$

где erf - функция ошибок. Использовались следующие значения параметров: $\ell_{\min} = 0.01R_{\odot}$, $x_{\ell} = 0.735$ и $d_{\ell} = 0.02$. Зависимости исходной (1.16) и исправленной (1.17) длин перемешивания от радиуса показаны на рисунке 1.1.

Такая корректировка длины перемешивания обусловлена трудностями модели динамо. Дело в том, что скорость меридионального течения у основания конвективной зоны чувствительна к величине ℓ и убывает с уменьшением этой величины. При использовании формулы (1.16), меридиональная скорость у нижней границы конвективной зоны достигает 10 м/с. Время переноса магнитного поля меридиональным течением ограничивает период цикла в моделях динамо [Porova and Sokoloff, 2008], и при скорости в 10 м/с расчетный цикл активности всегда короче 11-ти лет.

Меридиональное течение, полученное из модели с исправленной длиной перемешивания (1.17) показано на рисунке 1.2. При этом скорость течения в придонной области не превышает 5 м/с, что приемлемо для модели динамо. Стоит отметить, что меридиональное течение на рисунке 1.2 лучше согласуется с новейшими сейсмологическими данными [Rajaguru and Antia, 2015; Mandal et al. 2018], чем расчеты с неисправленным ℓ (рис. 2 в статье [Kitchatinov and

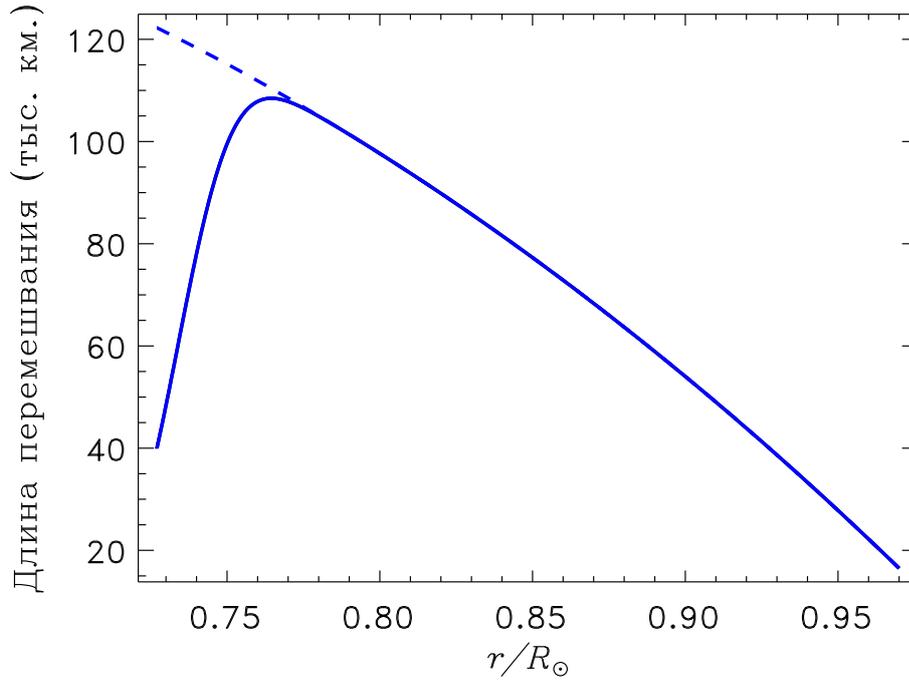


Рис. 1.1 – Зависимости исходной ℓ_0 (пунктир) и исправленной ℓ (сплошная линия) длин перемешивания от гелиоцентрического расстояния. Исправления касаются уменьшения масштаба перемешивания у основания конвективной зоны. С удалением от основания различие исчезает.

Olemskoj, 2011a]).

Здесь и далее приводятся результаты численного решения согласованной системы уравнений для меридионального течения, дифференциального вращения и переноса тепла. Решение определялось методом установления, как это изложено в работе [Kitchatinov and Olemskoj, 2011a]. Результаты расчетов для дифференциального вращения, показанные на рисунке 1.3, согласуются с наблюдениями вращения солнечной поверхности и с сейсмологическими данными. Нужно сказать, что при моделировании не учитывается тахоклин - тонкий переходный слой от неоднородного по широте к твердотельному вращению. Гелиосейсмология показывает, что толщина тахоклина не превышает 4% солнечного радиуса и его средний радиус $r_c = (0.693 \pm 0.002)R_\odot$ [Charbonneau et al., 1999]. Таким образом, тахоклин располагается ниже основания конвективной зоны с радиусом $r_i = 0.713R_\odot$ [Christensen-Dalsgaard et al., 1991; Basu and Antia, 1997]. Кроме того, в тахоклине велика лишь радиальная неоднородность вращения, важная для генерации тороидального поля из радиальной составляющей полоидального поля, которая мала в основании зоны конвекции. В противном

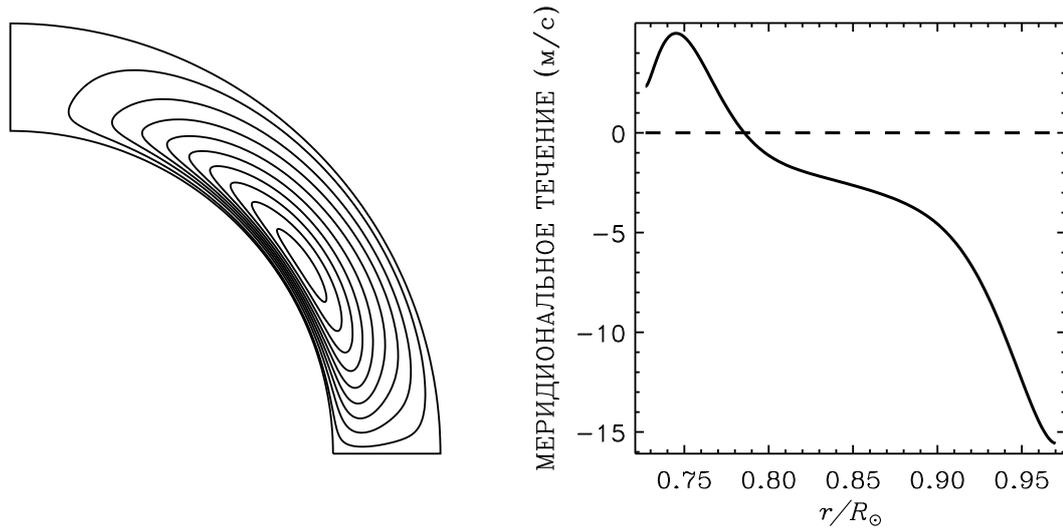


Рис. 1.2 – Меридиональная циркуляция в модели дифференциального вращения с исправленной ℓ (1.17). Слева: линии тока меридионального течения. Справа: зависимость меридиональной скорости от радиуса для широты 45° . Отрицательная величина скорости означает течение к полюсу.

случае, имеем дело с реликтовым полем, проникающим из зоны лучистого переноса. Вопреки распространенному утверждению, тахоклин, по-видимому, не важен для динамо.

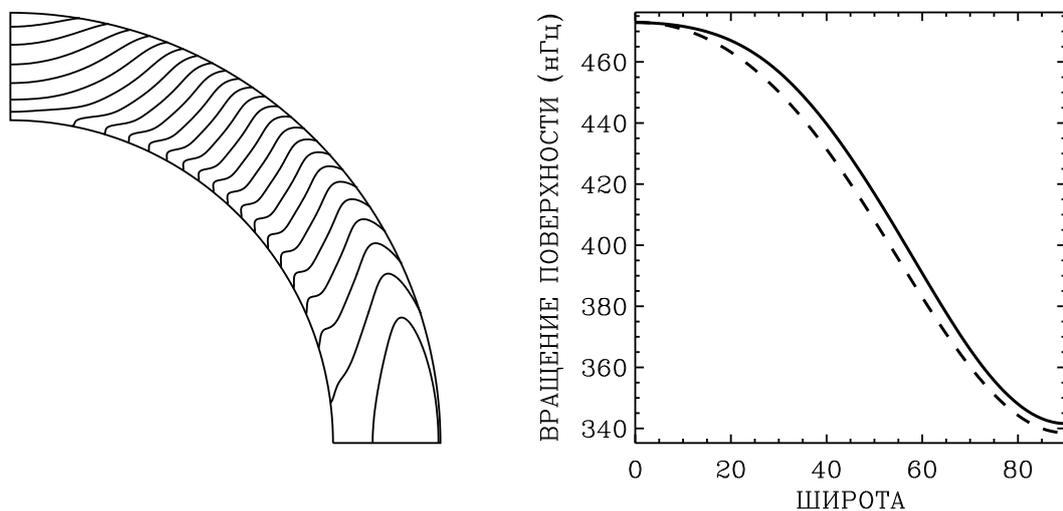


Рис. 1.3 – Дифференциальное вращение Солнца по результатам модели. Слева: изолинии угловой скорости в конвективной зоне. Справа: зависимость частоты вращения от широты на поверхности. Пунктирной линией показаны доплеровские измерения [Snodgrass and Ulrich, 1990].

Отличительной особенностью модели дифференциального вращения является то, что используемые в ней турбулентные коэффициенты переноса не за-

даны, как это обычно делается, а определены через неоднородность энтропии, которая в свою очередь контролируется уравнением (1.13). В частности, коэффициенты турбулентной вязкости записываются как

$$\nu_n = \nu_T \phi_n(\Omega^*), \quad (1.18)$$

где ν_T - изотропная турбулентная вязкость для невращающейся среды (1.4), а зависимость от скорости вращения входит через функции $\phi_n(\Omega^*)$ (во вращающейся среде вязкость становится анизотропной и определяется пятью коэффициентами (1.18) для $n = 1, 2, \dots, 5$ [Kitchatinov et al., 1994]). Такой подход уменьшает неопределенность в задании параметров модели, в особенности в приложениях к звездам. Коэффициент пропорциональности Pm между турбулентными вязкостью и магнитной диффузией,

$$\nu_T = \text{Pm} \eta_T, \quad \eta_T = -\frac{\tau \ell^2 g}{\text{Pm} 15 c_p} \frac{\partial S}{\partial r} \quad (1.19)$$

определим из согласования результатов расчетов с наблюдениями. Численные эксперименты [Yousef et al., 2003] показывают, что магнитное число Прандтля Pm порядка единицы, но его точное значение для конвективной турбулентности неизвестно.

1.2. Модель динамо

Для описания крупномасштабного магнитного поля \mathbf{B} в зоне конвекции звезды будем использовать усредненное уравнение индукции [см., например, Краузе и Рэдлер, 1984]

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B} + \boldsymbol{\mathcal{E}}). \quad (1.20)$$

Здесь \mathbf{V} - крупномасштабная скорость (1.14), $\boldsymbol{\mathcal{E}} = \langle \mathbf{u} \times \mathbf{b} \rangle$ - средняя ЭДС, возникающая из-за корреляции флуктуационных скорости \mathbf{u} и магнитного поля \mathbf{b} , угловые скобки означают усреднение, например, по долготе. В простейшем случае однородной и изотропной турбулентности, средняя ЭДС

$$\mathcal{E} = \alpha \mathbf{B} - \eta_T \nabla \times \mathbf{B} \quad (1.21)$$

учитывает лишь (изотропные) турбулентную диффузию и альфа-эффект [Краузе и Рэдлер, 1984].

Можно разделить тороидальную и полоидальную составляющие крупномасштабного магнитного поля \mathbf{B} , подобно тому, как это было сделано в формуле (1.14) для крупномасштабной скорости:

$$\mathbf{B} = e_\varphi B + \nabla \times \left(e_\varphi \frac{A}{r \sin \theta} \right). \quad (1.22)$$

Подставляя это выражение в (1.20), можно получить два уравнения динамо для тороидального и полоидального полей. Уравнение для полоидального поля,

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{\rho r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + r \sin \theta \mathcal{E}_\varphi, \quad (1.23)$$

включает лишь азимутальную составляющую средней ЭДС \mathcal{E}_φ .

Уравнение для тороидального поля дает азимутальная составляющая уравнения индукции (1.20). С учетом (1.14) и (1.22) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{1}{r^2 \rho} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{B}{\sin \theta} \right) - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{B}{\rho r} \right) \\ &+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial \theta} - \frac{\partial \Omega}{\partial \theta} \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r \mathcal{E}_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial \mathcal{E}_r}{\partial \theta} \right). \end{aligned} \quad (1.24)$$

Для звездной зоны конвекции имеют значение вращение и неоднородность турбулентности. Неоднородность приводит к диамагнитному переносу крупномасштабного поля к основанию конвективной зоны в область пониженной интенсивности турбулентности [Зельдович, 1956; Краузе и Рэдлер, 1984]. Для согласования с наблюдениями важен учет этого эффекта в солнечных динамо моделях. Под влиянием вращения турбулентность становится анизотропной. Коэффициенты турбулентной диффузии различны для направлений поперек и вдоль оси вращения, а величина и направление скорости диамагнитного переноса зависит от ориентации магнитного поля относительно этой оси. При этом, выражение для турбулентной ЭДС становится довольно сложным [см.,

например, Pirin, 2008]. В этом случае, в выражении для ЭДС удобно разделять вклады диффузии ($\mathcal{E}^{\text{diff}}$), диамагнитной накачки (\mathcal{E}^{dia}) и альфа-эффекта (\mathcal{E}^α):

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^{\text{diff}} + \mathcal{E}^{\text{dia}} + \mathcal{E}^\alpha. \quad (1.25)$$

Тороидальное поле более эффективно генерируется дифференциальным вращением, по сравнению с α -эффектом. Поэтому в составляющих \mathcal{E}_r и \mathcal{E}_θ средней ЭДС (1.25) в уравнении (1.24) удерживаются лишь вклады турбулентной диффузии и диамагнитного переноса, а вклад α -эффекта не учитывается (приближение $\alpha\Omega$ -динамо).

Для вращающейся среды,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^{\text{diff}} &= -\eta \nabla \times \mathbf{B} - \eta_{\parallel} \mathbf{e} \times (\mathbf{e} \cdot \nabla) \mathbf{B}, \\ \eta &= \eta_{\text{T}} \phi(\Omega^*), \quad \eta_{\parallel} = \eta_{\text{T}} \phi_{\parallel}(\Omega^*), \end{aligned} \quad (1.26)$$

где коэффициент η определяет изотропную составляющую диффузии, \mathbf{e} - единичный вектор вдоль оси вращения, η_{\parallel} - дополнительная диффузия вдоль этой оси, η_{T} - коэффициент диффузии для невращающейся среды (1.19), а зависимость от скорости вращения учтена в функциях ϕ и ϕ_{\parallel} (1.11), (1.12) числа Кориолиса (1.5).

1.2.1. Альфа-эффект

В основном в литературе обсуждаются две возможности для реализации α -эффекта: его появление из-за гиротропности вращающейся неоднородной конвекции, первоначально предложенное Паркером [Parker, 1955] и механизм Бабкока-Лейтона, связанный с активными областями Солнца [Babcock, 1961]. В обоих случаях α -эффект возникает из-за влияния силы Кориолиса на соответствующие движения, но эти движения имеют различный характер: тепловая конвекция в случае «классического» α -эффекта Паркера [Parker, 1955] и магнитная плавучесть в случае механизма Бэбкока-Лейтона. Теория α -эффекта в основном сосредоточена на ее классическом варианте, где могут применяться стандартные методы квазилинейной теории. Однако механизм Бэбкока-Лейтона заслуживает не меньшего внимания, поскольку его свойства можно

оценить из статистики солнечных пятен, и существуют свидетельства его доминирования на Солнце. Активные области на Солнце возникают, как считается, при всплытии глубинных тороидальных полей на поверхность Солнца. При этом в соответствии с правилом Джоя [Hale et al., 1919], ведущие во вращательном движении пятна биполярных групп располагаются в среднем ближе к экватору, чем ведомые. Средний угол наклона между линиями, соединяющими центры тяжести противоположных полярностей и линией постоянной широты, является положительным и увеличивается с широтой [Hale et al., 1919]. Поэтому поля магнитных петель, соединяющих пятна противоположных полярностей, имеют полоидальные компоненты, которые вносят вклад в глобальное полоидальное поле при распаде активных областей. Распределения углов наклона центрированы относительно положительных значений, но довольно широки и простираются далеко в области отрицательных значений (см. рисунок 11 в работе [Howard, 1996]). Поэтому α -эффект Бэбкока-Лейтона содержит случайные флуктуации. Поскольку тороидальные поля располагаются в глубоких слоях Солнца, а возникающие при их всплывании полоидальные поля образуются вблизи поверхности, то соответствующий альфа-эффект не является локальным в пространстве [Choudhuri et al., 1995; Durney, 1995]. Локальный альфа-эффект подвержен так называемому "катастрофическому подавлению" из-за сохранения магнитной спиральности [Brandenburg and Subramanian, 2005], выключающему генерацию полоидального поля для практически интересного случая больших магнитных чисел Рейнольдса. Для нелокального альфа-эффекта катастрофическое подавление отсутствует [Kitchatinov and Olemskoj, 2011b]. Поэтому вполне возможно, что такая разновидность альфа-эффекта является доминирующей в генерации полоидального поля Солнца.

Вклад в уравнение (1.25), ответственный за α -эффект,

$$\mathcal{E}_\varphi^\alpha = \alpha \frac{B(r_i, \theta)}{1 + (B(r_i, \theta)/B_0)^2} F(\theta) \phi_\alpha(r/r_e), \quad (1.27)$$

соответствует механизму Бэбкока-Лейтона. Нелокальность механизма в пространстве заключается в следующем: полоидальное поле у поверхности определяется тороидальным полем $B(r_i, \theta)$ в основании конвективной зоны. Функция ϕ_α определяет приповерхностную область генерации полоидального поля

[Kitchatinov and Olemskoy, 2012b]:

$$\phi_\alpha(x) = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{erf}((x + 2.5h_\alpha - 1)/h_\alpha)), \quad (1.28)$$

h_α – численный параметр модели, который соответствует толщине приповерхностного слоя конвективной оболочки. Величина $1 + (B(r_i, \theta)/B_0)^2$ в знаменателе (1.27) учитывает нелинейное подавление альфа-эффекта. Сильные поля всплывают быстро, и преобразование тороидальных полей в полоидальное из-за силы Кориолиса становится менее эффективным. В последующих расчетах $h_\alpha = 0.02$. Функция

$$F(\theta) = \cos \theta \sin^{n_\alpha} \theta \quad (1.29)$$

определяет распределение α -эффекта по широте. Это распределение антисимметрично относительно экватора, а параметр n_α определяет степень его концентрации к экватору. Для величины B_0 в (1.27) примем значение $B_0 = 10^4$ Гаусс чуть выше поля равномерного распределения в глубине конвективной зоны.

Механизм Бэбкока-Лейтона, по всей вероятности, действует на Солнце [Erofeev, 2004; Dasi-Espuig et al., 2010; Kitchatinov and Olemskoy, 2011b], но теория соответствующего α -эффекта до сих пор не развита. Поэтому приходится использовать эвристические формулы (1.27) - (1.29). Параметр n_α является свободным в модели и будет определен при согласовании результатов модели динамо с наблюдениями. В уравнения динамо (1.23) и (1.24) входит только азимутальная составляющая (1.27) вектора $\boldsymbol{\mathcal{E}}^\alpha$.

Необходимо отметить, что нелокальность α -эффекта не гарантирует избежания катастрофического подавления. Если тороидальное поле распределено плавно с глубиной и имеет тот же знак вблизи поверхности и дна, катастрофическое подавление все еще присутствует [Brandenburg and Käpylä, 2007]. Этого подавления не происходит, если области тороидального поля и образования полоидального поля (нелокальным) α -эффектом разнесены в пространстве [Kitchatinov and Olemskoy, 2011c]. Концентрация тороидального поля у основания конвективной зоны осуществляется диамагнитным эффектом неоднородной турбулентной конвекции.

1.2.2. Диаманитный перенос

Крупномасштабные магнитные поля подвержены турбулентной диффузии. Магнитная гидродинамика средних полей также предсказывает эффекты переноса крупномасштабного поля с эффективными скоростями, которые не являются фактическими скоростями движения среды. Поля удаляются из областей с относительно высокой интенсивностью турбулентности с эффективной скоростью $\mathbf{V}_{\text{dia}} = -\nabla\eta_T/2$, η_T - турбулентная магнитная диффузия [Краузе и Рэдлер, 1984]. Диаманитный эффект был подтвержден трехмерными численными экспериментами [Tobias et al., 1998; Ziegler and Rüdiger, 2003; Käpylä et al., 2006a] и в лабораторном эксперименте с жидким натрием [Spence et al., 2007].

Область вблизи основания конвективной зоны считается важнейшей для солнечного динамо. Диаманитная накачка концентрирует магнитные поля в этой области. Генерация сверхкилогауссовых тороидальных полей вряд ли возможна без этой концентрации. Для генерации сверхкилогауссовых тороидальных полей с достаточно большим ($\sim 10^{24}$ Мх) магнитным потоком необходима концентрация поля к основанию конвективной зоны. Обнаружилось [Käpylä et al., 2006b; Guerrero and de Gouveia Dal Pino, 2008], что учет диаманитного эффекта в моделях динамо улучшает их соответствие наблюдениям. Также было отмечено, что горизонтальная составляющая, которой скорость накачки может обладать в дополнение к ее (доминирующей) радиальной составляющей, может быть существенной для широтного дрейфа магнитных полей. Считается, что наблюдаемый экваториальный дрейф активности солнечных пятен обусловлен главным образом меридиональным течением к экватору у основания конвективной зоны [Choudhuri et al., 1995; Durney, 1995]. Однако горизонтальная турбулентная накачка - если она существует - также может играть определенную роль. Горизонтальная накачка возникает в результате влияния вращения на конвективную турбулентность. Это влияние увеличивает характерный масштаб турбулентных вихрей вдоль оси вращения, т.е. делает турбулентность анизотропной. В результате, диаманитный перенос приобретает не только горизонтальную составляющую, но также зависимость от ориентации магнитного поля относительно оси вращения. Эти обстоятельства были продемонстрированы для эффективного переноса из-за неоднородности плотности турбулентной

среды [Kitchatinov, 1991] - более слабый эффект по сравнению с диамагнитной накачкой вблизи основания зоны конвекции. Диамагнитный перенос поля с учетом вращения был рассмотрен в работе [Pipin, 2008].

Важность диамагнитного эффекта для генерации сильных тороидальных полей можно пояснить следующими рассуждениями. Общеизвестно, что тороидальные поля (B_φ) генерируются из полоидальных (B^p) дифференциальным вращением. Этот процесс учитывается следующим слагаемым,

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = r \sin \theta (\mathbf{B}^p \cdot \nabla) \Omega + \dots, \quad (1.30)$$

в правой части уравнения индукции тороидального поля. В этом уравнении Ω - угловая скорость, r - гелиоцентрический радиус, а θ - коширота. Из этого уравнения следует простая оценка максимальной величины тороидального поля, вырабатываемого дифференциальным вращением в течение солнечного цикла: $B_\varphi = C B^p$, где B^p - (локальная) амплитуда полоидального поля, а коэффициент пересчета C имеет вид

$$C = r \sin \theta |\nabla \Omega| P_{\text{cyc}}, \quad (1.31)$$

где $P_{\text{cyc}} = 11$ лет - период цикла. Градиенты угловой скорости в конвективной зоне были определены гелиосейсмологией [Antia et al., 2008]. Коэффициент пересчета по формуле (1.31), оцененный с использованием этих данных, усредненных по 23-му солнечному циклу, показан на рисунке 1.4.

Коэффициент преобразования уравнения (1.31) является верхней границей, которая может быть достигнута только в том случае, если полоидальное поле и градиент вращения параллельны. Тороидальное поле усиливается только на фазе подъема цикла активности до инверсии полоидального поля. Поэтому использование периода цикла P_{cyc} в (1.31) в качестве времени генерации также завышает величину B_φ . Крупномасштабные полоидальные поля солнечной поверхности имеют величину порядка 1 Гс [Stenflo, 1988; Obridko et al., 2006]. При слабо неоднородном распределении поля, в конвективной зоне оно имеет такую же величину. Как видно из рисунка 1.4, дифференциальное вращение не может создавать тороидальные поля с напряженностью выше 1 кГс в такой ситуации. Диамагнитный перенос поля к основанию зоны конвекции может уси-

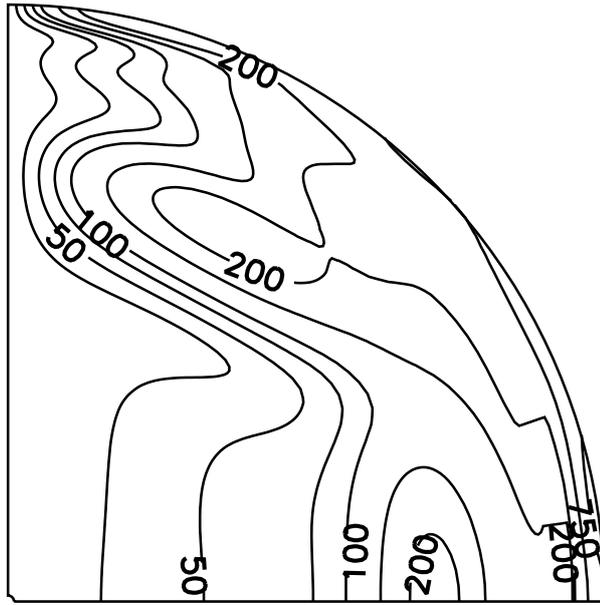


Рис. 1.4 – Коэффициент преобразования полоидального поля в тороидальное (1.31), оцененный по сейсмологическим данным о градиентах скорости вращения [Antia et al., 2008].

лить полоидальное поле в этой области до напряженности существенно выше 1 Гс, достаточной для создания мощных тороидальных полей дифференциальным вращением. Как мы увидим, именно такая ситуация реализуется в модели динамо учитывающей диамагнитный эффект.

Согласно оценкам [Galloway and Weiss, 1981] суммарный магнитный поток активных областей солнечного цикла порядка 10^{24} Мх. Такие оценки также предполагают, что сопоставимый или, возможно, немного меньший тороидальный поток должен присутствовать вблизи дна зоны конвекции в эпоху максимума активности. Предполагая, что широтная протяженность области хранения около 30° и ее радиальная протяженность $< 0,1R_\odot$, получаем нижнюю границу для тороидального поля около 4000 Гаусс. Было выяснено [Cameron and Schüssler, 2015], что тороидальный поток не зависит от того, как полоидальное поле распределяется внутри зоны конвекции. Поток однозначно определяется поверхностным радиальным полем и дифференциальным вращением. Наблюдаемые поверхностные поля соответствуют пиковым значениям тороидального потока около 5×10^{23} Мх в недавних солнечных циклах 22 и 23 [Cameron and Schüssler, 2015]. Если поверхностные активные области всплывают от основания конвективной зоны, то в придонной зоне должны присутствовать сверхкилогауссовые поля.

Можно утверждать, что вывод о невозможности создания мощных тороидальных полей в моделях слабо-неоднородного динамо относится только к среднему или крупномасштабному полю. Поле в тонких магнитных трубках может существенно превышать его среднюю напряженность [Parker, 1984]. Тем не менее, магнитный поток среднего тороидального поля в придонной области в моделях распределенного динамо слишком мал ($\ll 10^{24}$ Мх) для соответствия активным областям солнечного цикла. В таких моделях, полярные поля более ста гаусс необходимы для создания тороидальных полей более килогаусса [Dikpati and Charbonneau, 1999; Miesch and Teweldebirhan, 2016].

Проблема может быть решена путем учета диамагнитной накачки [Криводубский, 1984]. Меридиональное поле, сконцентрированное у основания зоны конвекции, может быть на два порядка сильнее полоидального поля поверхности [Kitchatinov and Olemskoy, 2012a]. Тогда коэффициенты преобразования на рисунке 1.4 достаточны для создания достаточно мощных тороидальных полей. Можно также отметить, что модель с диамагнитной накачкой реализует придонное динамо, несмотря на то, что по своему дизайну она относится к распределенному типу моделей. Модель, однако, чувствительна к деталям профиля турбулентной диффузии, определение которых остается источником неопределенностей.

Диамагнитный перенос поля во вращающейся среде определяется следующим выражением [Kitchatinov and Nepomnyashchikh, 2016]:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}^{\text{dia}} &= -(\nabla\tilde{\eta}) \times \mathbf{B} + (\nabla\eta_{\parallel}) \times \mathbf{e}(\mathbf{e} \cdot \mathbf{B}), \\ \tilde{\eta} &= \eta_{\text{T}}\tilde{\phi}(\Omega^*),\end{aligned}\tag{1.32}$$

где η_{\parallel} тот же коэффициент диффузии, что и (1.26), а функция $\tilde{\phi}(\Omega^*)$ имеет вид

$$\tilde{\phi}(\Omega^*) = \frac{3}{4\Omega^{*2}} \left(-1 + \frac{1 + \Omega^{*2}}{\Omega^*} \arctan(\Omega^*) \right).\tag{1.33}$$

Квазилинейные выражения для η довольно сложны. Они включают спектральные интегралы сложных функций [Kitchatinov and Rüdiger, 1992], которые не подходят для использования в моделях динамо. Поэтому используется приближение длины перемешивания (также известное как τ -приближение), которое обеспечивает достаточное упрощение.

Радиус основания конвективной оболочки r_i определяется из условия соответствия лучистого потока тепла светимости звезды L : $F^{\text{rad}} = L/(4\pi r_i^2)$. Этот радиус является нижней границей областей моделирования динамо и дифференциального вращения. Рассчитанное для Солнца значение $r_i = 0.727R_\odot$ больше радиуса $r_i = 0.713R_\odot$, измеренного сейсмологией [Christensen-Dalsgaard et al., 1991; Basu and Antia, 1997] из-за того, что модель не учитывает проникновения конвекции в область доадиабатической стратификации. Но область проникающей конвекции с относительно малой величиной турбулентной диффузии важна для динамо [Kitchatinov and Olemskoj, 2012b]. Для ее учета уменьшена величина турбулентной диффузии в тонком слое у основания конвективной зоны,

$$\eta_T = \frac{1}{\text{Pm}} \left[\nu_i + \frac{1}{2}(\nu_T - \nu_i) \left(1 + \text{erf} \left((r/r_i - x_\eta) / d_\eta \right) \right) \right] \quad (1.34)$$

подобно тому как это было сделано для длины перемешивания (рис. 1.1). Здесь Pm - магнитное число Прандтля (1.19), ν_T - турбулентная вязкость из уравнения (1.18), $\nu_i = 10^{-4} \times \nu_T^{\text{max}}$, где ν_T^{max} - наибольшее значение вязкости ν_T в пределах конвективной зоны, $x_\eta = 1.1$ и $d_\eta = 0.025$. Зависимости использовавшихся в модели коэффициентов диффузии из уравнений (1.26) и (1.32) от радиуса показана на рисунке 1.5.

1.3. Численные методы решения

Численные методы решения уравнений динамо требуют согласования с моделью дифференциального вращения, которая поставляет важные для динамо меридиональную циркуляцию (рис. 1.2) и дифференциальное вращение (рис. 1.3). Поэтому использовалась общая для обеих моделей неоднородная конечно-разностная сетка из N_r узлов по радиусу:

$$\begin{aligned} r_1 &= r_i, \quad r_{N_r} = r_e, \\ r_j &= \frac{1}{2} \left(r_e + r_i - (r_e - r_i) \cos \left(\pi \frac{j - 3/2}{N_r - 2} \right) \right), \\ 2 &\leq j \leq N_r - 1, \end{aligned} \quad (1.35)$$

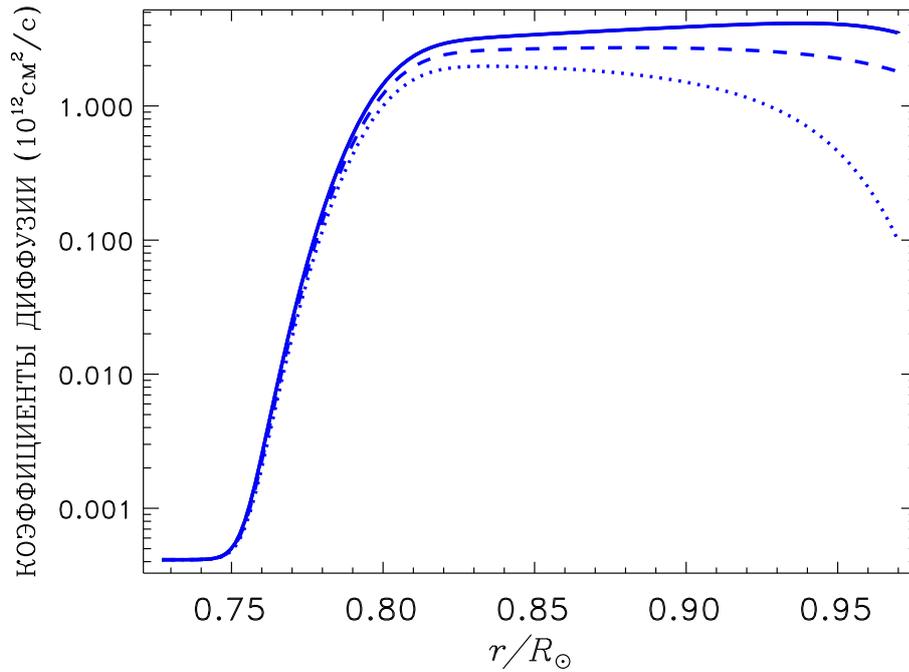


Рис. 1.5 – Зависимости коэффициентов η (сплошная линия), η_{\parallel} (точечная линия) и $\tilde{\eta}$ (пунктир) от относительного гелиоцентрического радиуса для принятой в модели динамо величины $\text{Pm} = 3$.

соответствующая линейному отображению нулей полиномов Чебышева в интервале $[-1, 1]$ на интервал $[r_i, r_e]$, что обеспечивает большую плотность узлов сетки вблизи верхней и нижней границ области моделирования, что необходимо для разрешения пограничных слоев в задаче о дифференциальном вращении, а также для разрешения мелкомасштабной структуры в распределении магнитного поля у основания конвективной зоны.

Граничные условия соответствовали поверхности раздела со сверхпроводником на нижней границе,

$$\mathcal{E}_{\theta} = 0, \quad A = 0, \quad r = r_i, \quad (1.36)$$

и «квази-вакуумному условию» (вертикальное поле),

$$B = 0, \quad \frac{\partial A}{\partial r} = 0, \quad r = r_e, \quad (1.37)$$

на верхней границе.

В качестве начальных условий, тороидальное поле полагалось равным нулю,

а потенциал A полоидального поля был задан в виде

$$A_0(r, \theta) = \frac{B_N}{4(1 - r_i/r_e)^2} (r_i^2 + 2r_e(r - r_i) - r^2) (1 - P + \cos \theta(1 + P)) \sin^2 \theta, \quad (1.38)$$

где B_N - начальное поле на северном полюсе, а P - индекс экваториальной симметрии, который может принимать значения в интервале $-1 \leq P \leq 1$. Уравнения динамо допускают два типа решений, отличающихся симметрией относительно экваториальной плоскости: экваториально-симметричные (дипольные) и антисимметричные (квадрупольные) моды магнитного поля. Начальное поле (1.38) относится к дипольному типу симметрии для $P = -1$ и к квадрупольному - для $P = 1$. При других значениях параметра P , начальное условие представляет собой суперпозицию симметричного и антисимметричного относительно экватора полоидальных полей. По прошествии достаточного времени (нескольких времен диффузии), решения уравнений динамо «забывают» начальные условия. Обсуждаемые в дальнейшем результаты относятся к таким асимптотическим режимам.

В модели дифференциального вращения зависимости от широты, представлены в виде разложений по полиномам Лежандра. Для численного решения уравнений динамо были разработаны две версии программы. В первой версии так же использовались разложения по полиномам Лежандра, что приводило к системе уравнений для коэффициентов разложения, зависящих только от радиуса и времени. Для решения этой системы использовался конечно-разностный метод Кранка-Николсона второго порядка точности относительно конечно-разностных производных по времени и радиусу [Press et al., 1992]. Но в случае, когда магнитное число Рейнольдса велико, $Rm = V^m r_i / \eta_T \gtrsim 10^4$, т.е. у основания зоны конвекции магнитная диффузия мала, или скорость меридиональной циркуляции велика, эта версия численной модели подвержена явлению Гиббса [Press et al., 1992], и разложения по полиномам Лежандра сходятся очень медленно. Для преодоления этой трудности была разработана вторая версия численной модели с конечно-разностной сеткой также и по широте. Эта сетка из N_θ узлов неоднородна по широте, но однородна по $\cos \theta$, что обеспечивает относительно большую плотность узлов у экватора, что требуется для разрешения тонкой структуры поля в этой области. В этой версии модели, про-

странственные производные по радиусу учитываются в рамках полностью неявной конечно-разностной схемы интегрирования по времени, что обеспечивает численную устойчивость. В случае $Rm < 10^4$ обе версии программы давали практически идентичные результаты. Для проверки результатов, полученных с использованием разных моделей разных авторов обычно используют так называемые «эталонные» модели динамо [Jouve et al., 2008]. Для проверки численной программы были воспроизведены примеры A' , B' и C' согласованной моделью настоящей работы. Расчеты для $N_r = 151$ и $N_\theta = 201$ обеспечивают достаточное разрешение.

1.4. Определение параметров

Построенная модель имеет ряд свободных параметров, которые определяются из требования соответствия данным солнечных наблюдений, в частности экваториальной симметрии поля и периода цикла.

Гидромагнитное динамо можно понимать как неустойчивость течений проводящих жидкостей к затравочному магнитному полю [Краузе и Рэдлер, 1984]. Для развития неустойчивостей требуется превышение некоторым контролирующим параметром определенной критической величины [Chandrasekhar, 1961]. В описываемой модели таким параметром является величина α в формуле (1.27). При превышении этой величиной некоторого критического значения α_c появляется незатухающее со временем магнитное поле. Пороговые величины α_c различаются для магнитных полей антисимметричных (α_c^d) и симметричных (α_c^q) относительно экватора. В расчетах динамо доминирует тот тип симметрии, которому соответствует меньшая пороговая величина α_c . Другими словами в расчетах с начальным условием (1.38) со смешанной экваториальной симметрией через некоторое время остается лишь поле с симметрией соответствующей наименьшей из величин α_c^d и α_c^q . Если же начальное условие относится к определенному типу симметрии, то численное решение не отклоняется со временем от этой экваториальной симметрии. Это позволяет определить пороговые величины α_c для генерации дипольных и квадрупольных мод магнитного поля.

На рисунке 1.6 показаны изолинии величины

$$s = \alpha_c^q / \alpha_c^d - 1 \quad (1.39)$$

на плоскости параметров Rm (1.19) и n_α (1.29) развиваемой модели.

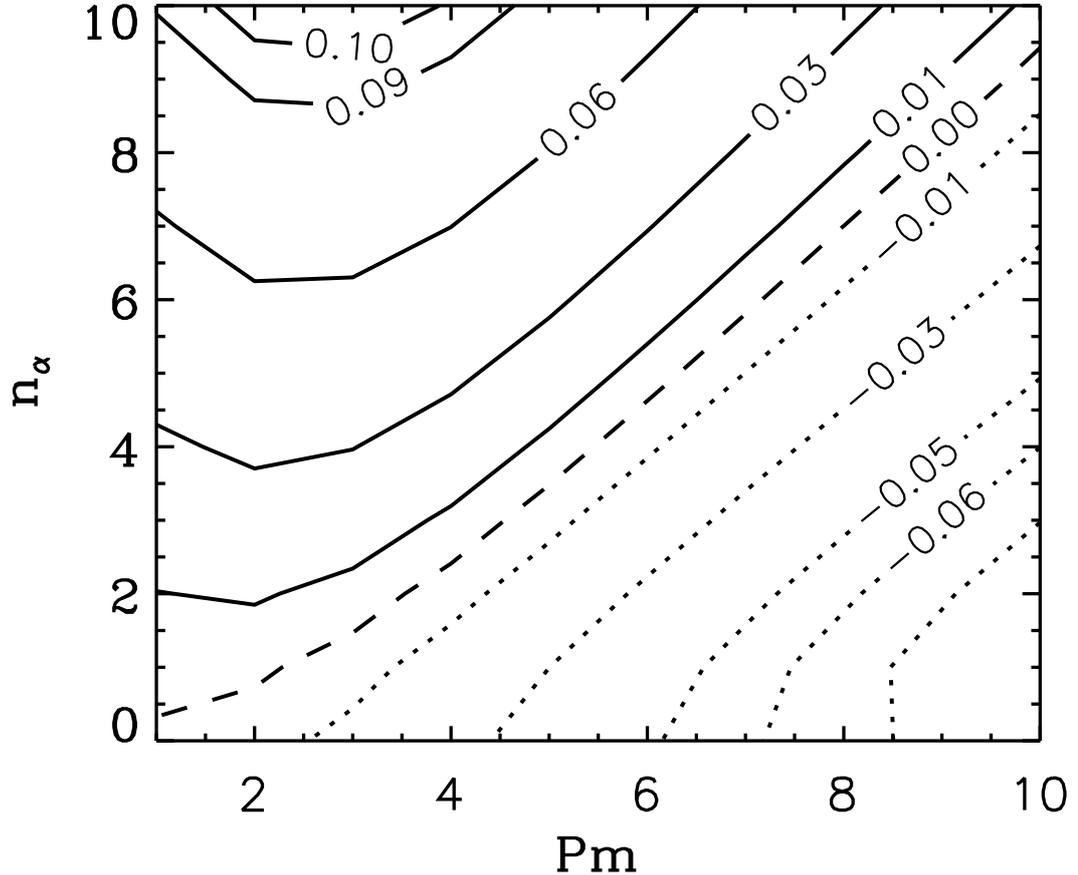


Рис. 1.6 – Изолинии величины s формулы (1.39), определяющей экваториальную симметрию генерируемого поля, на плоскости параметров Rm и n_α . Пунктирная линия показывает границу между областью положительных уровней s , соответствующих антисимметричным относительно экватора полям, доминирующим на Солнце, и областью полей с квадрупольной симметрией.

Доминирование (антисимметричных) полей с дипольным характером экваториальной симметрии обычно связывают с относительно большой диффузией в основном объеме конвективной зоны [Chatterjee et al., 2004; Hotta and Yokoama, 2010]: квадрупольные моды полоидального поля имеют относительно малый горизонтальный масштаб и поэтому в большей степени подвержены диссипации. Доминирование дипольных мод для относительно малых Rm на

рисунке 1.6 согласуется с этим утверждением. Из этого рисунка также видно, что имеет значение степень концентрации α -эффекта к экватору. Дипольные моды доминируют для относительно больших n_α , когда α -эффект действует на низких широтах.

Симметрия солнечного крупномасштабного магнитного поля близка к дипольной [Stenflo, 1988; Obridko et al., 2006]. Квадрупольной составляющей принадлежит не более 10% магнитного потока и эта составляющая не показывает 11-летней цикличности [Stenflo, 1988]. Отклонения от дипольной симметрии возможно связаны с флуктуациями α -эффекта [Латышев и Олемской, 2016].

Экваториальной симметрии магнитных полей в случае Солнца соответствует область параметров над пунктирной линией рисунка 1.6. К следующему уточнению значений параметров приводит сравнение с периодом солнечного цикла. Показанные на рисунке 1.7 периоды были рассчитаны для «пороговых» дипольных мод ($\alpha = \alpha_c^d$). Принято считать, что период цикла определяется временем меридиональной циркуляции. Как видно из рисунка 1.7, имеется также зависимость и от величины магнитной диффузии.

Сравнение рисунков 1.6 и 1.7 показывает, что 11-летнему периоду цикла и дипольной симметрии поля соответствует довольно узкая область параметров $2.5 < Rm < 3.5$ и $n_\alpha > 2$. Альфа-эффект Бэбкока-Лейтона связан с активными областями Солнца, которые присутствуют в основном на низких широтах $\lambda < 30^\circ$. Поэтому примем $Rm = 3$ и $n_\alpha = 7$. Для таких значений критическая величина $\alpha_c = 0.152$ м/с. Незатухающие магнитные поля имеются при значениях α , превышающих эту пороговую величину. Оценить величину этого превышения помогают данные наблюдений звезд.

Генерация крупномасштабных полей в конвективных оболочках подобных Солнцу звезд связана с вращением. Присутствие крупномасштабных полей увеличивает эффективный радиус истечения звездного ветра [Kraft, 1967], что приводит к замедлению скорости вращения с возрастом звезды t приблизительно по закону $\Omega \propto t^{-1/2}$ [Skumanich, 1972]. Коэффициент пропорциональности в этом соотношении зависит от температуры (массы) звезды. Установление этой зависимости дало начало гирохронологии - определению возраста звезды по скорости вращения и эффективной температуре [Barnes, 2003]. В последнее время, однако, выяснилось что звезды главной последовательности в возрасте стар-

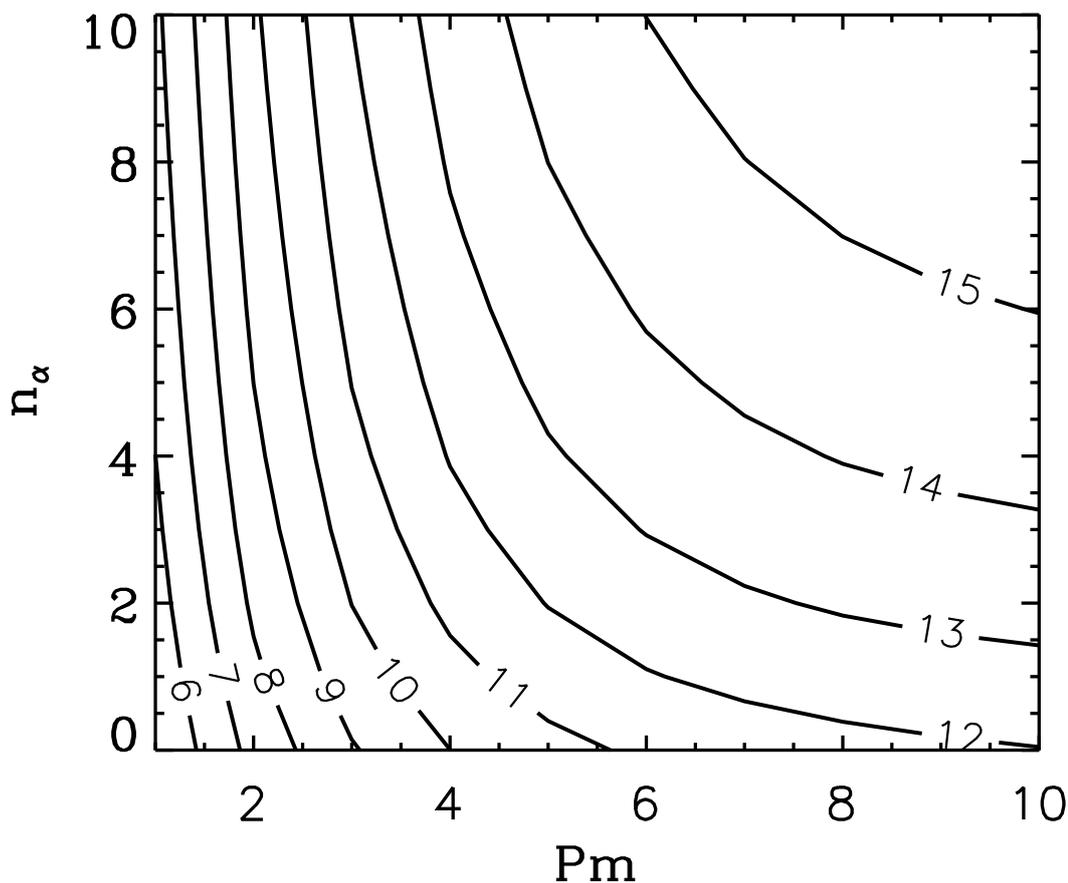


Рис. 1.7 – Изолинии периодов цикла в модели динамо на той же плоскости параметров Pm и n_α , что и рисунка 1.6. Продолжительности циклов в годах проставлены в разрывах изолиний.

ше нескольких миллиардов лет не подчиняются гирохронологии и вращаются быстрее, чем предсказывает гирохронология [van Saders et al., 2016; Metcalfe et al., 2016]. Замедление вращения таких звезд практически останавливается и их магнитная активность находится на низком уровне, что, по-видимому, впервые было отмечено в работе [Rengarajan, 1984]. Рисунок 1 из его работы показывает наличие максимального периода вращения (зависящего от показателя цвета $B - V$ звезды), по достижении которого замедление вращения прекращается. Можно предположить, что соответствующая данному периоду скорость вращения является пороговой для крупномасштабного динамо. Для солнечного значения $B - V = 0.656$ по рисунку 1 из работы [Rengarajan, 1984] можно определить максимальный период вращения около 28 суток. Это примерно на 10% больше современного периода вращения Солнца 25.4 суток. Поэтому в модели солнечного динамо используем значение $\alpha = 0.17$ м/с также на 10% выше пороговой величины.

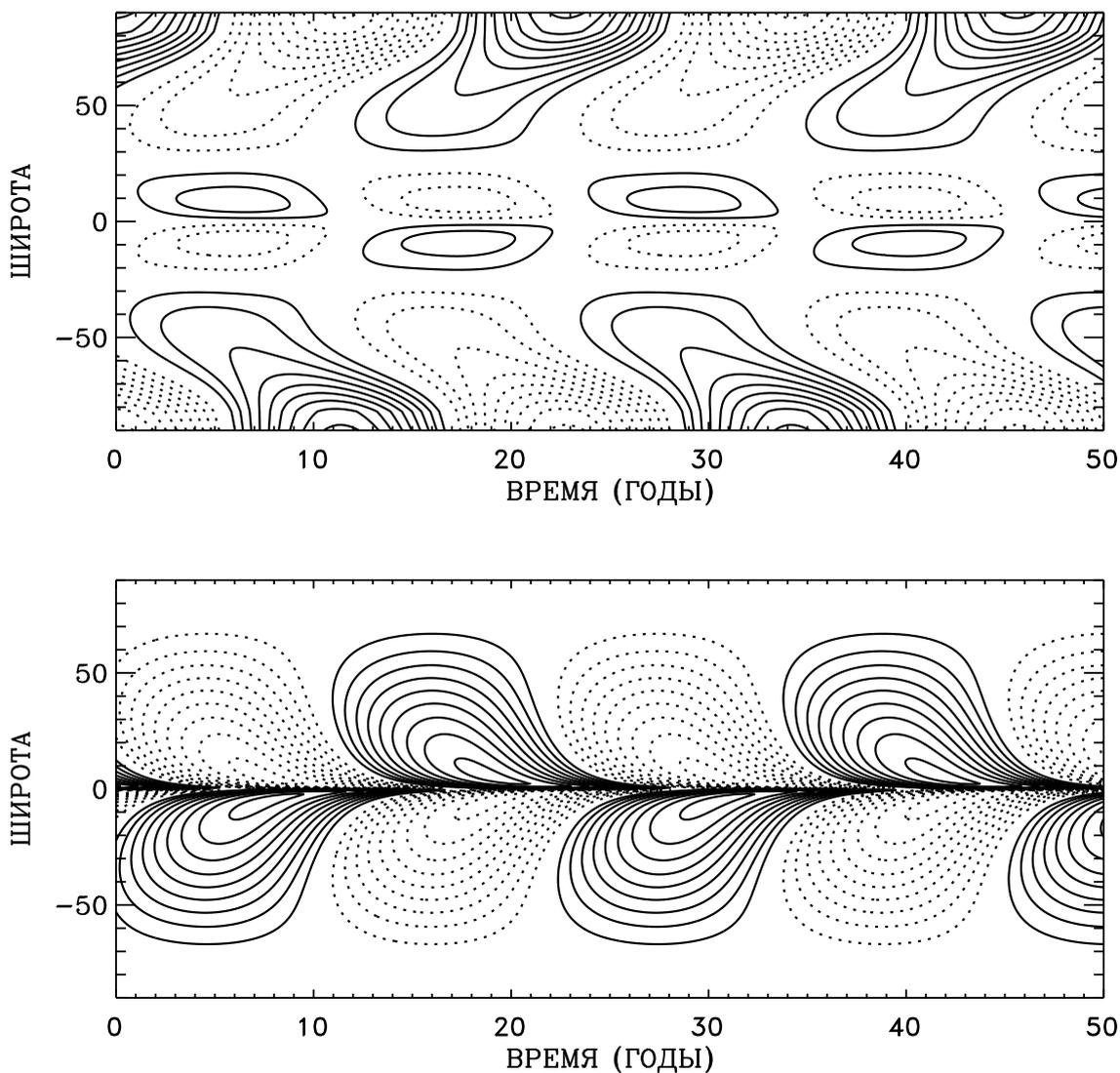


Рис. 1.8 – Широтно-временные диаграммы радиального поля на солнечной поверхности (вверху) и тороидального поля у основания конвективной зоны (внизу) по расчетам модели динамо.

1.5. Результаты моделирования

Широтно-временные диаграммы радиального поля на поверхности и тороидального поля в основании конвективной зоны для основной модели солнечного динамо показаны на рисунке 1.8. Величины этих полей можно увидеть на рисунке 1.9, где наряду с напряжениями полей показана магнитная энергия конвективной зоны.

Максимальные значения тороидального поля на рисунке 1.8 достигаются на низких широтах $\sim 10^\circ - 15^\circ$, где наблюдения показывают наибольшую активность солнечных пятен [Витинский и др., 1986]. Такое распределение то-

роидального поля в модели динамо обусловлено меридиональным течением к экватору у основания конвективной зоны [Hazra et al., 2014].

Радиальное поле достигает максимальной напряженности на полюсах и быстро убывает с уменьшением широты. Такая полярная концентрация полей связана со сходящимся к полюсам меридиональным течением (рис. 1.2) и согласуется с магнитографическими данными [Svalgaard et al., 1978]. Напряженность тороидального поля у основания конвективной зоны составляет тысячи Гаусс. Сочетание относительно слабых радиальных полей на солнечной поверхности и в тысячу раз более сильных тороидальных полей в основании конвективной зоны объясняется диамагнитным эффектом турбулентной конвекции. С учетом диамагнитного переноса, меридиональное поле концентрируется у основания конвективной зоны (рис. 1.10), где достигает достаточной величины ~ 100 Гс для генерации сильных тороидальных полей. В противном случае дифференциальное вращение «не успевает» в течение солнечного цикла создать тороидальные поля в тысячи Гаусс.

Изменение знака полярного поля в магнитных циклах рисунков 1.8 и 1.9 происходит вблизи момента достижения тороидальным полем у основания конвективной зоны максимальной величины, но запаздывает приблизительно на два года относительно максимума магнитной энергии. Полная магнитная энергия в модели имеет величину порядка 10^{37} эрг, что согласуется с имеющимися косвенными данными. Полный магнитный поток F тороидального поля, соответствующий наблюдениям полярного поля Солнца имеет в максимуме активности величину порядка 10^{24} Мкс [Cameron and Schüssler, 2015]. Магнитная энергия, соответствующая этой величине, может быть оценена как $E_m \sim RB_\varphi F/4$, где B_φ - характерная напряженность поля и R - радиус области его сосредоточения. Полагая $R \simeq r_i = 5 \times 10^{10}$ см и $B_\varphi \sim 10^3$ Гс, для $F \sim 10^{24}$ Мкс получаем $E_m \sim 10^{37}$ эрг в соответствии с рисунком 1.9. Стоит отметить, что изменение знака альфа-эффекта (т.е. $\alpha = -0.17$ м/с) в настоящей модели приводит к стационарному динамо с магнитной энергией приблизительно в 50 раз превышающей ее амплитуду в циклическом динамо с положительным α . Это обстоятельство важно для теории глобальных максимумов солнечной и звездной активности [Kitchatinov and Olemskoy, 2016].

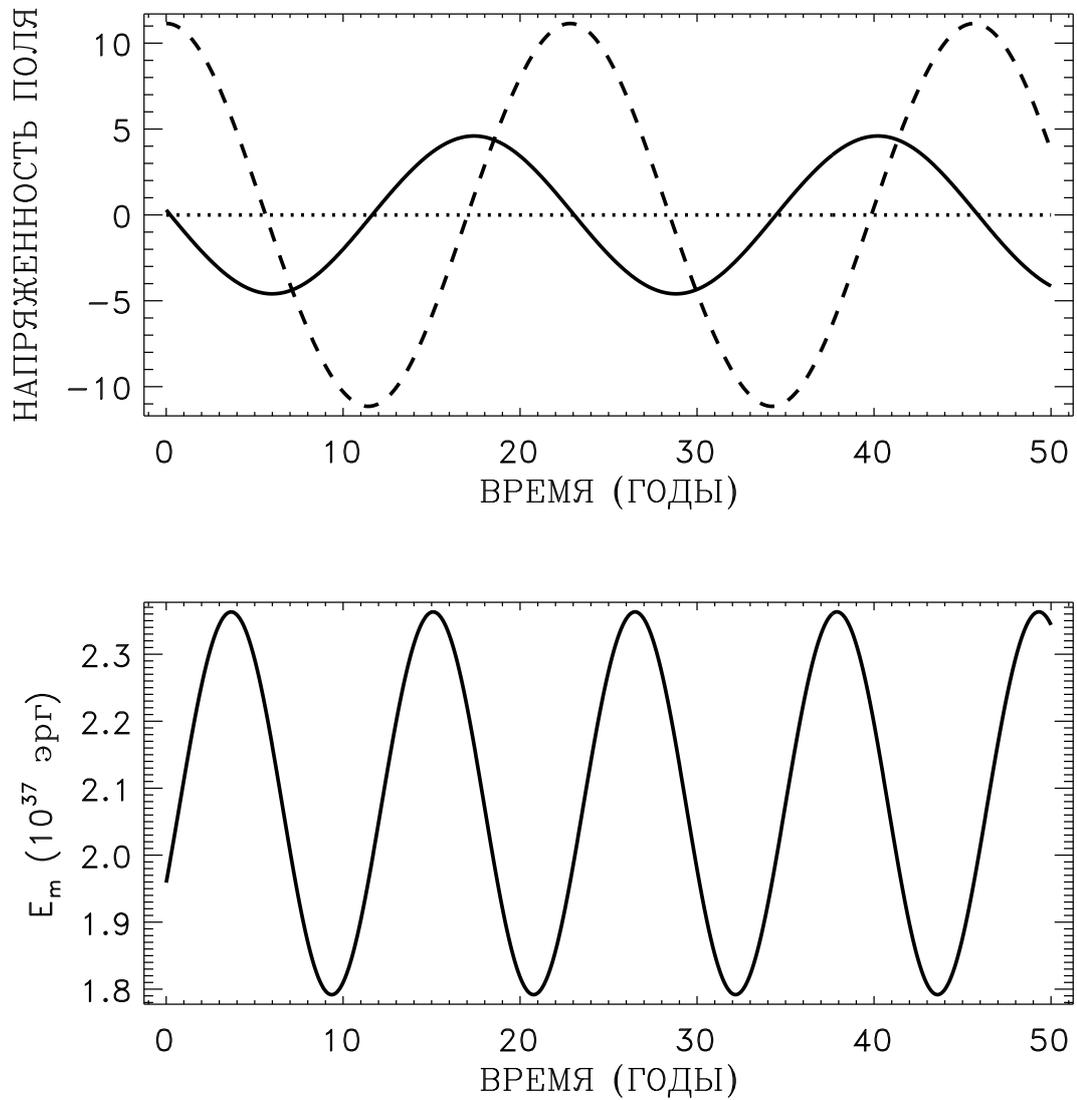


Рис. 1.9 – Вверху: пунктирной линией показано радиальное поле на северном полюсе (в Гауссах) для того же расчета, что и на рисунке 1.8. Сплошная линия показывает напряженность тороидального поля (в тысячах Гаусс) на широте 15° в основании конвективной зоны. Внизу: Полная энергия тороидального поля в конвективной оболочке.

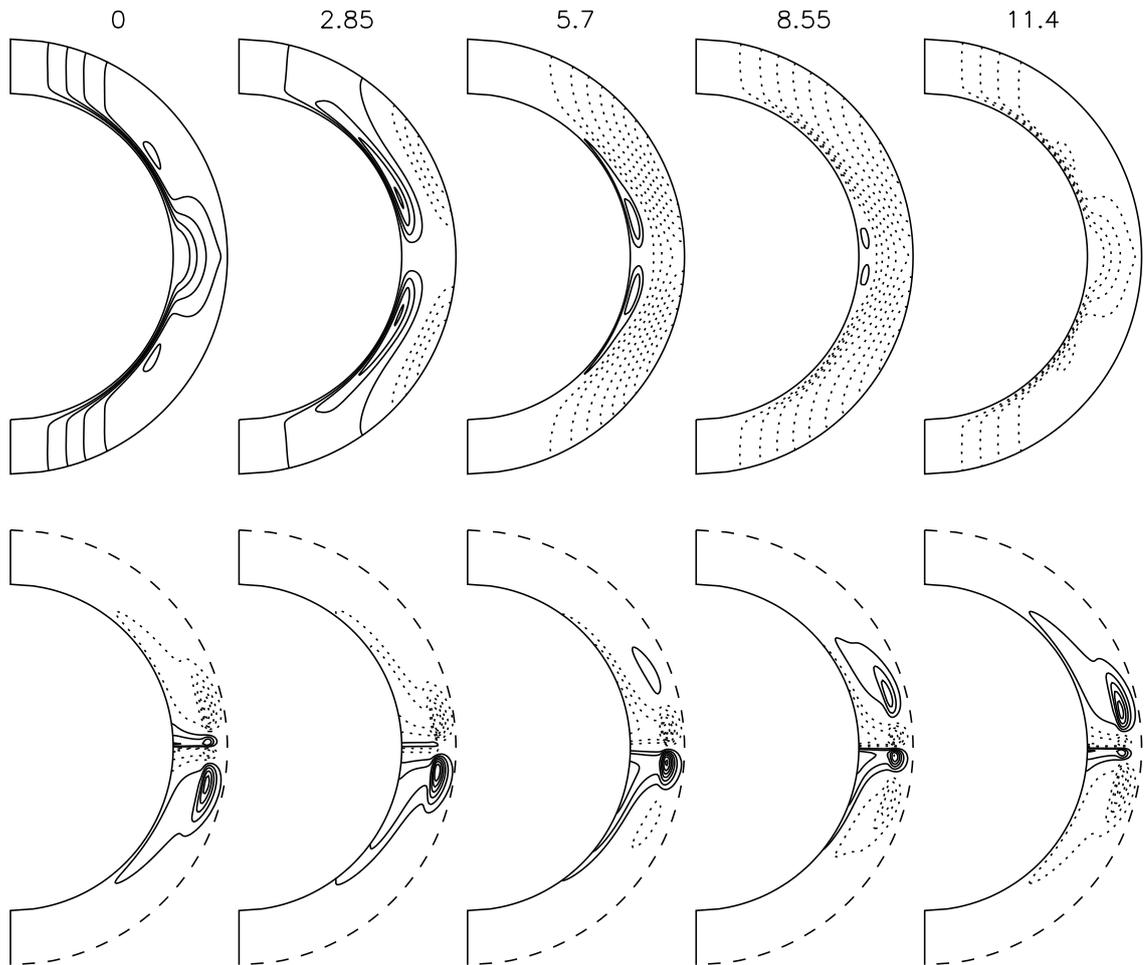


Рис. 1.10 – *Вверху*: Линии полоидального поля для нескольких моментов времени одного магнитного цикла. Сплошные и пунктирные линии соответствуют циркуляции по- и против часовой стрелки, соответственно. В верхней части показано время в годах соответствующее рисунку 1.8. *Внизу*: Распределения тороидального поля. Верхняя (пунктирная) линия показывает радиус $r = 0.81R_{\odot}$, ниже которого концентрируется тороидальное поле.

1.6. Выводы к главе 1

Построена согласованная модель солнечного динамо, включающая нелокальный альфа-эффект и диамагнитный перенос поля, с моделью дифференциального вращения, учитывающей меридиональную циркуляцию и перенос тепла. Турбулентная диффузия магнитного поля выражена через градиент энтропии, который определяется уравнениями модели. Показана необходимость включения в модель солнечного динамо диамагнитной накачки. Неопределенность в двух свободных параметрах модели - магнитного числа Прандтля и распределение альфа-эффекта по широте - устранена из требования соответствия наблюдаемому периоду солнечного цикла и экваториальной симметрии крупномасштабных полей, что привело к соответствию модели и другим наблюдаемым характеристикам крупномасштабной организации солнечной активности.

Разработанная численная версия модели динамо с конечно-разностной сеткой как по радиусу, так и по широте, учитывающая пространственные производные по радиусу в рамках полностью неявной схемы продвижения по времени, обеспечивает численную устойчивость. Адекватность результатов моделирования была проверена воспроизведением примеров «эталонных» моделей солнечного динамо [Jouve et al., 2008].

Согласование моделей динамо и дифференциального вращения подготовило их применение к подобным Солнцу звездам.

Глава 2. Моделирование ИЗМЕНЧИВОСТИ ЦИКЛОВ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ

Числа солнечных пятен и их площади изменяются во времени циклически с периодом около 11 лет. В то же время, пятнообразовательная активность Солнца не является строго периодической. Циклы различаются по амплитуде и продолжительности. Например, в период с 1645 по 1715 год на Солнце было очень мало пятен, а этот период известен как минимум Маундера [Eddy, 1976]. Хотя надежных данных о пятнах не существовало до 1610 года, солнечная активность в более ранние времена может быть определена по содержанию космогенных изотопов, таких как ^{14}C в кольцах деревьев [Solanki et al., 2004] и ^{10}Be в полярном льду [Beer et al., 1990]. Когда солнечные пятна отсутствуют, магнитное поле в солнечном ветре становится слабым, и больше галактических космических лучей может достичь Земли, производя больше таких радиоактивных изотопов в атмосфере. Анализ этих изотопов показывает, что за последние 11 000 лет было около 27 грандиозных минимумов различной продолжительности [Usoskin et al., 2007]. Поскольку в течение этого периода было около 1000 солнечных циклов, появление 27 грандиозных минимумов подразумевает, что около 2.7% циклов имели условия, подходящие для перехода Солнца в состояние великого минимума. Кроме того, это исследование показало, что Солнце находилось в состоянии великих минимумов около 17% времени. Есть свидетельства того, что некоторые подобные солнцу звезды показывают такие же минимумы активности [Baliunas et al., 1995]. Важно понять физику происхождения грандиозных минимумов и вероятность их появления на Солнце. Кроме того, циклы солнечных пятен оказывают существенное влияние на околоземное космическое пространство и климатическую систему Земли [Lean et al., 1995].

Помимо грандиозных минимумов, косвенные данные о солнечной активности в далеком прошлом обнаруживают также грандиозные максимумы - охватывающие несколько 11-летних циклов эпохи аномально высокой активности [Usoskin et al., 2007, 2014]. Интерес к грандиозным максимумам в последнее время возрос в связи с новыми данными о сверхмощных вспышках с энергией $\geq 10^{34}$ эрг на подобных Солнцу звездах. Большое количество таких событий было обнаружено по данным космического телескопа Kepler [например, Shibayama et al. 2013]. Среди более 100000 подобных Солнцу звезд, охваченных программой Kepler, только около 300 показали супервспышки за приблизительно 1,5 года наблюдений (проанализированных на предмет обнаружения супервспышек). Однако на эту малую группу звезд пришлось в среднем около 5 супервспышек на звезду [Candelaresi et al., 2014]. Поэтому супервспышки характерны для длительных состояний аномально высокой активности, что и делает их предметом для изучения в рамках теории динамо. Важнейшим является вопрос о возможности супервспышек на Солнце. Геомагнитные возмущения, вызванные наиболее мощными из наблюдавшихся солнечных вспышек ($\sim 10^{32}$ эрг), приводили к неблагоприятным последствиям для наземных технологий. Солнечные супервспышки, если они возможны, представляют реальную угрозу для технологий современной цивилизации.

Помимо грандиозных минимумов и максимумов, известна также и более кратковременная изменчивость амплитуд и длительностей солнечных циклов. Основной причиной такой изменчивости считаются флуктуации параметров солнечного динамо [Hoing, 1988; Charbonneau, 2010]. Из двух основных динамо-эффектов генерации тороидального поля дифференциальным вращением и обратного преобразования тороидального поля в полоидальное циклоническими движениями, как считается, именно второй в значительной степени подвержен случайным изменениям [Hoing, 1993]. Время памяти динамо-процесса совпадает по порядку величины с периодом цикла активности [Karak and Nandy, 2012]. Поэтому важно идентифицировать те свойства флуктуирующего динамо, которые ответственны за увеличение или уменьшение уровня активности между соседними циклами. Некоторые параметры, связанные с динамо, такие как турбулентная диффузия или скорость меридионального потока, могут также вносить вклад в изменчивость циклов активности [Choudhuri and Karak,

2012]. Однако основной вклад, как ожидается, исходит от флуктуаций α - эффекта Бэбкока - Лейтона из-за их относительно большой амплитуды. Механизм Бэбкока - Лейтона связан с конечным средним наклоном солнечных активных областей относительно широтных линий [Vabsock, 1961]. Относительно большая величина присущих ему нерегулярных изменений связана с двумя свойствами солнечных активных областей: широким распределением их углов наклона и небольшим числом активных областей, одновременно присутствующих на Солнце. Поэтому механизм управляется небольшим ансамблем случайных объектов. Вычисления [Nagy et al., 2017] показывают, что даже одна активная область, нарушающая закон Джоя, может существенно повлиять на амплитуду следующих солнечных циклов. Работа [Jiang et al., 2015] указывает на активную область AR10696 как характерный пример области с аномальным углом наклона, явившейся причиной относительно малой амплитуды 24-го солнечного цикла. Амплитуда флуктуаций α - эффекта Бэбкока - Лейтона в модели может быть оценена по данным каталогов солнечных пятен [Олемской и др., 2013; Jiang et al., 2014]. Однако характерная длительность флуктуаций не определена. Ее можно определить из сравнения статистики расчетных и наблюдаемых длительностей солнечных циклов.

2.1. Флуктуации альфа-эффекта в модели динамо

За основу взята согласованная модель динамо и дифференциального вращения, описанная в первой главе диссертации, которую теперь дополним учетом флуктуаций α -эффекта. Для учета флуктуаций α -эффекта параметр α в выражении (1.27) преобразуется следующим образом:

$$\alpha \rightarrow \alpha (1 + \sigma s(t)), \quad (2.1)$$

где σ - относительная амплитуда флуктуаций, а $s(t)$ - случайная функция времени порядка единицы. Следуя работе [Rempel, 2005], для моделирования случайного процесса $s(t)$ наряду с уравнениями динамо решаем систему из n обык-

новенных дифференциальных уравнений,

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= -\frac{n}{\tau}(s - s_1), \\ \frac{ds_1}{dt} &= -\frac{n}{\tau}(s_1 - s_2), \\ &\dots \\ \frac{ds_{n-1}}{dt} &= -\frac{n}{\tau}\left(s_{n-1} - \sqrt{\frac{2\tau}{\Delta t}} \hat{g}\right). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь τ - время корреляции случайного процесса, Δt - шаг по времени в численном интегрировании уравнений и \hat{g} - случайное число со средним значением равным нулю, среднеквадратичным значением равным единице, распределенное по нормальному закону. Величина \hat{g} обновляется на каждом шаге по времени независимо от ее предыдущего значения. Для разрешения системы (2.2) использовалась численная схема второго порядка точности (центрированных) конечно-разностных производных по времени. Уравнения (2.2) моделируют непрерывную функцию времени, у которой производные до n порядка также непрерывны, но производная порядка n является разрывной. Для $n = 1$, $n = 2$ и при условии $\Delta t \ll \tau$ (выполняется для всех представленных расчетов), корреляционная функция для случайного процесса (2.2) была определена аналитически [Olemskoy and Kitchatinov, 2013]. Коэффициент перед случайным числом \hat{g} в последнем из уравнений (2.2) выбран так, чтобы среднеквадратичное значение $\langle s^2 \rangle = 1$ в аналитических расчетах. Сравнение численных расчетов с аналитическими результатами подтвердило надежность численной модели случайного процесса. В расчетах диссертации $n = 3$.

α - эффект в используемой модели нелокальный. Генерация полоидального поля вблизи поверхности связана с тороидальным полем у основания конвективной зоны. Такая формулировка α -эффекта исключает его так называемое катастрофическое подавление из-за сохранения магнитной спиральности [Kitchatinov and Olemskoy, 2011c] и соответствует механизму Бэбкока-Лейтона формирования глобального полоидального поля в результате всплывания тороидальных полей от основания зоны конвекции [см., например, Charbonneau, 2010]. Начало магнитного цикла в модели определим как момент изменения знака тороидального поля B_t у основания конвективной зоны на широте 15° , где

это поле достигает наибольшей напряженности в ходе его циклических изменений. Соответственно, время максимума цикла в модели определяется моментом наибольшей напряженности B_t в данном цикле.

2.2. Определение характерного времени флуктуаций

Для определения характерного времени τ флуктуаций α -эффекта было проведено сравнение наблюдаемого и полученного в модели динамо распределений периодов солнечных циклов. Были проведены расчеты 10000 магнитных циклов для ряда значений отношения времени флуктуаций к периоду вращения Солнца $\tau/P_{\text{rot}} = 0.5, 1, 1.5, 2$. Дисперсии расчетных периодов цикла

$$D = \frac{1}{\langle P_{\text{cyc}} \rangle} \langle (P_{\text{cyc}} - \langle P_{\text{cyc}} \rangle)^2 \rangle^{1/2} \quad (2.3)$$

для этих значений равны 0.104, 0.162, 0.212 и 0.248, соответственно.

Периоды 36 солнечных циклов известны из прямых наблюдений *. Для этих данных изменчивость по формуле (2.3) $D_{\text{obs}} = 0.135$. По косвенным данным имеется статистика из 119 циклов [Nagovitsyn et al., 2015]. Для этих данных коэффициент изменчивости $D_{\text{rec}} = 0.185$. Эти значения близки к $D = 0.162$ полученному в модели динамо для $\tau = P_{\text{rot}}$. Другими словами, время корреляции близко к периоду вращения. Поэтому все дальнейшие вычисления проведены с характерным временем флуктуаций равным сидерическому периоду вращения Солнца.

Рисунок 2.1 показывает функцию распределения периодов расчетных циклов для случая $\tau/P_{\text{rot}} = 1$. Это распределение близко к полученному Наговицыным и др. [Nagovitsyn et al. 2015]. Средняя продолжительность циклов $\langle P_{\text{cyc}} \rangle = 10.9$ лет. Стоит отметить, что средняя продолжительность фазы роста цикла $\langle P_{\text{gr}} \rangle = 5.1$ лет короче средней продолжительности фазы спада $\langle P_{\text{dec}} \rangle = 5.8$ лет. Для модели без учета флуктуаций продолжительности фаз совпадают ($\simeq 5.37$ лет). Модель не воспроизводит эффект Вальдмайера, т.е.

* https://www.ngdc.noaa.gov/stp/space-weather/solar-data/solar-indices/sunspot-numbers/cycle-data/table_cycle-dates_maximum-minimum.txt

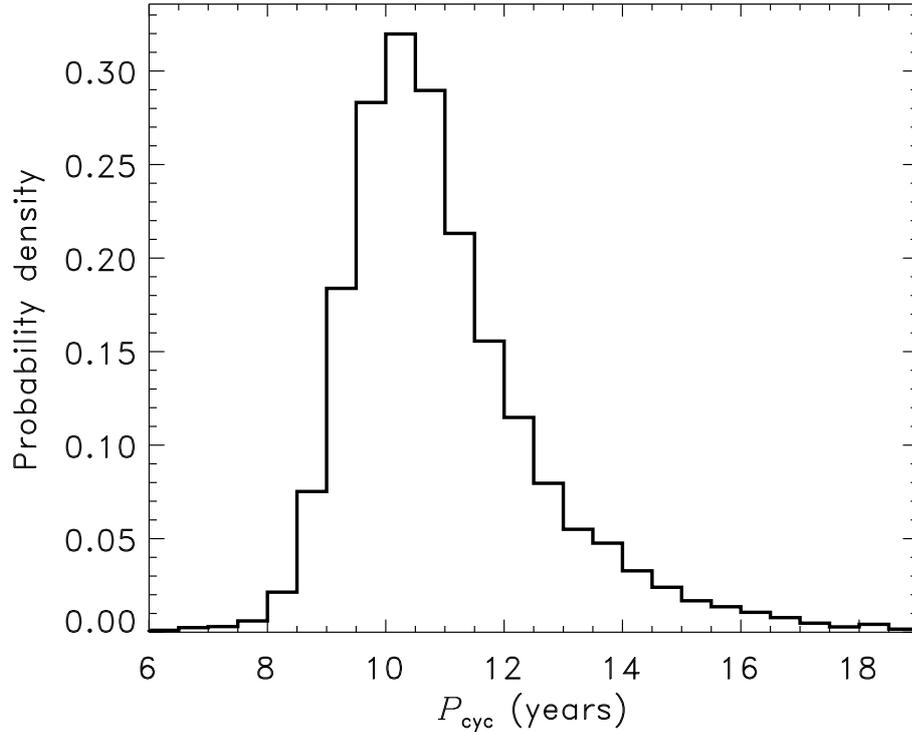


Рис. 2.1 – Функция распределения продолжительностей расчетных циклов для случая $\tau = P_{\text{rot}}$.

корреляция между амплитудой цикла и временем его роста по расчетам модели не обнаруживается.

2.3. Ожидаемые эффекты флуктуаций

Последствия двух основных эффектов $\alpha\Omega$ -динамо различаются на фазах роста и спада цикла активности. На фазе роста тороидальное поле и магнитная энергия усиливаются Ω -эффектом дифференциального вращения, которое генерирует тороидальное поле из полоидального. Усиление ограничено α -эффектом, который уменьшает полоидальное поле и ведет к его переполносовке вблизи момента максимума активности. Следовательно, можно ожидать, что снижение α -эффекта на фазе роста приведет к более сильному циклу, а при увеличении α на фазе роста будет уменьшаться амплитуда цикла. На фазе спада α -эффект генерирует начальное полоидальное поле для следующего цикла. Можно ожидать, что уменьшенный α -эффект на фазе спада приведет к меньшему полоидальному полю и более слабому следующему циклу. Противоположный результат ожидается при флуктуации, увеличивающей α -эффект на

нисходящей фазе активности. Чтобы проверить эти ожидания, проведем расчеты динамики поля отдельно для восходящей и нисходящей фаз магнитных циклов, искусственно меняя α -эффект. Амплитуда расчетных циклов характеризуется придонным тороидальным полем B_t на широте 15° , близкой к широте, где это поле достигает своего максимального значения. Другим важным параметром является полная энергия тороидального поля

$$E_m = \frac{1}{4} \int_{r_i}^{r_e} \int_{-1}^1 B^2(r, \cos \theta) r^2 d \cos \theta dr, \quad (2.4)$$

где $r_e = 0.97R_\odot$ внешняя граница области моделирования. Начало нового цикла активности определяется моментом изменения знака B_t . Амплитуда цикла определена как максимум абсолютного значения B_t в цикле.

Для оценки последствий флуктуаций на фазе роста активности, значение α_0 -эффекта изменялось через год после начала цикла и спустя еще 2 года возвращалось к своему первоначальному значению 0.174 m s^{-1} . В качестве отрицательных флуктуаций использовалось изменение знака α_0 , т.е. его значение становилось равным -0.174 m s^{-1} , а в качестве положительных флуктуаций - изменение α_0 в противоположную сторону на ту же величину, т.е. $\alpha_0 = 0.522 \text{ m s}^{-1}$.

Полученные в таких расчетах изменения полоидального и тороидального полей, а также магнитной энергии показаны на рисунке 2.2. Графики, в целом, подтверждают изложенные выше ожидания, но следует также отметить, что поле реагирует на изменения α с задержкой. Полярное поле и магнитная энергия реагируют с запаздыванием около года. Придонному полю B_t требуется около четырех лет, чтобы реагировать на изменения генерации полоидального поля. Более медленная реакция B_t , вероятно, объясняется дополнительным временем, необходимым для переноса поля ко дну конвективной зоны меридиональным течением и диффузией.

Можно заметить, что отрицательные флуктуации на фазе роста способствуют более позднему изменению знака полярного поля. Соответственно, более сильное тороидальное поле будет создано дифференциальным вращением и при этом возрастает и магнитная энергия. Тороидальное поле продолжает расти в конце хода на рисунке 2.2b, что предопределяет более высокую амплитуду B_t по сравнению со случаем без изменений α . Положительные флуктуации α , наобо-

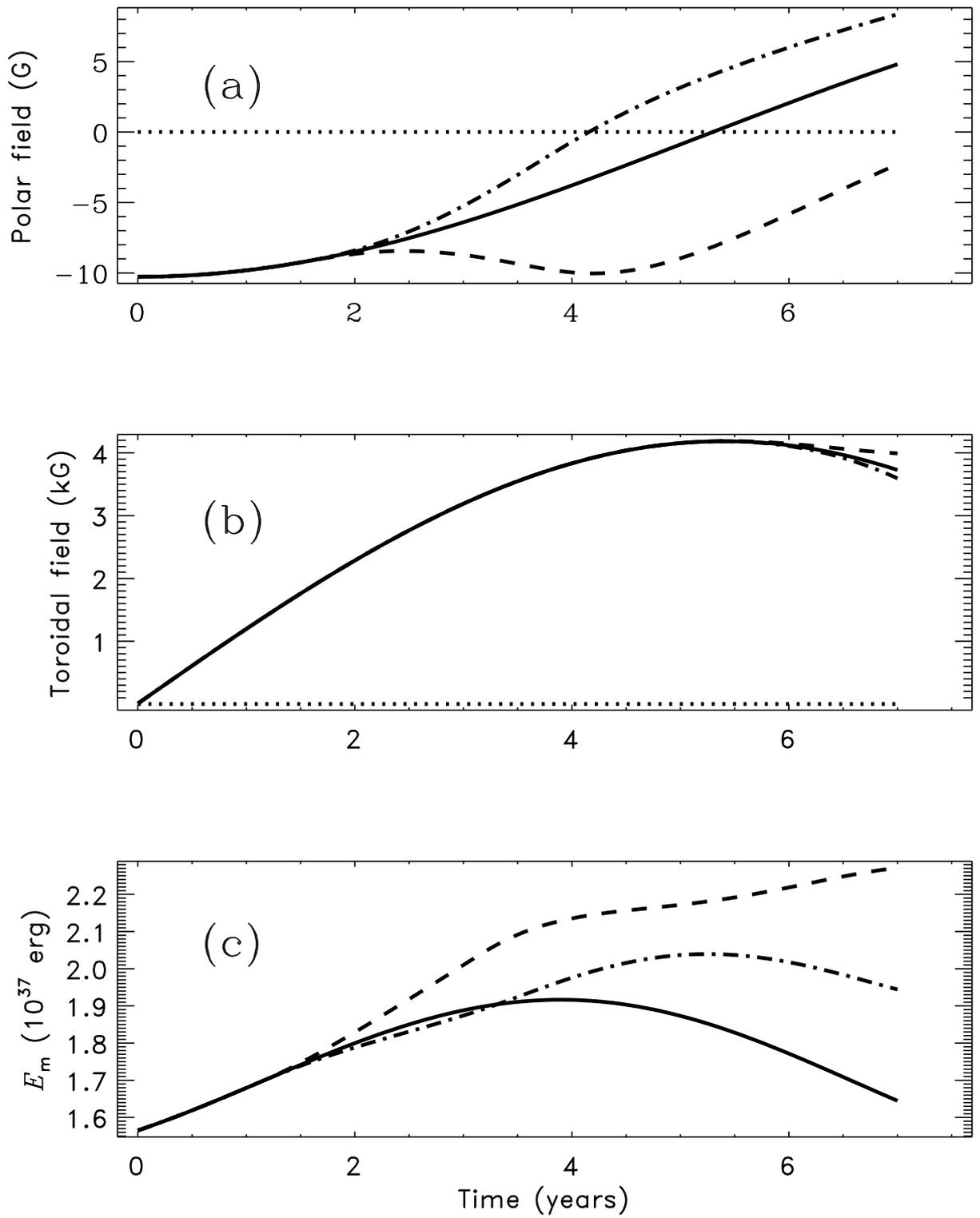


Рис. 2.2 – Полоидальное поле на северном полюсе (а), придонное тороидальное поле B_t на широте 15° (b) и магнитная энергия (c) на фазе роста магнитного цикла, вычисленного с заданным возмущением α -эффекта в интервале времени от 1 до 3 лет. Сплошная линия соответствует расчетам без изменения α , пунктирная линия - для обращения знака α и штрих-пунктирная линия - для увеличенного в 3 раза α .

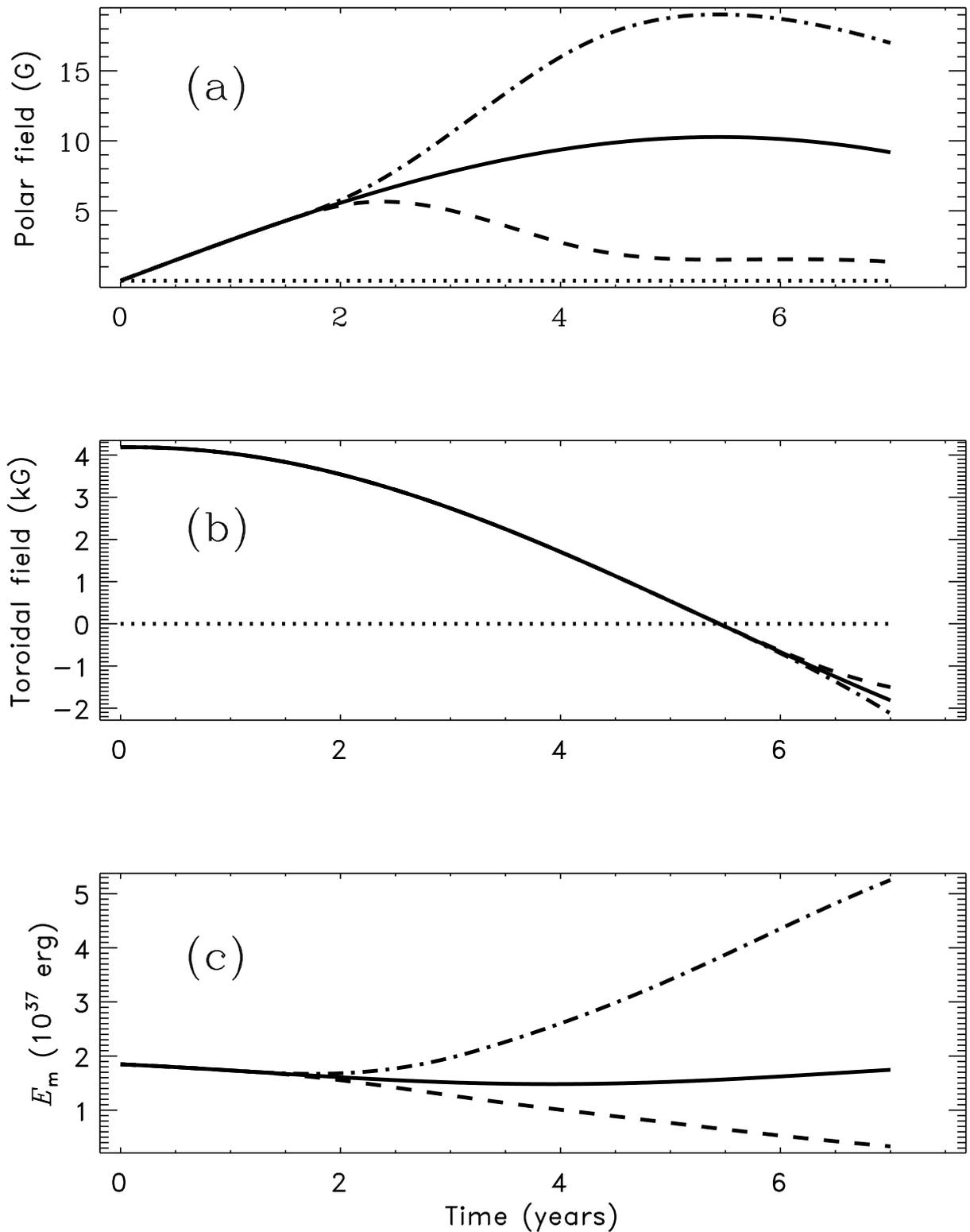


Рис. 2.3 – То же, что и на рисунке 2.2, но для фазы спада магнитного цикла.

рот, быстрее уменьшают полярное поле, что приводит к ранней реперелюсовке. Однако максимальное значение B_t практически не меняется при положительной флуктуации. Эффект в магнитной энергии также мал. Энергия сначала уменьшается при положительной флуктуацией, но в конечном счете незначи-

тельно увеличивается по сравнению со случаем без изменений α .

Для анализа воздействия флуктуаций на фазе спада активности, значение α_0 -эффекта изменялось через год после максимума цикла и спустя еще 2 года возвращалось к своему первоначальному значению, аналогично тому как это было сделано для фазы роста. Влияние флуктуаций в нисходящей фазе цикла сильно зависит от их знака. Это показано на рисунке 2.3. Положительные флуктуации увеличивают полярное поле в конце магнитного цикла, тем самым создавая предпосылки для относительно большой амплитуды следующего цикла, что также увеличивает магнитную энергию. Отрицательные флуктуации действуют в противоположном направлении, ослабляя полярное поле в конце цикла и уменьшая тем самым амплитуду и магнитную энергию следующего цикла. Таким образом, ожидается, что цикл, следующий за фазой спада, где преобладают отрицательные флуктуации, будет слабым.

2.4. Результаты моделирования изменчивости солнечных циклов

Без учета флуктуаций модель показывает одинаковые повторяющиеся циклы, которые имеют амплитуду тороидального поля $B_t = 4.18$ кГс и магнитную энергию $E_m = 1.91 \times 10^{37}$ эрг. Полярное поле достигает своего максимума $B_p = 10.3$ Гс в начале цикла. Таким образом, амплитуда тороидального поля связана с полярным полем в предыдущем минимуме выражением

$$B_t = -407B_p, \quad (2.5)$$

с учетом противоположных знаков B_p и B_t в одном и том же полушарии. Аналогичное отношение между полярным полем и магнитной энергией имеет вид

$$E_m = 1.8 \times 10^{35} B_p^2. \quad (2.6)$$

С учетом флуктуаций, магнитные циклы модели динамо различаются по длительности и амплитуде. Тем не менее, соотношение между амплитудами тороидального поля в циклах и полярным полем в начале циклов близко к фор-

муде (2.5) модели без флуктуаций (рис. 2.4). Корреляция между амплитудой цикла и полярным полем в предыдущем минимуме хорошо известна по солнечным наблюдениям [Макаров и Тлатов, 2000; Svalgaard et al., 2005] и объясняется теорией динамо [Schatten et al., 1978; Choudhuri et al., 2007].

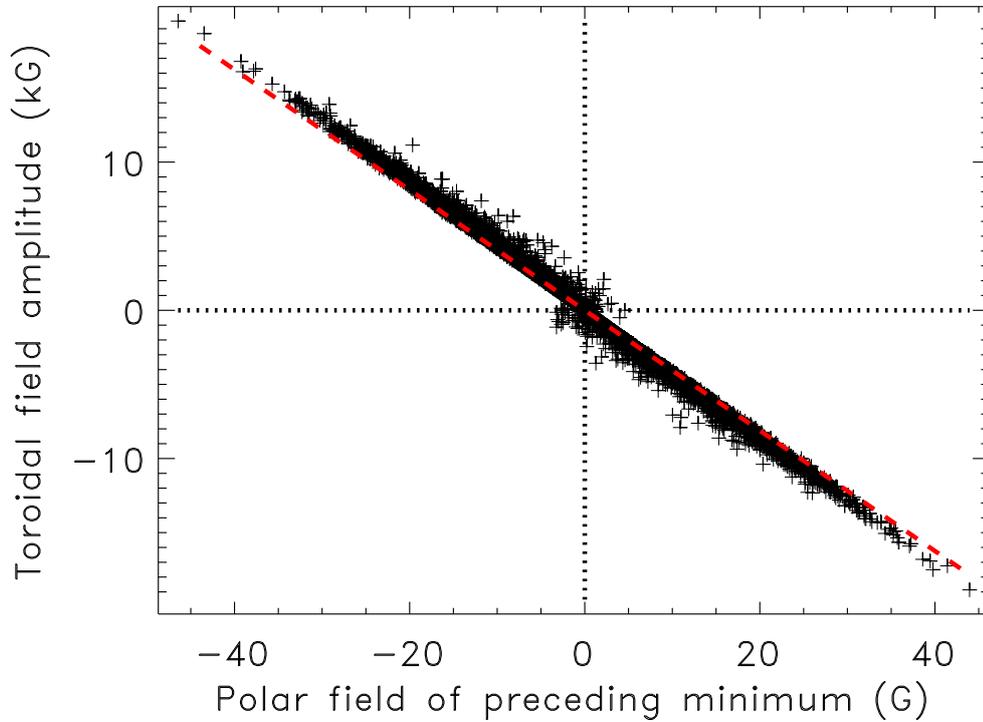


Рис. 2.4 – Положения магнитных циклов модели динамо на координатной плоскости полярного поля в минимуме цикла и амплитуды тороидального поля следующего цикла. Соотношение (2.5) показано штриховой линией.

За исключением слабых циклов рисунка 2.4 (грандиозные минимумы), соотношение (2.5) определяет нижнюю границу абсолютной величины отношения $|B_t/B_p|$.

Рисунок 2.5 также показывает, что уравнение (2.6) определяет нижнюю границу энергии цикла как функцию полярного поля в предыдущем минимуме. Что согласуется с ожиданием: флуктуации любого знака на фазе роста активности повышают магнитную энергию (рис. 2.2). Рисунок 2.5 показывает больший разброс и большие отклонения от пунктирной линии по сравнению с рисунком 2.4. Магнитная энергия зависит не только от величины поля, но и от его пространственного распределения, что, вероятно, является причиной такого различия. Сильные солнечные циклы показывают более широкое распределение пятен по широте [Mandal et al., 2017].

Амплитуда магнитных циклов определяется полярным полем в начале цик-

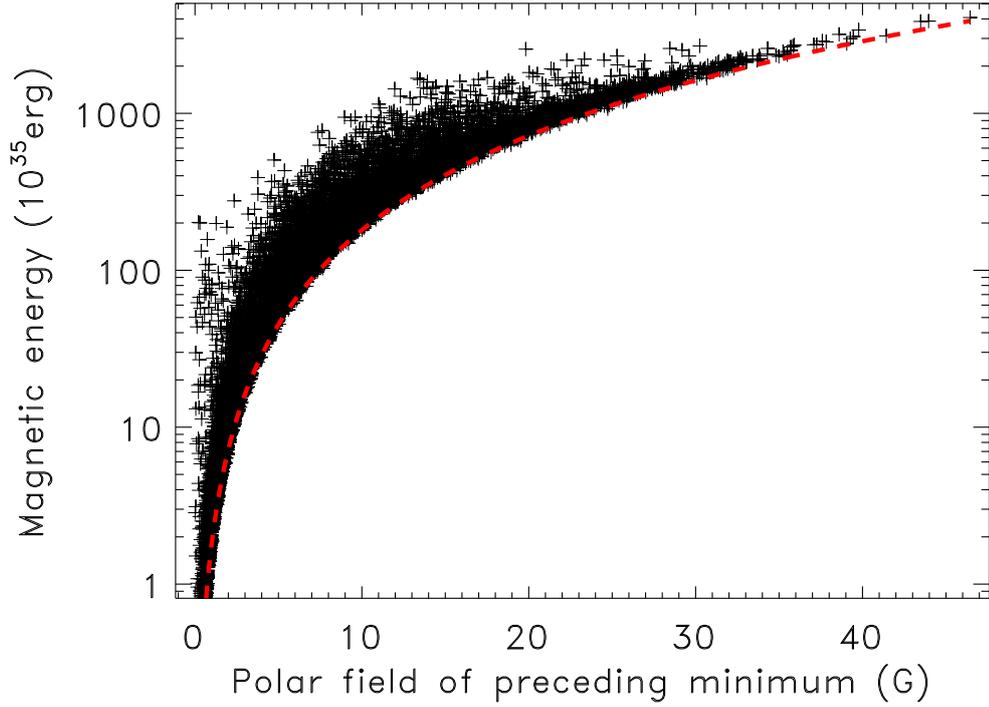


Рис. 2.5 – Положение расчетных вычисленных магнитных циклов на координатной плоскости абсолютного значения полярного поля в минимуме цикла и максимальной магнитной энергии (2.4) в следующем цикле. Соотношение (2.6) показано штриховой линией.

ла (рис. 2.4 и 2.5). Эти поля создаются в течение предыдущих циклов. Рисунок 2.6 показывает тесную корреляцию между полярными полями B_p в конце цикла и произведением $B_t \langle \alpha \rangle_{\text{dec}}$ амплитуды цикла B_t и α -параметра, усредненного за время спада

$$\langle \alpha \rangle = \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} (1 + \sigma s(t)) dt. \quad (2.7)$$

Нижний индекс в $\langle \alpha \rangle_{\text{dec}}$ означает, что T_1 и T_2 в уравнении(2.7)- это моменты максимума и начала следующего цикла, соответственно. Пунктирная линия на рисунке 2.6 показывает линейную аппроксимацию $B_p = 1.94 B_t \langle \alpha \rangle_{\text{dec}}$, при этом коэффициент корреляции довольно высок $r = 0.93$. Большой разброс обнаруживается при усреднении $\langle \alpha \rangle$ по всему времени цикла.

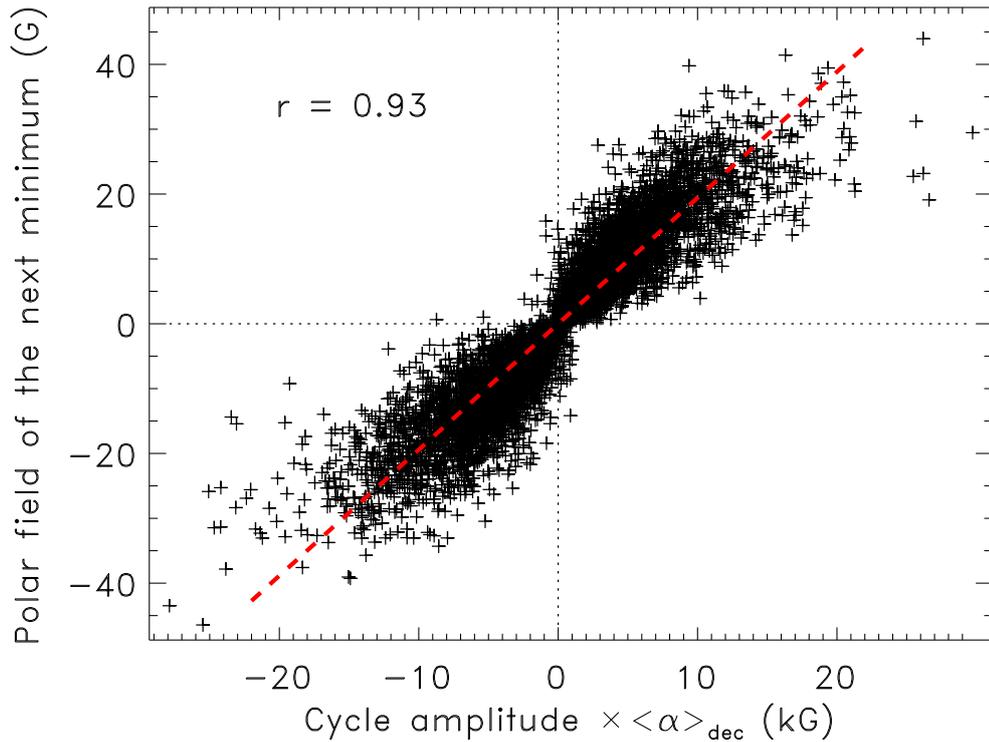


Рис. 2.6 – Корреляция между полярным полем в конце цикла и параметром динамо - произведением амплитуды тороидального поля и среднего значения параметра α на фазе спада. Штриховая линия показывает наилучшее линейное приближение.

2.4.1. Грандиозные максимумы

Магнитная активность Солнца контролирует условия в гелиосфере и влияет на Землю. Хорошо известным примером такого влияния является геомагнитная буря 13 марта 1989 года, которая вызвала перебои в подаче электроэнергии примерно на 9 часов в Квебеке, Канада. Мощная солнечная вспышка, вызвавшая это геомагнитное возмущение, имела энергию порядка 10^{32} эрг [Benz, 2008]. Обнаружение многочисленных вспышек очень высокой энергии ($\geq 10^{34}$ эрг [Maehara et al. 2012; Shibayama et al. 2013]) среди звезд солнечного типа космическим телескопом Кеплер спровоцировало обсуждение возможности таких супервспышек в сильных солнечных циклах [Shibata et al., 2013; Candelaresi et al., 2014; Kitchatinov and Olemskoy, 2016]. Такие мощные вспышки - если они происходят на Солнце - представляют реальную угрозу для современной цивилизации. Для обозначения последовательности высоких по мощности 11-летних циклов солнечной активности в последнее время все чаще стали использовать термин «глобальные максимумы» солнечной активности. В качестве примеров

глобальных максимумов можно привести Средневековый, Позднесредневековый, Современный (середины–конца XX века).

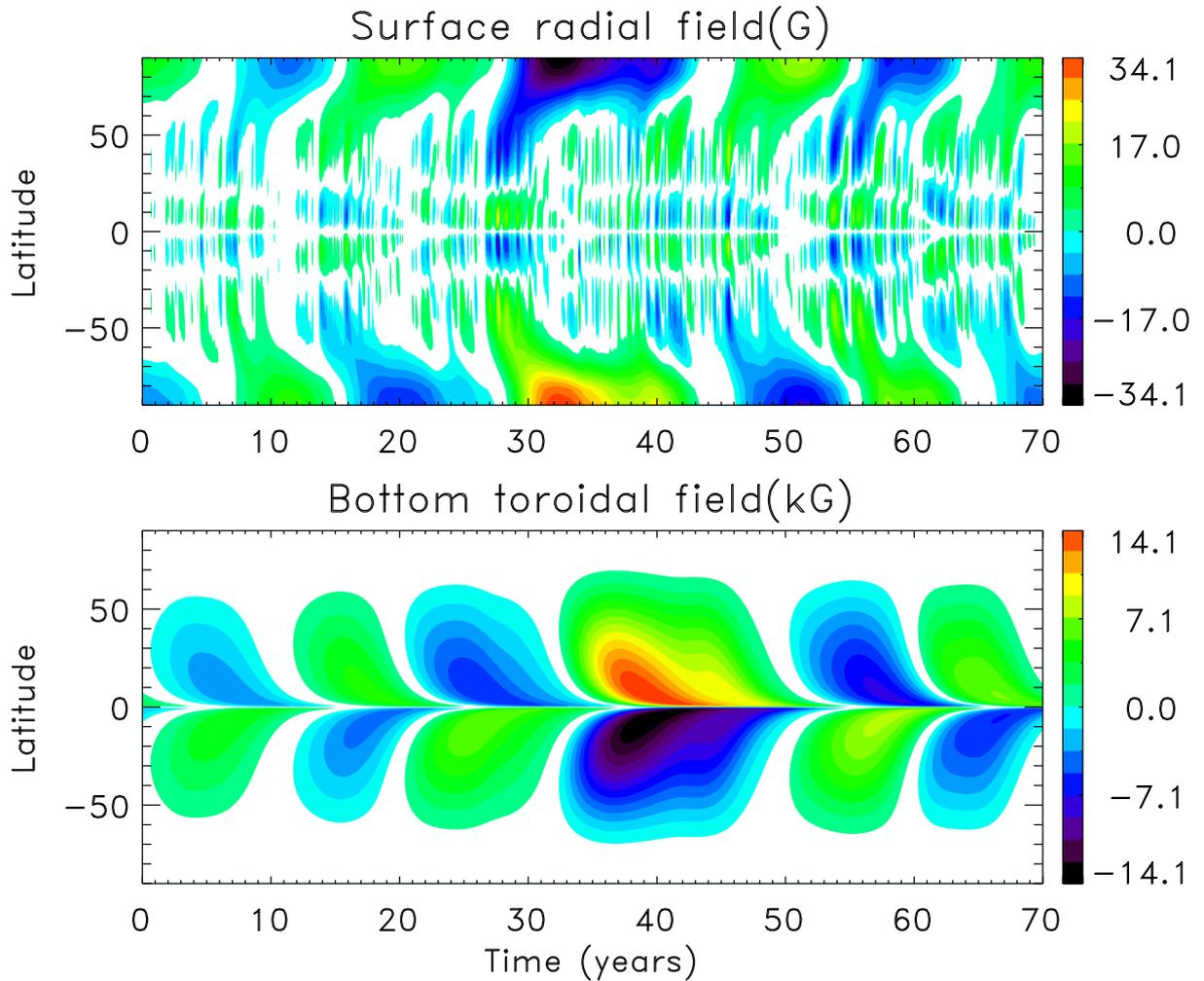


Рис. 2.7 – Широтно-временные диаграммы радиального поля на поверхности (вверху) и тороидального поля у основания конвективной зоны (внизу) для фрагмента расчетов, включающего сильный цикл в период с 30 до 50 лет.

Рисунок 2.5 показывает, что в расчетах динамо встречались циклы с магнитной энергией приблизительно в 20 раз выше ее величины в модели без флуктуаций. На рисунках 2.7 и 2.8 представлен характерный пример такого сильного цикла. Причину сильного цикла между 30 и 50 годами можно увидеть на графике флуктуаций α на рисунке 2.8b, который показывает большие положительные флуктуации вблизи момента времени в 30 лет. Эти флуктуации привели к созданию anomalously большого полоидального поля в начале сильного цикла, которое определило большую нижнюю границу для тороидального поля и энергии этого цикла (рис. 2.4 и 2.5). α -флуктуация изменилась на большую отрицательную в

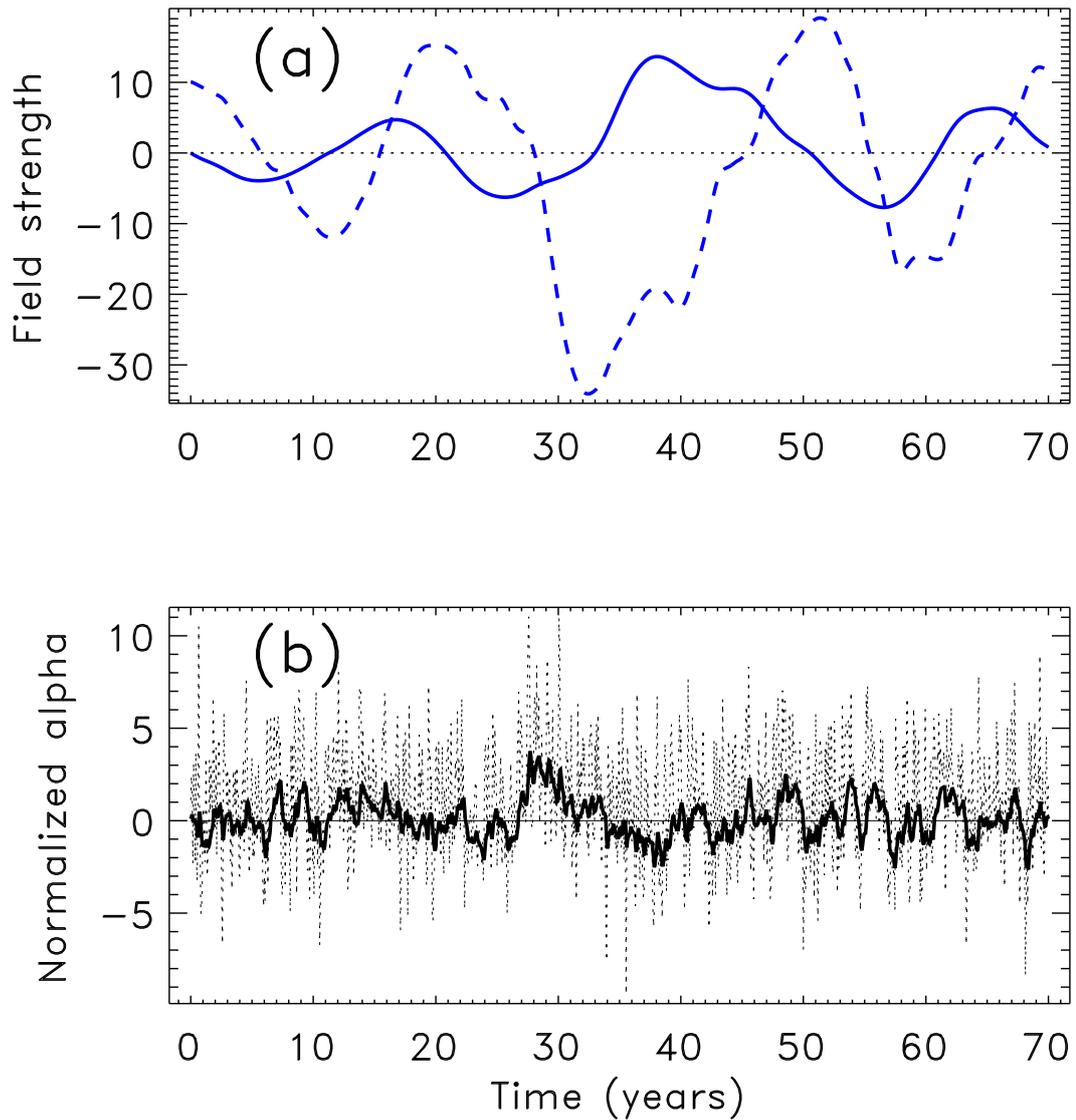


Рис. 2.8 – (a) Северное полярное поле (Гс, пунктирная линия) и тороидальное поле B_t (кГс, сплошная линия). (b) нормированное альфа $1 + \sigma s(t)$ (пунктир) и его годовое скользящее среднее (сплошная линия), для того же фрагмента расчетов, что и рисунок 2.7.

начале сильного цикла, что задержало уменьшение полоидального поля и еще больше увеличило энергию цикла.

Такой сценарий является типичным для сильных циклов в модели динамо. Однако, такие циклы вряд ли могут быть причиной супервспышек. Если предположить, что максимальная энергия вспышки пропорциональна генерируемой динамо магнитной энергии, а максимальная энергия вспышки для типичного солнечного цикла составляет около 10^{32} эрг, то по расчетам модели энергия солнечной вспышки не может превышать 10^{33} эрг. Этот результат меньше оценки работы [Kitchatinov and Olemskoj, 2016]. Поэтому можно сделать вывод, что

флуктуации в механизме Бэбкока-Лейтона не могут быть причиной супервспышек на Солнце.

2.4.2. Грандиозные минимумы

За последние 5000 лет по ряду восстановленных данных о солнечной активности было обнаружено шесть глобальных минимумов [Eddy, 1977]. А ближайшим к настоящему времени пяти глобальным минимумам активности Солнца даны названия Дальтона, Маундера, Шперера, Вольфа и Оорта. Текущий 24-ый цикл солнечной активности намного слабее по сравнению с предыдущим 23-им циклом. Похожие или даже еще более сильные падения амплитуд между соседними циклами обнаруживается и в расчетах модели. На рисунках 2.9 и 2.10 показан характерный пример такого падения.

Резкое падение произошло после второго полного цикла, показанного на этих рисунках. Оно было вызвано отрицательной флуктуацией параметра α на фазе спада этого цикла, вблизи момента времени 20 лет (рис. 2.10b). Вблизи максимума цикла, как обычно, произошло обращение знака полярного поля и полоидальное поле стало увеличиваться. Отрицательная флуктуация α , однако, привела к выбросу полоидального поля "старого" знака от низких широт, где действует α -эффект, к полюсам (верхняя панель рис. 2.9). В результате, полоидальное поле в конце цикла оказалось малым и в работе динамо произошел сбой. Заметим, что полоидальное поле в конце цикла является затравочным для генерации тороидального поля дифференциальным вращением в следующем цикле (рис. 2.4). Магнитные циклы нормальной продолжительности и амплитуды в последующем восстановились. Модель динамо немного (около 10 %) закритична. Поэтому восстановление в расчетном великом минимуме на рисунках 2.9 и 2.10 было медленным. Сценарий резкого спада и медленного восстановления был типичным для великих минимумов в вычислениях, хотя были и случаи плавного начала грандиозных минимумов. Неясно, было ли начало минимума Маундера в солнечной активности резким или гладким [Usoskin et al., 2000; Vaquero et al., 2011]. Статистика великих минимумов и максимумов в обсуждаемой модели практически повторяет работу [Олемской и др., 2013] и поэтому здесь не обсуждается.

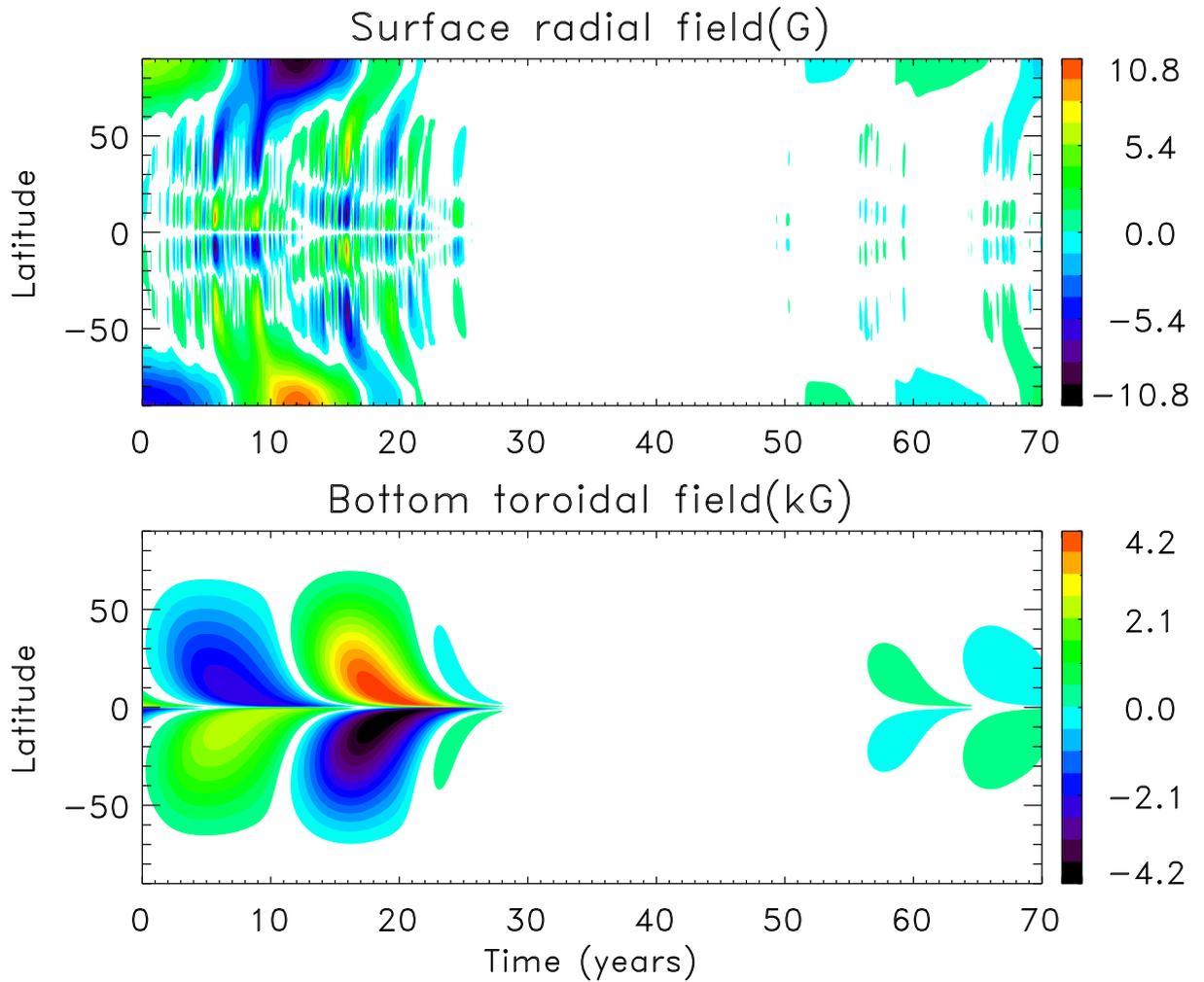


Рис. 2.9 – Широтно-временные диаграммы радиального поля на поверхности (*вверху*) и тороидального поля у основания конвективной зоны (*внизу*) с примером резкого падения амплитуды циклов.

Текущий 24-ый цикл примерно в 1.7 раза слабее по сравнению с 23-м по числу пятен [†]. Возможную причину для низкой солнечной активности можно увидеть из рисунка 2.11 [Mordvinov and Yazev, 2014]. Полярные поля в обоих полушариях изменили знак вблизи максимума 23-его цикла. Однако, рост нового поля был ограничен выбросами поля старой полярности, которые имели место в обоих полушариях [Mordvinov et al., 2015; Golubeva and Mordvinov, 2017]. Такие выбросы происходили от активных областей, нарушающих правило Джоя. В результате полярные поля в конце 23-его цикла были относительно слабыми, что привело к слабому 24-ому циклу. Эта интерпретация согласуется с работой [Jiang et al., 2015].

Нарушения правила Джоя соответствуют отрицательным флуктуациям α

[†]<https://solarscience.msfc.nasa.gov/SunspotCycle.shtml>

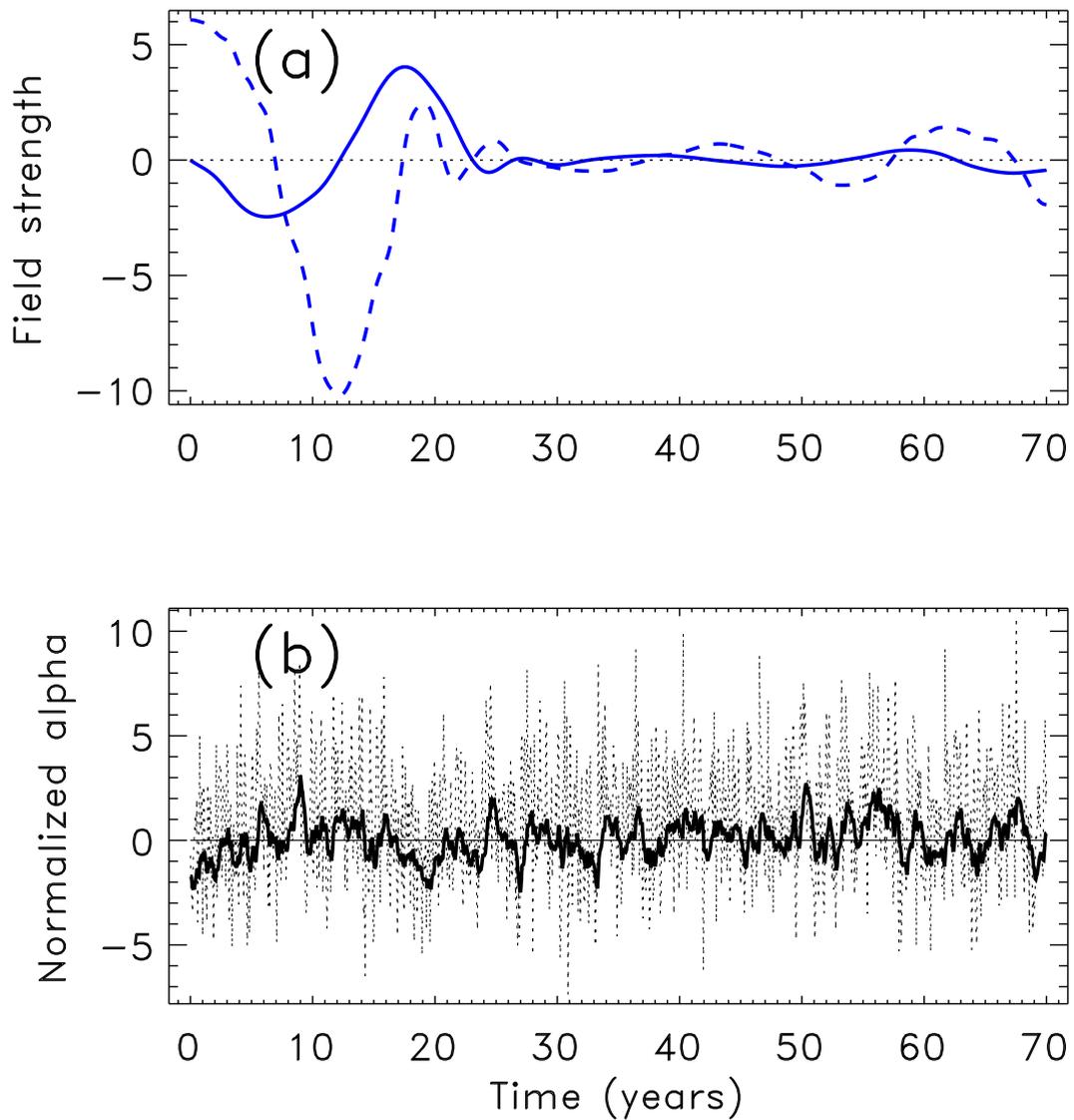


Рис. 2.10 – (а) Северное полярное поле (Гс, пунктирная линия) и тороидальное поле B_t (кГс, сплошная линия). (б) нормированное альфа $1 + \sigma s(t)$ (пунктир) и его годовое скользящее среднее (сплошная линия), для того же фрагмента расчетов, что и рисунок 2.9.

в механизме Бэбкока-Лейтона. Наблюдательный рисунок в некоторой степени похож на теоретический, хотя и с менее резким снижением наблюдаемой активности между соседними солнечными циклами. В 24-ом цикле также наблюдаются выбросы полоидального поля полярности лидирующих пятен. На рисунке 2.11 показаны такие выбросы (отмечены стрелками), которые чередуются с областями ведомой полярности.

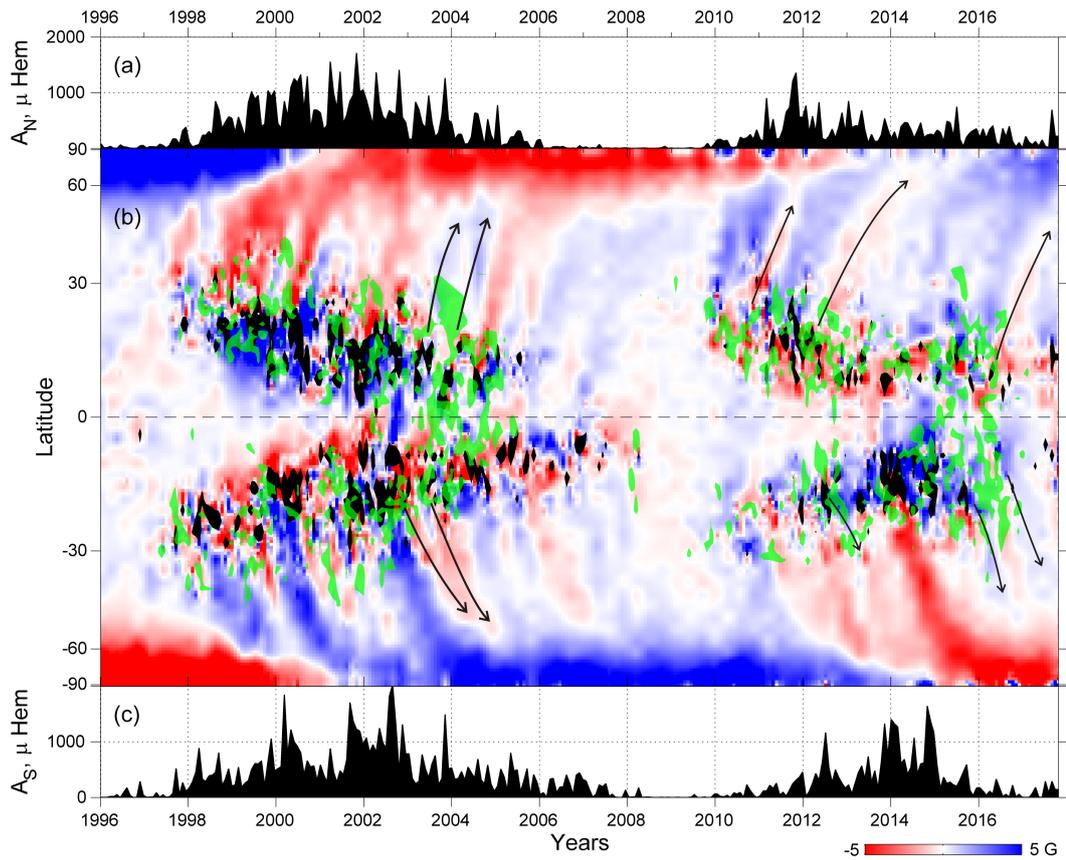


Рис. 2.11 – Площади солнечных пятен в северном (а) и южном (с) полушариях Солнца для двух последних солнечных циклов. Панель (b) показывает широтно-временную диаграмму крупномасштабного радиального поля. Места активных областей с анти-Джоевскими углами наклона и области интенсивной солнечной активности выделены зеленым и черным цветами, соответственно. Стрелками показаны выбросы лидирующей полярности.

2.5. Асимметрия формы циклов

Асимметрия циклов солнечной активности достаточно хорошо известна из наблюдений [например, Hathaway et al., 1994; Обридко и Наговицын, 2017]. Продолжительность фазы роста активности в отдельных циклах, чаще всего, короче длительности спада. Можно ли объяснить такую асимметрию в теории солнечного динамо?

Колебания поля в кинематических (линейных) моделях динамо, как и линейные колебания вообще, являются гармоническими. Ангармонические незатухающие колебания характерны для нелинейных систем. Именно поэтому естественно пытаться объяснять связь наблюдаемой асимметрии с какой-либо нелинейностью в солнечном динамо [Weiss et al., 1984]. В солнечном и звездном динамо известны различные нелинейные эффекты, включающие модификацию конвективной турбулентности магнитным полем [Kitchatinov et al., 1994], влияние магнитного поля на дифференциальное вращение [Malkus and Proctor, 1975] и меридиональное течение [Cameron and Schüssler, 2012], подавление генерации поля из-за сохранения магнитной спиральности [Kleeorin et al., 2003] и другие. И действительно, асимметрия магнитных циклов обнаруживается в некоторых достаточно сильно нелинейных моделях [например, Pipin and Kosovichev, 2011]. Однако скорость вращения Солнца лишь немного (около 10%) превышает пороговую величину для действия глобального динамо [Metcalfе and van Saders, 2017], что предполагает слабую нелинейность солнечного динамо.

Обнаруживается, однако, что флуктуации α -эффекта также могут приводить к асимметрии формы циклов. Флуктуации вызваны нерегулярными изменениями площадей активных областей Солнца и углов их наклона относительно солнечных параллелей [Олемской и др., 2013]. Последствия флуктуаций зависят от фазы цикла активности, на которой они происходят [Nagy et al., 2017]. Асимметрия в модели, как и в наблюдениях солнечных циклов, проявляется как среднестатистический эффект: не во всех циклах фаза роста короче фазы спада, но отношение соответствующих длительностей этих фаз в среднем меньше единицы.

Таблица 1 – Средние продолжительности фаз роста и спада динамо-циклов, рассчитанных для различных амплитуд σ и времен корреляции τ флуктуаций α -эффекта ($P_{\text{rot}} = 25.4$ суток - солнечный период вращения)

σ	τ/P_{rot}	$\langle T_{\text{gr}} \rangle$ (годы)	$\langle T_{\text{dec}} \rangle$ (годы)
1	0.5	5.40	5.36
	1.0	5.39	5.39
	1.5	5.39	5.41
	2.0	5.37	5.45
2	0.5	5.37	5.45
	1.0	5.31	5.59
	1.5	5.21	5.70
	2.0	5.16	5.76
3	0.5	5.29	5.60
	1.0	5.14	5.80
	1.5	5.17	5.90
	2.0	5.22	5.94

В таблице 1 приведены средние длительности роста и спада магнитных циклов, рассчитанные для различных значений относительной амплитуды и времени корреляции флуктуаций α . Для каждого случая были рассчитаны 4000 циклов, которых вполне достаточно для достоверности статистики, и при увеличении числа циклов среднестатистические результаты не изменяются. Целью расчетов с различными σ и τ было удостовериться, что асимметрия циклов в используемой модели является регулярно воспроизводимым явлением и, как и должно быть, асимметрия возрастает с увеличением как амплитуды, так и средней длительности флуктуаций. Только для самых малых амплитуды и времени корреляции из таблицы 1 полученная в модели небольшая среднестатистическая асимметрия противоположна наблюдаемой (т.е. среднее время роста больше среднего времени спада).

Механизм Бэбкока-Лейтона связан с наблюдаемыми свойствами групп солнечных пятен. Как уже было сказано, оценки амплитуды флуктуаций α -эффекта по данным о солнечных пятнах дают величину $\sigma \simeq 2.7$ [Олемской и др., 2013]. Сравнение с 36 периодами прямых наблюдений и 119 периодами,

восстановленными по косвенным данным [Nagovitsyn et al., 2015], дают время корреляции $\tau \approx P_{\text{rot}}$. Поэтому все дальнейшие обсуждения относятся к случаю $\sigma = 3$ и $\tau/P_{\text{rot}} = 1$ из таблицы 1, наиболее близкому к приведенным оценкам.

2.5.1. Влияние флуктуаций на форму циклов

Магнитные поля в модели реагируют на изменение параметра α с задержкой во времени. Реакция полярного (полоидального) поля запаздывает приблизительно на год, после этого еще примерно четыре года требуется для отклика на вариацию α придонного тороидального поля B_t (см. раздел 2.3). Поэтому для формы цикла существенны только флуктуации на фазе роста цикла (флуктуации на фазе спада определяют амплитуду, но не форму, следующего цикла).

На рисунке 2.12 показаны зависимости магнитных полей от времени в расчетах с заданными изменениями величины α на фазе роста цикла в интервале времени между 3 и 4 годами после его начала. Расчеты проведены для случая обращения знака ($\alpha = -0.174$ м/с), а также для изменения в противоположном направлении на ту же величину ($\alpha = 0.522$ м/с) в указанном интервале времени. Для сравнения показан также расчетный цикл с постоянным $\alpha = 0.174$ м/с.

При постоянном α без учета флуктуаций расчетный цикл симметричен: продолжительности ветвей роста и спада приближенно равны. Вариации α приводят к асимметрии, причем ветвь спада оказывается относительно короткой для положительных (возрастание α) и относительно длительной для отрицательных (уменьшение α) вариаций. Ветви роста совпадают во всех трех случаях из-за того, что, как уже отмечалось, реакция тороидального поля запаздывает приблизительно на 5 лет относительно вызвавших ее вариаций.

Поведение полей на рисунке 2.12 можно легко объяснить в терминах основных эффектов $\alpha\Omega$ -динамо. На фазе роста активности α -эффект генерирует полоидальное поле обратного знака по отношению к знаку поля предыдущего минимума активности, что приводит вблизи максимума цикла к смене знака полоидального поля. После этого дифференциальным вращением вырабатывается тороидальное поле обратное имеющемуся, и активность идет на спад. Положительные флуктуации α вынуждают полярное (полоидальное) поле раньше менять знак, и поэтому последующий спад активности происходит быстрее, и

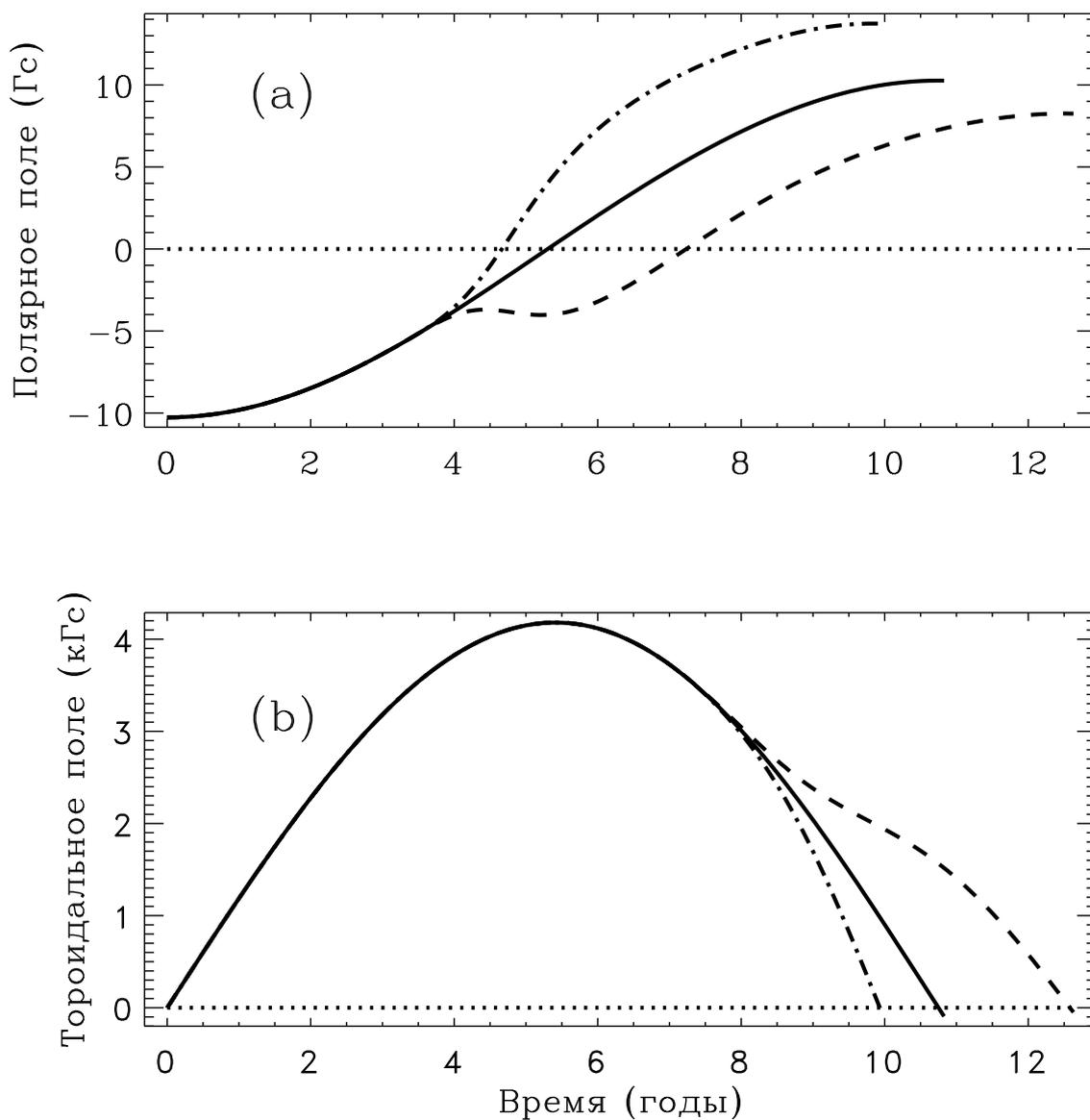


Рис. 2.12 – Напряженность поверхностного полярного поля на полюсе (а) и тороидального поля B_t на широте 15° у основания зоны конвекции (б), рассчитанные с заданными возмущениями α в интервале между 3 и 4 годами после начала цикла. Пунктирные линии соответствуют обращению знака α , а штрих-пунктирные - изменению α на ту же величину в положительном направлении. Сплошные линии показывают результаты расчетов при неизменном α .

фаза спада сокращается. Отрицательные флуктуации - наоборот - приводят к запаздыванию переполюсовки и более длительной ветви спада. Необходимо отметить, что сокращение ветви спада из-за положительных флуктуаций происходит на меньшую величину, чем ее удлинение из-за отрицательных флуктуаций, хотя отклонения в положительную и отрицательную стороны от среднего значения α равны по величине. Поэтому множество положительных и отрицательных флуктуаций приводит к среднестатистической асимметрии с относительно длительной эпохой спада активности.

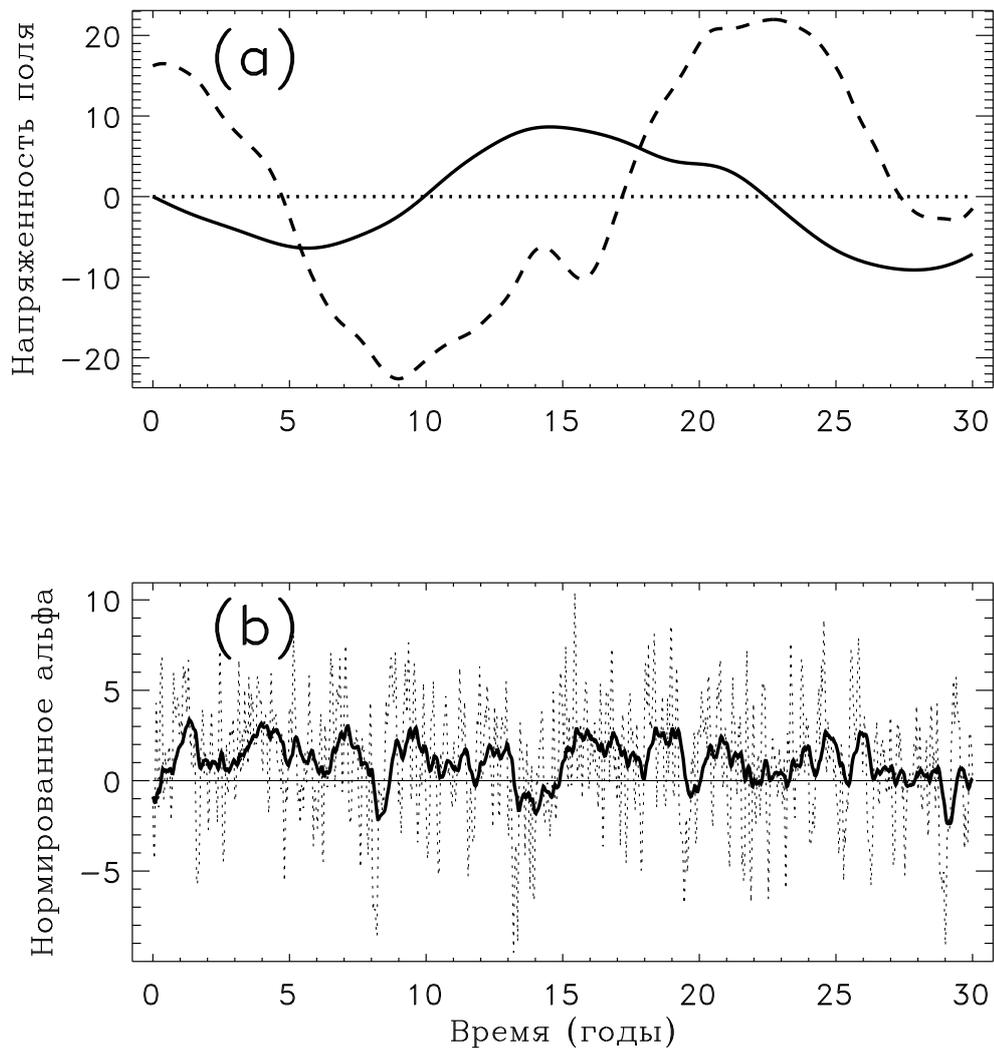


Рис. 2.13 – (а) Полярное поле (в Гауссах, пунктирная линия) и тороидальное поле B_t (в килоГауссах, сплошная линия) для фрагмента расчетов в модели динамо с флуктуациями α -эффекта. (б) Нормированная величина α -эффекта $1 + \sigma s(t)$ (пунктир) и ее бегущее среднее за год (сплошная линия). Цикл в интервале от 10 до 23 лет сильно асимметричен.

На рисунках 2.13 и 2.14 показан характерный пример цикла с ярко выражен-

ной асимметрией из расчетов модели. Рисунок 2.13 согласуется с предложенным объяснением асимметрии и рисунком 2.12. Большая асимметрия цикла между 10 и 23 годами на рисунке 2.13, по всей вероятности, была вызвана отрицательной флуктуацией α непосредственно перед максимумом этого цикла. В результате, изменение знака полярного поля, которое могло бы произойти вблизи максимума, было задержано. Произошло даже временное возрастание напряженности полярного поля перед его «переполусовкой», что привело к медленному уменьшению тороидального поля на ветви спада и, как следствие, сильно асимметричному циклу.

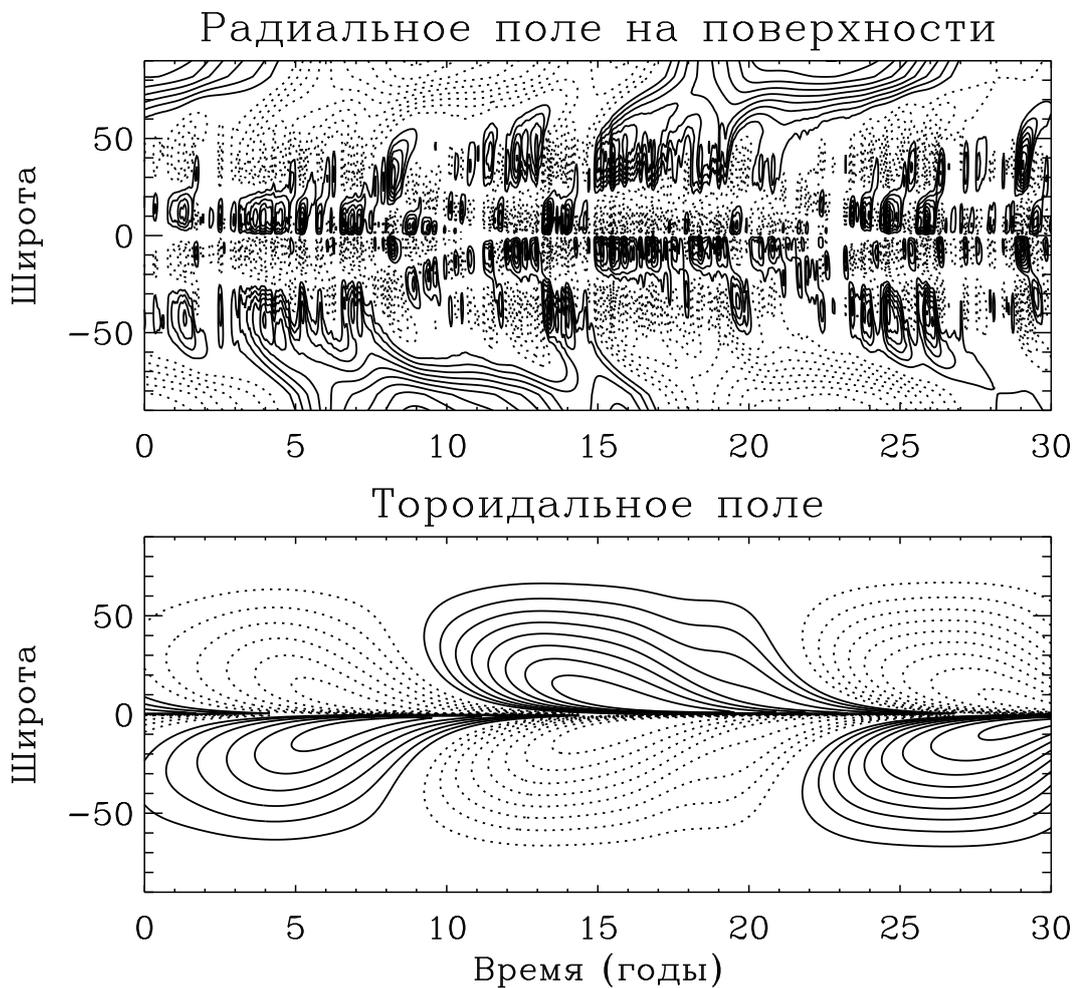


Рис. 2.14 – Широтно-временные диаграммы радиального поля на поверхности (вверху) и тороидального поля у основания конвективной зоны (внизу) для того же расчета, что и рисунок 2.13.

Задержка переполусовки была связана с выбросом полоидального поля полярности предыдущего минимума от низких широт, где действует α -эффект, в полярные области (рис. 2.14). Такие выбросы от активных областей, нарушаю-

щих правило Джоя (что соответствует отрицательным флуктуациям α в модели), часто отмечаются и в наблюдениях (рис. 2.11) [Jiang et al., 2015; Mordvinov et al., 2016].

Тонкая структура радиального поля на низких широтах в верхней части рисунка 2.14 связана с флуктуациями α -эффекта. Эта тонкая структура сглаживается турбулентной диффузией по мере распространения поля на высокие широты так, что полярное поле плавно меняется во времени. Так же и торoidalное поле на рисунках 2.13 и 2.14 меняется плавно. Стоит сказать, что в расчетах встречались ложные циклы, в которых изменения знака поля B_t происходили через короткие промежутки времени, часто менее года. Такие циклы обычно встречаются парами и их отличает отсутствие переполюсовок полярного поля. По всей вероятности, такие ложные циклы связаны с флуктуациями и происходят, когда после одного изменения знака B_t снова на короткое время меняет знак. Такие ложные циклы составляют приблизительно 2% от общего количества рассчитанных циклов. Ложные циклы были исключены из рассмотрения, и дальнейшие результаты относятся к «очищенной» таким образом расчетной статистике (что, однако, практически не сказалось на результатах).

2.5.2. Сравнение с наблюдениями

В результате анализа, предполагается корреляция времени запаздывания, $T_{\text{rev}} - T_{\text{gr}}$, момента переполюсовки (T_{rev}) относительно времени максимума цикла (совпадает с длительностью T_{gr} фазы роста) и параметром асимметрии, $T_{\text{gr}}/T_{\text{dec}}$ (T_{dec} - длительность фазы спада). Такая корреляция действительно обнаруживается не только в модельных расчетах (рис. 2.15), но и в данных наблюдений (рис. 2.16).

Имеется возможность проверки подобной связи по данным наблюдений солнечных циклов с 12 по 23. Даты минимумов и максимумов этих циклов определялись по данным о площадях солнечных пятен так же, как это было сделано в работе [Osipova and Nagovitsyn, 2017] (использованы те же данные и тот же метод сглаживания 13-и среднемесячных значений площадей пятен). Для циклов с 12 по 20 даты переполюсовок полярного поля взяты из работы [Makarov and Sivaraman, 1986]. Для циклов с 21 по 23 даты переполюсовок определены

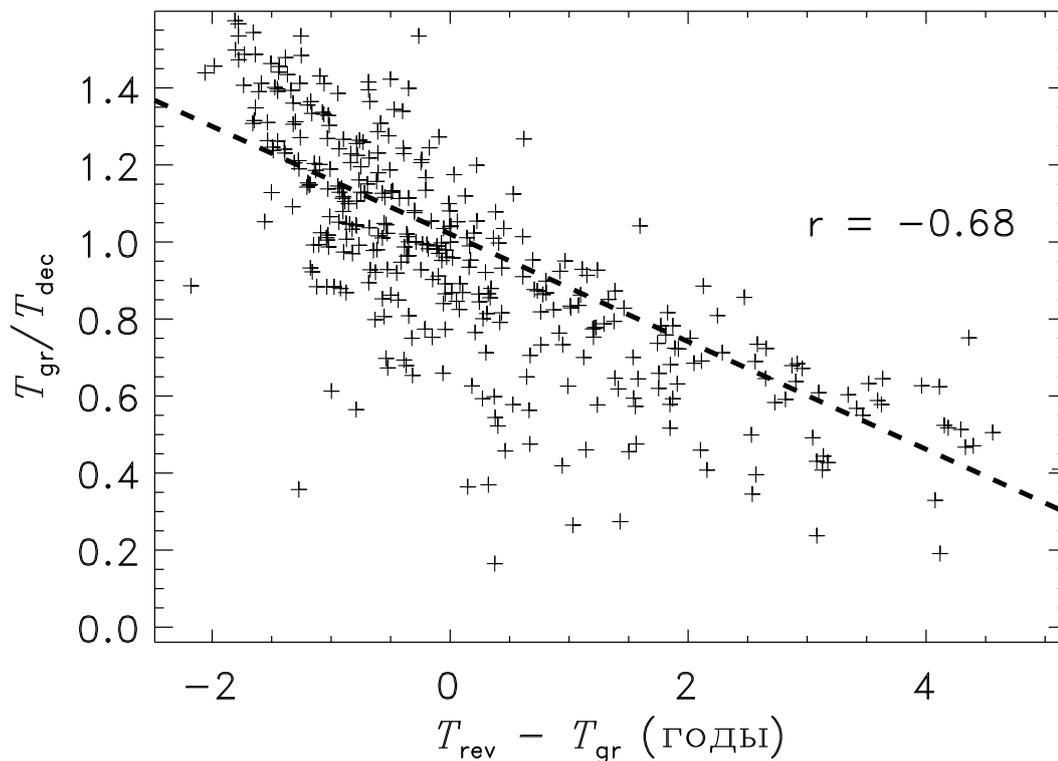


Рис. 2.15 – Анти-корреляция параметра асимметрии $T_{\text{gr}}/T_{\text{dec}}$ и времени запаздывания момента обращения знака полярного поля T_{rev} относительно времени максимума T_{gr} магнитных циклов в модели динамо. Все времена отсчитываются от начала циклов. Коэффициент корреляции $r = -0.68$. Пунктирная линия показывает линейную аппроксимацию. В целях лучшей наглядности крестиками показаны каждый десятый из рассчитанных циклов.

по данным обсерватории Вилкокса [‡]. Хотя статистика из 12 солнечных циклов относительно мала, и поэтому не может служить надежным основанием для достоверных выводов, построенный по этим данным рисунок 2.16 показывает ту же тенденцию, что и модельные расчеты (рис. 2.15).

Судя по рисункам 2.12 и 2.13, можно было ожидать также корреляции асимметрии циклов со средней величиной α на фазе роста. Слабая корреляция с коэффициентом $r = 0.34$ такого рода действительно обнаруживается. Дело видимо в том, что кратковременные положительные и отрицательные флуктуации α могут уравнивать друг друга, но их отличающиеся по величине вклады в асимметрию (рис. 2.12) не сбалансированы. В модельных расчетах не обнаруживается связи между асимметрией и периодами циклов, также как и в данных

[‡]<http://wso.stanford.edu>

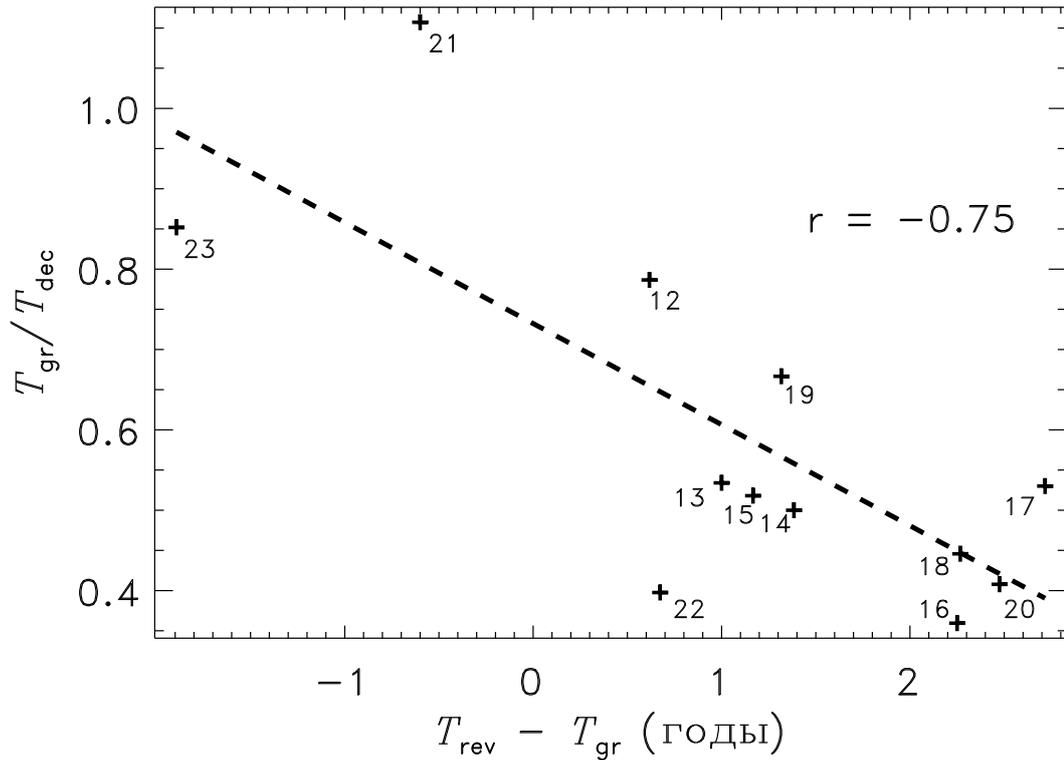


Рис. 2.16 – Анти-корреляция параметра асимметрии и времени запаздывания моментов переполусовки полярного поля относительно максимумов солнечных циклов с 12 по 23. Пунктирная линия показывает линейную аппроксимацию. Коэффициент корреляции $r = -0.75$.

наблюдений.

2.6. Выводы к главе 2

Характерное время корреляции флуктуаций в механизме Бэбкока-Лейтона для генерации полоидального магнитного поля близко к периоду вращения Солнца. Этот вывод следует из сравнения статистики расчетных периодов циклов с распределениями периодов 36 циклов прямых наблюдений и 119 периодов восстановленных по косвенным данным.

Влияние флуктуаций на форму и амплитуду циклов зависит от фазы цикла, в которой происходят эти флуктуации. На фазе роста активности флуктуации любого знака (и положительные и отрицательные) увеличивают амплитуды тороидального поля и магнитной энергии. Однако, это увеличение не велико, а амплитуды циклов в основном определяются величиной полоидального (полярного) поля в начале цикла. Следовательно, полярные поля в минимумах актив-

ности определяют нижние границы амплитуд тороидальных полей и магнитной энергии следующих циклов (рис. 2.4 и 2.5).

Полярные поля в минимумах активности в значительной степени контролируются флуктуациями в механизме Бэбкока-Лейтона на нисходящей фазе предшествующих циклов. Положительные флуктуации (увеличение α -эффекта) увеличивают полярное поле и могут приводить к сильным последующим циклам с десятками раз большей магнитной энергией по сравнению со средним значением. Однако оценки энергии показывают, что флуктуации параметров динамо, по всей вероятности, не могут быть причиной супервспышек с энергией $\geq 10^{34}$ эрг на Солнце.

Отрицательные флуктуации в нисходящей фазе цикла способствуют уменьшению полярного поля в конце цикла, что, соответственно, уменьшает амплитуду следующего цикла. Этот механизм может приводить к резким падениям амплитуд между соседними циклами. Небольшая закритичность солнечного динамо приводит к медленному восстановлению после таких провалов (рис. 2.10). Относительно малая амплитуда 24-го солнечного цикла по сравнению с 23-м циклом можно объяснить нарушениями закона Джоя (отрицательные флуктуации в механизме Бэбкока-Лейтона) активными областями на фазе спада 23-го цикла.

Механизм Бэбкока-Лейтона генерации полоидального поля Солнца характеризуется большими флуктуациями. Амплитуда флуктуаций превосходит среднее значение соответствующего параметра динамо [Олемской и др., 2013]. Поэтому реакция магнитного поля на флуктуации в механизме его генерации может быть нелинейной: флуктуации α -эффекта с равным нулю средним значением приводят к несбалансированной асимметрии длительностей фаз роста и спада активности магнитных циклов (рис. 2.12). Таким образом, флуктуации в динамо могут быть причиной - возможно, не единственной - наблюдаемой асимметрии формы солнечных циклов.

Из предложенного объяснения наблюдаемой асимметрии следует предсказание ее корреляции со временем запаздывания изменений знака полярного поля относительно максимумов солнечной активности. Это предсказание согласуется с имеющимися данными (рис. 2.16).

Глава 3. Приложения к звездам

Исторически изучение звездного динамо в значительной степени опиралось на солнечные наблюдения. Тем не менее, по мере накопления данных о звездах сформировался метод солнечно-звездных аналогий, позволяющий также ограничивать неопределенность в сведениях о солнечной активности по данным о звездах. Пример такого подхода изложен в данной главе.

После описания согласованной модели, которая достаточно правдоподобно воспроизводит многие аспекты солнечного цикла, открывается возможность распространения этой модели на подобные Солнцу звезды. В случае Солнца данные о дифференциальном вращении конвективной оболочки [Schou et al., 1998], а в последнее время и о меридиональной циркуляции [Rajaguru and Antia 2015; Mandal et al., 2018], поставляют гелиосейсмология. Для звезд такая возможность отсутствует. Имеются лишь наблюдения дифференциального вращения на звездной поверхности для нескольких десятков звезд (см., например, [Barnes et al., 2005]). Имеющиеся теоретические модели близки воспроизводят как эти наблюдения, так и данные гелиосейсмологии [Kitchatinov and Olemskoj, 2011a, 2012b]. Можно надеяться, что применение этих моделей оправдано и для всего объема звездных зон конвекции. Согласование моделей дифференциального вращения и динамо позволило не задавать, а рассчитывать необходимые для моделирования звездного динамо дифференциальное вращение и меридиональное течение.

Звездное гидромагнитное динамо можно понимать как неустойчивость проводящих жидкостей к магнитным возмущениям [см., например, Moffatt, 1978]. Динамо-неустойчивость усиливает ранее существовавшее исходное поле и поддерживает его против омического затухания. Подобно всем известным неустойчивостям, динамо имеет место только в том случае, когда определенный контролирующий параметр превышает определенное критическое значение. В случае звездного динамо в качестве управляющего параметра можно выбрать каким-

либо образом нормированную скорость вращения. Durney and Latour [1978], вероятно, первыми утверждали, что звездные динамо могут создавать глобальные магнитные поля в том случае, если отношение $Ro = P_{\text{rot}}/\tau$ периода вращения P_{rot} ко времени оборота конвективной ячейки τ не слишком велико, $Ro \lesssim 1$. Они объяснили относительно быстрое вращение звезд спектральных классов до F6 неспособностью поддерживать глобальное динамо в их тонких конвективных оболочках. Звезды более поздних спектральных классов замедляют вращение из-за потери углового момента на истечение связанного с магнитным полем звездного ветра. Крупномасштабные магнитные поля предположительно динамо-происхождения способствуют замедлению вращения, увеличивая эффективный радиус истечения звездного ветра [Kraft, 1967]. Период вращения подобных Солнцу звезд возрастает с их возрастом t согласно закону [Skumanich, 1972]: $P_{\text{rot}} \propto \sqrt{t}$. Эмпирическое определение коэффициента пропорциональности в законе Скуманича как функции звездной массы (или эквивалентного параметра) привело к развитию гирохронологии - определению возраста звезд по их скорости вращения и эффективной температуре [Barnes, 2003, 2007; Collier Cameron et al., 2009; Meibom et al., 2009].

Гирохронология считалась почти универсальным инструментом для определения возраста карликовых звезд до тех пор, пока накопленные астеросейсмические данные не выявили ее ограниченность. Данные о звездных колебаниях могут быть использованы в сочетании с фотометрическими и спектроскопическими данными, а также моделями строения звезд, для определения звездного возраста [Chaplin et al., 2014; Silva Aguirre and Serenelli, 2016]. В работе [Angus et al., 2015] использовались астеросейсмические данные миссии Kepler для калибровки гирохронологии и обнаружилось, что нет единой гирохронологии для звезд всех возрастов. Звезды солнечного типа, прошедшие более половины своей жизни на главной последовательности, не подчиняются гирохронологии. Они вращаются быстрее, чем прогнозирует гирохронология [van Sanders et al., 2016; Metcalfe et al., 2016]. Старые звезды вращаются гораздо медленнее, чем молодые звезды сопоставимой массы, но все же быстрее, чем это следует из правил гирохронологии, полученным по данным наблюдений относительно молодых звезд. Причем магнитная активность таких возрастных медленно вращающихся звезд низкая.

Можно предложить следующее объяснение отклонениям вращения возрастных звезд от правил гирохронологии: при замедлении вращения до определенной пороговой скорости, прекращается, или становится неэффективным действие глобального динамо. В отсутствие необходимых для потери углового момента глобальных полей, замедление вращения также останавливается. В рамках такого объяснения можно уточнить некоторые важные для моделирования звездного динамо параметры.

В последнее десятилетие приложения теории динамо к подобным Солнцу звездам достигли определенных успехов [см. например, обзор Choudhuri, 2017]. Однако, параметры моделей звездного динамо остаются в значительной степени неопределенными. В частности, значение динамо-числа и степень его превышения над пороговым значением для действия динамо обычно для звезд выбираются достаточно произвольно. По данным о вращении звезд, можно определить величину такого превышения как функцию скорости вращения и эффективной температуры (цвета) звезды.

3.1. Основные предположения и методы

Модели динамо воспроизводят крупномасштабные магнитные поля конечной амплитуды для динамо чисел $D > D_c$, превышающих критическое значение D_c , и затухающие магнитные поля в противном случае. Динамо-число уменьшается с периодом вращения звезды. Период вращения P_{rot} относительно молодой звезды, не достигшей порога выключения крупномасштабного динамо, можно определить из эмпирического соотношения гирохронологии [Barnes, 2007]

$$P_{rot} = at^n (B - V - 0.4)^b \text{ d}, \quad (3.1)$$

где $a = 0.773$, $n = 0.519$, $b = 0.601$, $B - V$ - показатель цвета, и t - возраст звезды в миллионах лет.

Максимальный период вращения можно определить по данным наблюдений вращения звезд. Рисунок 1 из работы [Rengarajan, 1984] ясно показывает максимальный период вращения, которого может достигнуть звезда, в зависимости от показателя цвета $B - V$. Rengarajan аппроксимировал эти максимальные

значения линейным отношением

$$P_c = 111.3 (B - V - 0.405) \text{ d.} \quad (3.2)$$

Он предполагал, что эта аппроксимация дает период вращения звезды в конце ее жизни на главной последовательности. Однако, комбинация выражений (3.1) и (3.2) показывает, что максимальный период вращения достигается в возрасте

$$t_c \simeq 14.4 (B - V - 0.4)^{0.77} \text{ Gyr}, \quad (3.3)$$

соответствующем примерно середине жизни на главной последовательности (что согласуется с работой [Metcalf et al., 2016]). В частности, для солнечного значения $B - V = 0.656$, максимальный период вращения около 28 суток соответствует возрасту около 5 миллиардов лет. Выдвигается предположение, что динамо, способствующее замедлению вращения, действует до момента достижения максимального периода вращения уравнения (3.2), после чего его действие прекращается. Стоит отметить, что выражения в скобках в уравнениях (3.1) и (3.2) очень схожи, что предполагает, что звезды, у которых $B - V \lesssim 0.4$, не способны поддерживать крупномасштабное динамо в своих тонких конвективных зонах.

Главным контролирующим параметром в моделях $\alpha\Omega$ -динамо, которое, как считается, действует на Солнце и подобных ему звездах, является динамо-число

$$D = \frac{\alpha \Delta \Omega R^3}{\eta_T^2}, \quad (3.4)$$

где η_T - турбулентная диффузия, R - радиус звезды, $\Delta\Omega$ - дифференциальное вращение, α - параметр α -эффекта преобразования тороидального поля в полоидальное [Краузе и Рэдлер, 1984]. Использование механизма Бэбкока-Лейтона [Babcock, 1961] или канонического эффекта турбулентной конвекции Паркера [Parker, 1955] в качестве α -эффекта является одной из главных неопределенностей звездного динамо. Имеются наблюдательные доказательства существования механизма Бэбкока-Лейтона на Солнце [Erofeev, 2004; Dasi-Espuig et al., 2010; Kitchatinov and Olemskoj, 2011a]. Об участии канонического α -эффекта говорят теоретические аргументы [Passos et al., 2014; Nazra et al., 2014b]. Неза-

висимо от того, какой механизм создает α -эффект, существует общее мнение о его происхождении от действия силы Кориолиса на относительно мелкомасштабные движения. Поэтому параметр α пропорционален скорости вращения и может быть записан как

$$\alpha = \alpha_c P_c / P_{\text{rot}}, \quad (3.5)$$

где α_c - критическое значение α в конкретной модели динамо и P_c - максимальный период вращения по уравнению (3.2). Сидерический период вращения Солнца $P_{\text{rot}} = 25.4$ суток и уравнение (3.2) дают отношение $P_c / P_{\text{rot}} = 1.1$ для Солнца, что заставляет считать солнечное динамо примерно на 10% закритичным.

Другие параметры в динамо-числе (3.4) зависят от скорости вращения меньше, чем α . Радиус и турбулентная диффузия слабо меняются с возрастом звезд главной последовательности. Наблюдается, что солнечный близнец AB Doradus обладает почти таким же дифференциальным вращением, как Солнце, но вращается значительно быстрее Солнца [Donati and Collier Cameron, 1997]. Моделирование дифференциального вращения для промежуточных скоростей вращения показывает его умеренные изменения [Kitchatinov and Olemskoj, 2012b]. Выражение для динамо числа, $D = D_c P_c / P_{\text{rot}}$, аналогично уравнению (3.5), поэтому его можно предложить в качестве способа оценки числа в моделях для звезд заданного периода вращения и цвета.

Использовалась согласованная модель динамо и дифференциального вращения, изложенная в главе 1. Модель применялась к звездам различных масс как больших, так и меньших солнечной.

Для расчетов динамо нужно знать строение звезды. Эволюционная последовательность строений звезды определенной массы и металличности $Z = 0.02$ рассчитывалась с помощью программы EZ [Paxton, 2004]. Для каждого эволюционного состояния с использованием таблицы отношения цвет-температура и интерполяционного кода [VandenBerg and Clem, 2003] вычисляется показатель цвета $B - V$ и его гирохронологический период вращения из уравнения (3.1). Когда период вращения становится близким к максимальному периоду из уравнения (3.2), предполагается, что звезда достигла порога выключения динамо. Для соответствующего строения звезды, проводился расчет дифференциально-

го вращения и глобальных магнитных полей порогового динамо.

3.2. Пороговое звездное динамо

Вычисления произведены для масс в интервале $(0.7 - 1.2)M_{\odot}$ с шагом $0.05M_{\odot}$. Для меньших масс возраст, при котором достигается максимальный период вращения (3.2), превышает возраст Галактики. Для больших масс численное моделирование динамо в тонких конвективных зонах становится проблематичным. Выбранные массы соответствуют показателю цвета $B - V$ от 0.5 до 1.2. Эмпирическая верхняя граница для периода вращения уравнения (3.2) найдена [Rengarajan, 1984] для интервала $0.5 < B - V < 1$. Предположим, что формула (3.2) выполняется для более холодных звезд вплоть до $B - V = 1.2$. Отметим, что звездная масса не является удобным структурным параметром. Строение звезды зависит от ее химического состава и массы. Однако, зависимости от массы и металличности в комбинации сводятся к общей зависимости от эффективной температуры (или показателя цвета), когда температура (цвет) используется как структурный параметр (см., например, рисунок 1 в работе [Kitchatinov and Olemskoj, 2012b]). Поэтому именно показатель цвета $B - V$ удобно использовать в качестве параметра, определяющего строение звезды.

Дифференциальное вращение является важнейшим входным элементом для модели динамо. Дифференциальное вращение, рассчитанное для звезд, скорость вращения которых близка к пороговой для действия динамо, показано на рисунке 3.1 как функция показателя цвета $B - V$. Зависимости периода вращения P_c и соответствующего ему возраста звезды t_c от показателя цвета $B - V$ определяются формулами (3.2) и (3.3). Интервал $B - V$ на рисунке 3.1 соответствует звездам с металличностью $Z = 0.02$ в интервале массы $(0.7 - 1.2)M_{\odot}$.

Возрастание дифференциального вращения с эффективной температурой наблюдалось [Barnes et al., 2005] для молодых быстро вращающихся звезд. Как показано на левой части рисунка 3.1 такая же тенденция следует из модельных расчетов для немолодых медленно вращающихся звезд. Поверхностное дифференциальное вращение быстро увеличивается с возрастанием массы звезды. Важно заметить, что звезды относительно малой массы на этом рисунке старше и вращаются медленнее в соответствии с уравнениями (3.2) и (3.3). Относи-

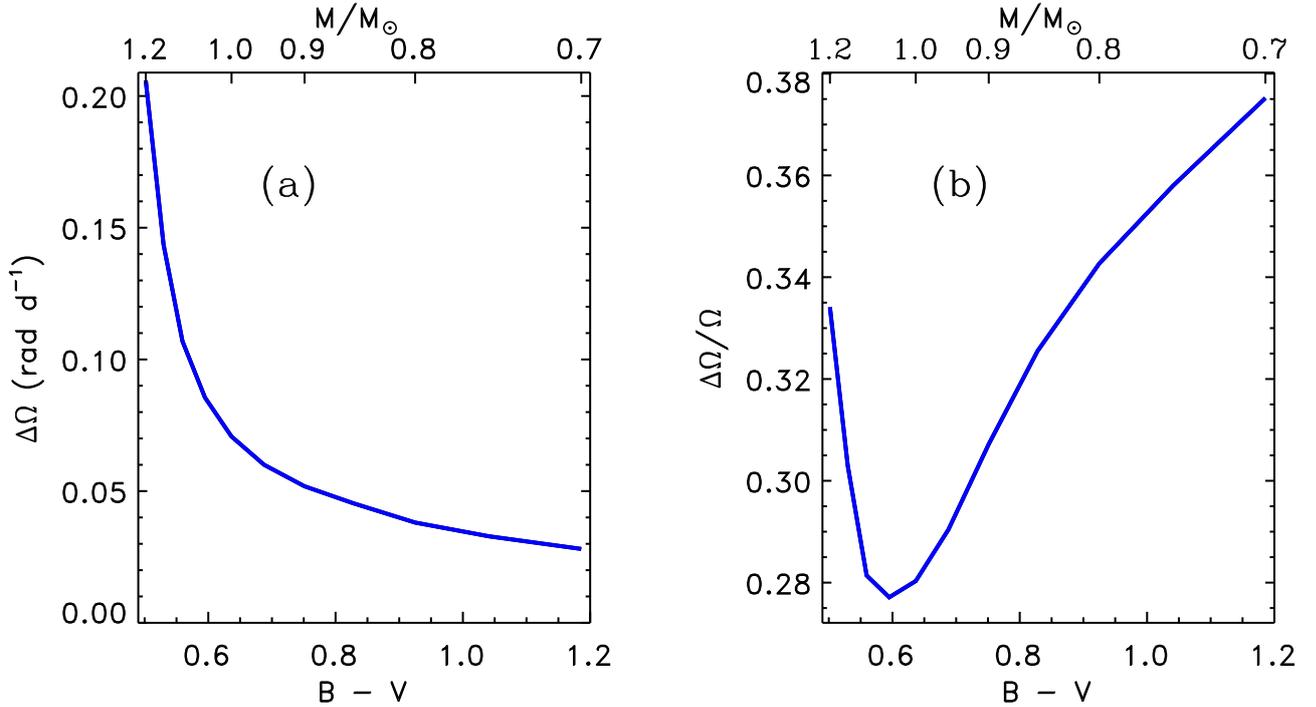


Рис. 3.1 – Разность угловых скоростей между экватором и полюсом на поверхности звезд (a) и ее относительная величина (b) в зависимости от показателя цвета $B - V$ для звезд с пороговым режимом динамо. Соответствующая шкала звездных масс показана сверху.

тельное значение дифференциального вращения $\sim 30\%$ на правой части этого рисунка слабо меняется с показателем цвета $B - V$.

В отличие от дифференциального вращения, два других важнейших входных параметра необходимых для вычислений модели динамо - меридиональная циркуляция и турбулентная вязкость - недоступны для прямых наблюдений. Можно отметить, что диффузия и меридиональная скорость у основания конвективной зоны увеличиваются с уменьшением $B - V$. Диффузия η , вычисленная для середины конвективной зоны, увеличивается от приблизительно $1.2 \times 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ для $B - V = 1.19$ ($0.7M_{\odot}$) до около $5.2 \times 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ для $B - V = 0.529$ ($1.15M_{\odot}$). Соответствующее увеличение придонной меридиональной скорости на широте 45° с 1.9 до 3.2 m s^{-1} . Обе величины затем слегка уменьшаются до наименьшего $B - V = 0.502$ ($1.2M_{\odot}$) проводившихся вычислений.

На рисунке 3.2 показаны пороговые значения параметра α для генерации глобальных полей дипольной и квадрупольной четности. Имеющееся для солнечного динамо соотношение $\alpha_c^d < \alpha_c^q$ выполняется и для звезд относительно

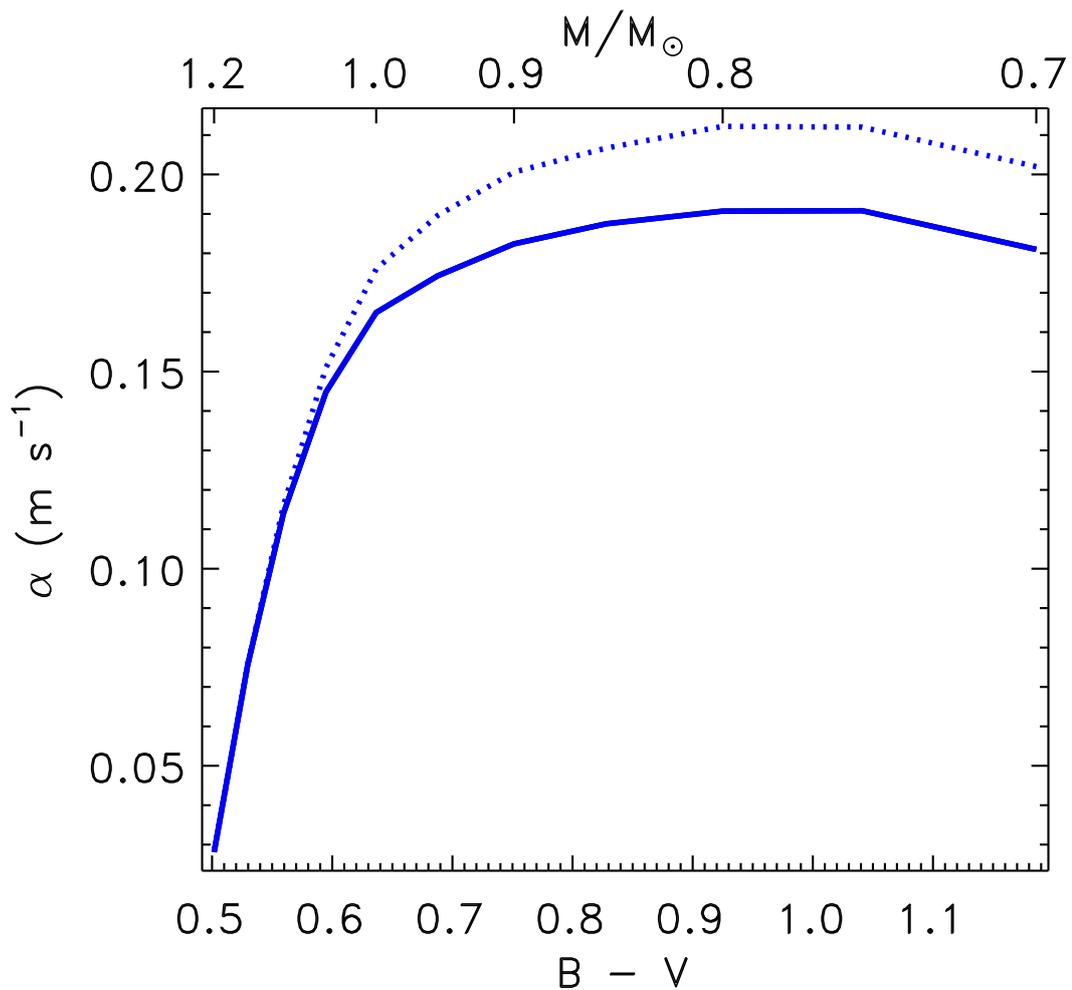


Рис. 3.2 – Пороговые значения α для действия динамо, рассчитанные для критических периодов вращения (3.2). Две линии соответствуют дипольным (сплошная линия) и квадрупольным (пунктир) крупномасштабным полям.

малых масс. Таким образом, из предлагаемой модели следует, что глобальные магнитные поля медленно вращающихся звезд малых масс имеют дипольную структуру. Критические значения α для обеих четностей практически совпадают для относительно малых $B - V$ рисунка 3.2. Поэтому можно ожидать, что крупномасштабные поля звезд спектрального класса F имеют более сложную дипольно-квадрупольную структуру. Для преобладания определенной четности требуется, чтобы некоторый физический фактор согласовывал действие динамо в северном и южном полушариях [Chatterjee et al., 2004; Hotta and Yokoyama, 2010]. Такая согласованность нарушается в неглубоких конвективных оболочках F-звезд, по крайней мере, в динамо-модели данной работы. Стоит также отметить, что выбранные F-звезды моложе и вращаются быстрее по сравнению с более холодными звездами. Доплер - Зеemanовское картографирование [See

et al., 2016] показало, что сложность топологии поля возрастает с уменьшением возраста или с возрастанием скорости вращения.

Расчеты порогового динамо не позволяют определить амплитуду генерируемых полей. Однако можно оценить отношение их полоидальных и тороидальных составляющих. Отношение амплитуд придонных тороидальных к приповерхностным полоидальным (полярным) полям увеличивается с уменьшением $B-V$ примерно с 340 ($B-V = 1, 19$) до 1010 ($B-V = 0, 50$). Крупномасштабное поле все больше скрывается внутри зон конвекции с возрастанием массы.

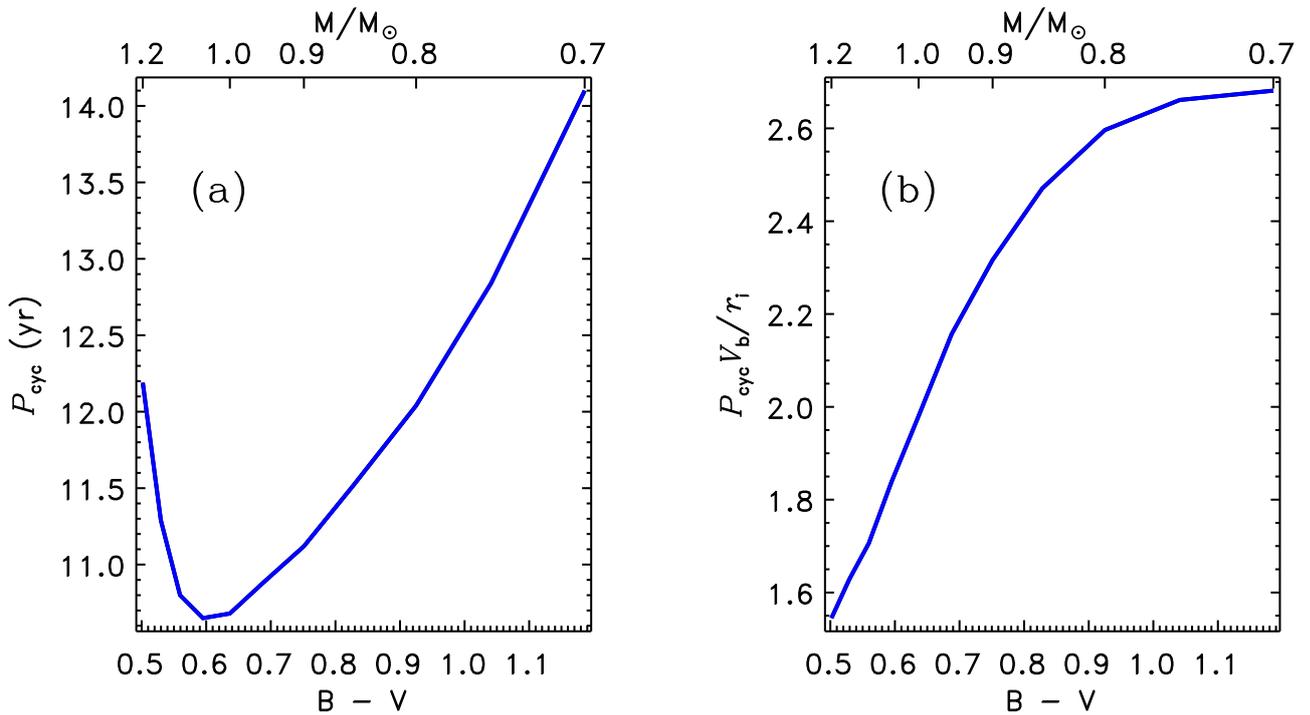


Рис. 3.3 – Период цикла для порогового динамо (а) и отношение периода ко времени переноса поля меридиональным течением (б). V_b - меридиональная скорость у основания конвективной зоны r_i на широте 45° .

Все проведенные расчеты показывают циклическое динамо. Периоды циклов показаны на рисунке 3.3. Большие продолжительности циклов от 10 до 14 лет на этом рисунке согласуются с наблюдениями немолодых медленно вращающихся звезд [Saar and Brandenburg, 1999]. Продолжительность цикла, как считается, определяется временем переноса поля меридиональным течением. Рисунок 3.3 показывает также отношение периода цикла ко времени переноса. Это отношение не является строго постоянным, но изменяется в не слишком широких пределах и имеет величину порядка единицы.

На рисунке 3.4 показаны числа Россби и динамо-числа на расстоянии од-

ной шкалы высот от основания конвективной зоны, т.е. для радиуса r , где $r - r_i = H_p$, а r_i - радиус основания зоны конвекции. Число Россби $Ro \sim 2$ на рисунке 3.4, что согласуется с основанной на наблюдениях оценкой [van Saders et al., 2016]. Два этих числа часто используются для параметризации наблюдений или теоретических оценок магнитной активности. Два параметра на этих графиках изменяются умеренно, но не являются постоянными. Это означает, что звездная магнитная активность весьма грубо может определяться только одним из этих параметров. Для параметризации магнитной активности звезд необходимо использовать два параметра, например скорость вращения и показатель цвета.

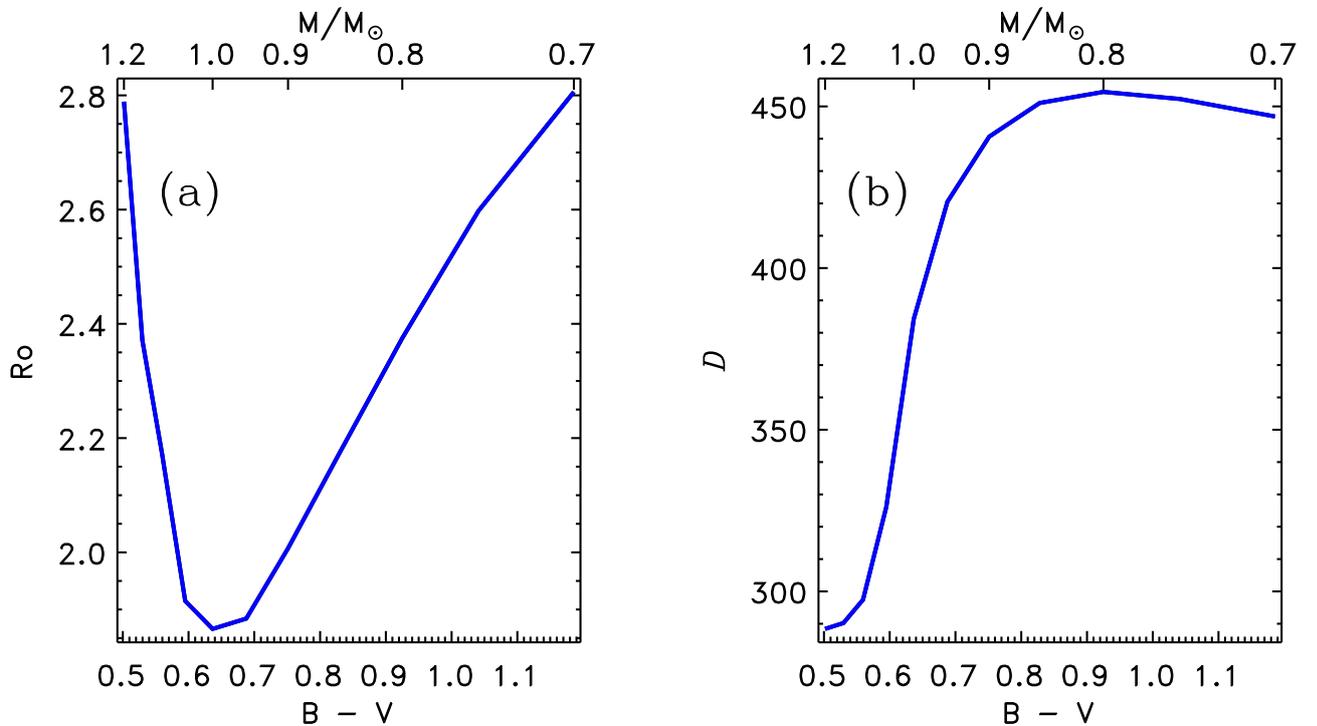


Рис. 3.4 – (а) Число Россби для периода вращения из уравнения (3.2). (б) Критическое динамо число (3.4), определенное по изотропной составляющей турбулентной диффузии η в середине толщ конвективной зоны.

3.3. Выводы к главе 3

Астеросейсмические измерения возраста звезд показали резкое снижение скорости потери углового момента и магнитной активности для возраста около половины жизни звезды на главной последовательности [van Saders et al., 2016; Metcalfe et al., 2016]. Предлагается объяснение нарушения гирохроноло-

гии выключением глобального динамо для периода вращения, превышающего критическое значение формулы (3.2). Выключение не должно быть мгновенным. Теория Динамо объясняет наблюдаемые изменения амплитуд и периодов солнечных циклов флуктуациями в параметрах динамо. Флуктуации заставляют звезду блуждать между областями параметров (закритического) динамо с подобной современному Солнцу циклической магнитной активностью и (докритического) динамо с затухающей активностью (глобальные минимумы), если период вращения близок к его пороговому значению. Модели динамо с флуктуирующими параметрами воспроизводят статистику глобальных солнечных минимумов [Usoskin et al., 2007] только в том случае, если динамо число близко к его предельному значению [Moss et al., 2008; Olemskoy and Kitchatinov 2013; Karak et al. 2015]. В поддержку данного сценария, уместно отметить, что наблюдения полных солнечных затмений в период маундеровского минимума не обнаруживали протяженной солнечной короны [Eddy, 1976]. Это указывает на относительно малую напряженность крупномасштабного поля, небольшой радиус коротации в короне и, следовательно, на приостановку замедления вращения.

Предложенное объяснение данных о вращении звезд позволяет уменьшить неопределенность в параметрах солнечного и звездного динамо. Уравнение (3.4) для α -параметра или аналогичное уравнение для динамо числа дает оценку параметров динамо для звезды с определенным периодом вращения и показателем цвета. Такая оценка для Солнца дает превышение около 10% над пороговыми величинами, а расчеты с 10% закритичностью хорошо согласуются с наблюдениями. Эта концепция используется для оценки периодов цикла активности и глобальной структуры поля для звезд с разной массой, вращающихся с периодами, близкими к пороговому значению из уравнения (3.2). Оценки предсказывают постепенное изменение от дипольного поля в К-звездах к полям смешанной четности в F-звездах.

Важно отметить, что оценка уравнения (3.4) не ограничивается динамо-моделью данной работы. Пороговая величина динамо-числа, конечно, зависит от модели, в отличие от способа оценки величины превышения динамо-числом этой пороговой величины для звезды с заданными P_{rot} и $B - V$.

Необходимо сказать, что рисунок 3.4 указывает на то, что один параметр -

число Россби или динамо число - не может полностью охарактеризовать действие динамо, по крайней мере, для настоящей модели. [Gregory et al., 2012] обнаружили, что структура магнитных полей существенно зависит от строения звезды, в частности, от протяженности ее конвективной оболочки. Согласно их данным, на звездах, конвективная оболочка которых охватывает более половины радиуса звезды, доминируют близкие к осесимметричным полоидальные поля дипольного типа. На звездах с более тонкими конвективными оболочками доминируют тороидальные поля сложной структуры. Строение звезд вряд ли можно характеризовать одним параметром - скоростью вращения или числом Россби. Таким образом, один параметр может параметризовать звездную магнитную активность только в грубом приближении. Однако, естественно ожидать, что механизм динамо однозначно определяется скоростью вращения и строением звезды. Таким образом, два параметра - например, скорость вращения и показатель цвета или их аналоги - должны однозначно определять долгосрочную активность звезды.

Заключение

Основные результаты диссертации заключаются в следующем.

1. Развита модель солнечного динамо, согласованная по используемым в ней крупномасштабным течениям и численным методом с моделью дифференциального вращения. Турбулентная диффузия магнитного поля выражена через градиент энтропии, который определяется уравнениями модели. Показана необходимость учета диамагнитной накачки для согласования с наблюдениями. Представлены выражения для диамагнитного переноса поля, адаптированные к использованию в моделях динамо. Значение магнитного числа Прандтля и распределение альфа-эффекта по широте определены из требования соответствия расчетных периода цикла активности и экваториальной симметрии магнитного поля наблюдениям. При этом моменты обращения знака полярного поля и широтно-временные распределения полей также приходят в соответствие наблюдениям. Полоидальное поле в модели динамо достигает максимальной величины около 10 Гс в полярных областях. Тороидальное поле в несколько тысяч Гаусс концентрируется у основания конвективной оболочки, где переносится меридиональным течением к экватору. Модель предсказывает величину около $\simeq 2 \times 10^{37}$ эрг для амплитуды магнитной энергии крупномасштабных полей в конвективной оболочке Солнца.
2. Из сравнения модельных расчетов с распределением периодов солнечных циклов определено, что характерное время флуктуаций α -эффекта близко к периоду вращения Солнца. Влияние флуктуаций на амплитуду цикла зависит от фазы цикла, на которой они происходят. Флуктуации любого знака на фазе роста активности увеличивают амплитуду цикла. Отрицательные флуктуации на фазе спада активности уменьшают полярное поле в конце цикла и амплитуду следующего цикла. Этим эффектом можно объяснить относительно низкую активность в 24-м солнечном цикле по сравнению с предыдущим 23-м циклом. Положительные флуктуации на

фазе спада увеличивают магнитную энергию следующего цикла за счет усиления затравочного полоидального поля для этого цикла. Полученное в модели динамо распределение амплитуд магнитной энергии для циклов активности не дает оснований ожидать солнечных супервспышек с энергией $\geq 10^{34}$ эрг.

3. Показано, что флуктуации параметров динамо могут приводить к асимметрии формы магнитных циклов с относительно короткой продолжительностью фазы роста. Модель солнечного динамо с флуктуациями α -эффекта показывает среднестатистическую асимметрию, которая увеличивается с возрастанием как амплитуды, так и длительности флуктуаций. Предложено объяснение вызванной флуктуациями асимметрии, которое предсказывает корреляцию между величиной асимметрии и временем запаздывания обращения знака полярного поля относительно максимума активности. Такая корреляция обнаруживается и по данным для двенадцати последних солнечных циклов.
4. Предложено объяснение обнаруженного в наблюдениях нарушения гирохронологии для немолодых звезд солнечного типа. Объяснение состоит в выключении механизма крупномасштабного динамо по достижении достаточно малой скорости вращения звезды. В рамках такого объяснения предложена оценка величины превышения ключевым параметром моделей динамо (динамо-числом) его порогового значения по скорости вращения и показателю цвета звезды. Такая оценка дает динамо-число для Солнца примерно на 10% выше его критического значения. Показана применимость согласованной модели динамо и дифференциального вращения к подобным Солнцу звездам. Расчеты показывают возрастание дифференциального вращения и отношения тороидального поля к полоидальному, а также усложнение структуры поля от дипольной к смешанной квадрупольно-дипольной с увеличением массы звезды. Выдвинуто предположение, что для параметризации наблюдений магнитной активности звезды необходимо и достаточно двух параметров, например, показателя цвета и скорости вращения.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Кичатинов Л.Л., Непомнящих А.А.* Параметрическая модуляция динамо-волн. // Письма в Астрономический журнал - 2015 - Т. 41 - №.7 - С.409.
2. *Kitchatinov L.L., Nepomnyashchikh A.A.* Diamagnetic pumping in a rotating convection zone. // *Advances in Space Research* - 2016 - Vol.58 - iss.8 - P.1554-1559.
3. *Кичатинов Л.Л., Непомнящих А.А.* Согласованная модель солнечного динамо и дифференциального вращения. // Письма в Астрономический журнал - 2017 - Т.43 - №.5 - С.332–343.
4. *Kitchatinov L.L., Nepomnyashchikh A.A.* How supercritical are stellar dynamos, or why do old main-sequence dwarfs not obey gyrochronology? // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* - 2017 - Vol.470 - iss.3 - P.3124-3130.
5. *Кичатинов Л.Л., Непомнящих А.А.* Асимметрия солнечных циклов как следствие флуктуаций параметров динамо. // Письма в Астрономический журнал - 2018 - Vol.44 - iss.10 - P.705-712.
6. *Kitchatinov L.L., Mordvinov A.V., Nepomnyashchikh A.A.* Modelling variability of solar activity cycles. // *Astronomy & Astrophysics* - 2018 - Vol. 615 - id. A38 - 8pp.

Список литературы

- Витинский Ю. И., Копецкий М., Куклин Г.В. Статистика пятнообразовательной деятельности Солнца // М.: Наука - 1986 - С. 296.
- Зельдович Я. Б. Магнитное поле в проводящей турбулентной жидкости при двумерном движении // ЖЭТФ - 1956 - Т.31 - С. 154-156.
- Иванова Т.С., Рузмайкин А.А. Магнитогидродинамическая динамомодель солнечного цикла // Астрономический журнал - 1976 - Т. 53 - С. 398-410.
- Кичатинов Л. Л., Олемской С. В. Модель солнечного динамо с нелокальным альфаэффектом // Письма в Астрономический журнал — 2011 — Т. 37. — С. 314-320.
- Кузанын К.М., Соколов Д. Д. Динамо-волна в тонкой оболочке // Астрономический журнал - 1996 - Т. 73 - С. 469-476.
- Краузе Ф., Рэдлер К.-Х. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо // М.: Мир - 1984 - С. 320.
- Криводубский В. Н. О переносе магнитных полей в турбулентной оболочке Солнца // Астрономический журнал — 1984 — Т. 61 - № 2 — С. 354—365.
- Латышев С. В., Олемской С.В., Связь северо-южной асимметрии пятнообразования с амплитудой 11-летних циклов солнечной активности // Письма в Астрономический журнал - 2016 - Т. 42 - С. 540.
- Кичатинов Л. Л. Дифференциальное вращение звезд // Успехи физических наук - 2005 - Т. 175 - № 5 - С. 475-494.
- Макаров В.И., Тлатов А.Г. Крупномасштабное магнитное поле Солнца и 11- летные циклы активности// Астрономический журнал - 2000 - Т. 77 - №. 11 - С. 858–864.

- Обридко В. Н. Солнечные пятна и комплексы активности / В. Н. Обридко. — М.: Наука, 1985. — 256 с.
- Олемской С. В., Чудури А. Р., Кичатинов Л. Л. Флуктуации альфа-эффекта и глобальные минимумы солнечной активности // *Астрономический журнал* — 2013. — Т. 90. — № 6. — С. 501-511.
- Angus R., Aigrain S., Foreman-Mackey D., McQuillan A. Calibrating gyrochronology using Kepler asteroseismic targets // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* - 2015 - Vol. 450 - Iss. 2 - P. 1787-1798.
- Antia H.M., Basu S., Chitre S.M. Solar rotation rate and its gradients during cycle 23 // *The Astrophysical Journal* - 2008 - Vol. 681 - P. 680–692.
- Babcock H. W. The topology of the Sun's magnetic field and the 22-year cycle // *ApJ* - 1961 - V. 133 - P. 572-587.
- Barnes S. A. On the Rotational Evolution of Solar- and Late-Type Stars, Its Magnetic Origins, and the Possibility of Stellar Gyrochronology // *The Astrophysical Journal* - 2003 - Vol. 586 - Iss. 1 - P. 464-479.
- Barnes S. A. Ages for Illustrative Field Stars Using Gyrochronology: Viability, Limitations, and Errors // *The Astrophysical Journal* - 2007 - Vol. 669 - Iss. 2 - P. 1167-1189.
- Barnes J. R., Collier Cameron A., Donati J.-F., James D. J., Marsden S. C., Petit P. The dependence of differential rotation on temperature and rotation // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* - 2005 - Vol. 357 - Iss. 1 - P. L1-L5.
- Bassom A.P., Kuzanyan K.M., Sokoloff D.D., Sopward A.M. Non-axisymmetric dynamo waves in thin stellar shells // *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics* - 2005 - Vol.99 - P.309-336.
- Basu S. and Antia H.M. Seismic measurement of the depth of the solar convection zone // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* - 1997 - Vol. 287 - Iss. 1 - P. 189-198.

- Baliunas S. L., Donahue R. A., Soon W. H., Horne J. H., Frazer J., Woodard-Eklund L., Bradford M., Rao L. M., Wilson O. C., Zhang Q., Bennett W., Briggs J., Carroll S. M., Duncan D. K., Figueroa D., Lanning H. H., Misch T., Mueller J., Noyes R. W., Poppe D., Porter A. C., Robinson C. R., Russell J., Shelton J. C., Soyumer T., Vaughan A. H., Whitney, J. H. Chromospheric variations in main-sequence stars // *Astrophysical Journal* - 1995 - Vol. 438 - no. 1 - P. 269-287.
- Beer J., Blinov A., Bonani G., Finkel R. C., Hofmann H. J., Lehmann B., Oeschger H., Sigg A., Schwander J., Staffelbach T., Stauffer B., Suter M., Wöflli W. Use of Be-10 in polar ice to trace the 11-year cycle of solar activity // *Nature* - 1990 - vol. 347 - P. 164-166.
- Benz A. O. Flare Observations // *Living Reviews in Solar Physics* - 2008 - Vol. 5 - Iss. 1 - id. 1 - P. 64.
- Brandenburg A., Käpylä P. J. Magnetic helicity effects in astrophysical and laboratory dynamos // *New Journal of Physics* - 2007 - Vol. 9 - Iss. 8 - P. 305.
- Brandenburg A., Subramanian K. Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory // *Physics Reports* — 2005 — Vol. 417 — P. 1-209.
- Brandenburg A., Tuominen I., Moss D., Rüdiger G. The nonlinear solar dynamo and differential rotation - A Taylor number puzzle? // *IAU, The Inside the Sun Colloquium, 121st, Versailles, France, May 22-26, 1989 Solar Physics (ISSN 0038-0938)* - 1990 -vol. 128 - P. 243-251.
- Cameron R. H., Schüssler M. Are the strengths of solar cycles determined by converging flows towards the activity belts? // *Astronomy & Astrophysics* - 2012 - Vol. 548 - id. A57.
- Cameron R., Schüssler M. The crucial role of surface magnetic fields for the solar dynamo // *Science* - 2015 - Vol. 347 - Iss. 6228 - P. 1333-1335.
- Candelaresi S., Hillier A., Maehara H., Brandenburg A., Shibata K. Superflare Occurrence and Energies on G-, K-, and M-type Dwarfs // *The Astrophysical Journal* - 2014 - Vol. 792 - Iss. 1 - article id. 67.

- Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability // Oxford:Clarendon Press - 1961
- Chaplin et al. Asteroseismic Fundamental Properties of Solar-type Stars Observed by the NASA Kepler Mission // The Astrophysical Journal Supplement - 2014 - Vol. 210 - Iss. 1 - id. 1.
- Charbonneau P., Christensen-Dalsgaard J., Henning R., Larsen R. M., Schou J., Thompson M. J., Tomczyk, S. Helioseismic Constraints on the Structure of the Solar Tachocline // The Astrophysical Journal - 1999 - Vol. 527 - Iss. 1 - P. 445-460.
- Charbonneau P. Dynamo Models of the Solar Cycle // Living Reviews in Solar Physics - 2010 - Vol. 7 - Iss.1 - article id. 3 - P. 91.
- Chatterjee P., Nandy D., Choudhuri A. R. Full-sphere simulations of a circulation-dominated solar dynamo: Exploring the parity issue // Astronomy and Astrophysics -2004 - Vol.427 - P. 1019-1030.
- Choudhuri A. R. Starspots, stellar cycles and stellar flares: Lessons from solar dynamo models // Science China Physics, Mechanics & Astronomy - 2017 - Vol. 60 - Iss. 1 - id.19601.
- Choudhuri A. R. and Hazra G. The treatment of magnetic buoyancy in flux transport dynamo models // Advances in Space Research - 2016 - Vol. 58 - Iss. 8 - P. 1560-1570.
- Choudhuri A. R., Chatterjee P and Jiang J. Predicting Solar Cycle 24 With a Solar Dynamo Model. // Physical Review Letters - 2007 - Vol. 98 - Iss. 13 - id. 131103.
- Choudhuri A. R., Karak B. B. Origin of Grand Minima in Sunspot Cycles // Physical Review Letters - 2012 - Vol. 109 - Iss. 17 - id. 171103.
- Choudhuri A.R., Schüssler M. and Dikpati M. The solar dynamo with meridional circulation. // Astronomy and Astrophysics - 1995 - Vol. 303 - P.L29.

- Christensen-Dalsgaard, J., Gough, D. O., Thompson, M. J. The depth of the solar convection zone // *Astrophysical Journal* - 1991 - Vol. 378 - P. 413-437.
- Collier Cameron A., Davidson V. A., Hebb L., Skinner G., Anderson D. R., Christian D. J., Clarkson W. I., Enoch B., Irwin J., Joshi Y., Haswell C. A., Hellier C., Horne K. D., Kane S. R., Lister T. A., Maxted P. F. L., Norton A. J., Parley N., Pollacco D., Ryans R., Scholz A., Skillen I., Smalley B., Street R. A., West R. G., Wilson D. M., Wheatley P. J. The main-sequence rotation-colour relation in the Coma Berenices open cluster // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* - 2009 - Vol. 400 - Iss. 1 - P. 451-462.
- Dasi-Espuig M., Solanki S.K., Krivova N.A., Cameron R. and Peñuela T. Sunspot group tilt angles and the strength of the solar cycle // *Astronomy and Astrophysics* - 2010 - Vol. 518 - id.A7 - P. 10.
- Dikpati M., Charbonneau, P. A Babcock–Leighton flux transport dynamo with solar-like differential rotation // *Astrophysical Journal* - 1999 - Vol. 518 - P. 508–520.
- Donati, J.-F., Collier Cameron A. Differential rotation and magnetic polarity patterns on AB Doradus // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* - 1997 - Vol. 291 - Iss. 1.
- Durney B.R. On a Babcock-Leighton dynamo model with a deep-seated generating layer for the toroidal magnetic field // *Solar Physics* - 1995 - Vol. 160 - Iss. 2 - P. 213-235.
- Durney B.R. The Energy Equation in the Lower Solar Convection Zone // *Solar Physics* - 2003 - Vol. 217 - Iss. 1 - P. 1-37.
- Durney B. R., Latour J. On the angular momentum loss of late-type stars // *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics* - 1978 - Vol. 9 - P. 241-255.
- Eddy J. A. The Maunder Minimum // *Science* - 1976 - Vol. 192 - Iss. 4245 - P. 1189-1202.
- Eddy J. A. The Case of the Missing Sunspots // *Scientific American* — 1977 — Vol. 236 — Iss. 5 — P. 80-92.

- Erofeev D.V. An observational evidence for the Babcock-Leighton dynamo scenario // Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity, IAU Symposium,. Edited by Alexander V. Stepanov, Elena E. Benevolenskaya, and Alexander G. Kosovichev. Cambridge, UK: Cambridge University Press - 2004 - Vol. 223 - P.97-98.
- Galloway D. J., Weiss N. O. Convection and magnetic fields in stars // Astrophysical Journal - 1981 - Vol. 243 - P. 945-953.
- Gilman P. A., Miesch M. S. Limits to Penetration of Meridional Circulation below the Solar Convection Zone // The Astrophysical Journal - 2004 - Vol. 611 - Iss. 1 - P. 568-574.
- Golubeva E. M., Mordvinov A. V. Rearrangements of Open Magnetic Flux and Formation of Polar Coronal Holes in Cycle 24 // Solar Physics - 2017 - Vol. 292 - Iss. 11 - id. 175.
- Gregory S. G., Donati J.-F., Morin J., Hussain G. A. J., Mayne N. J., Hillenbrand L. A., Jardine M. Can We Predict the Global Magnetic Topology of a Pre-main-sequence Star from Its Position in the Hertzsprung-Russell Diagram? // The Astrophysical Journal - 2012 - Vol. 755 - Iss. 2 - id. 97.
- Guerrero G., de Gouveia Dal Pino E. M. Turbulent magnetic pumping in a Babcock-Leighton solar dynamo model // Astronomy and Astrophysics — 2008 — Vol. 485 — P. 267-273.
- Hale J. L., Ellerman S. B., Nicholson S. B., Joy A. H. The Magnetic Polarity of Sun-Spots // Astrophysical Journal - 1919 - Vol.49 - P.153.
- Hathaway D. H., Wilson R. M., Reichmann E. J. The shape of the sunspot cycle // Solar Physics - 1994 - Vol. 151 - no. 1 - P. 177-190.
- Hazra G., Karak B. B., Choudhuri A. R. Is a Deep One-cell Meridional Circulation Essential for the Flux Transport Solar Dynamo? // The Astrophysical Journal - 2014a - Vol. 782 - Iss. 2 - article id. 93.
- Hazra S., Passos D., Nandy D. A Stochastically Forced Time Delay Solar Dynamo Model: Self-consistent Recovery from a Maunder-like Grand Minimum

Necessitates a Mean-field Alpha Effect // The Astrophysical Journal - 2014 - Vol. 789 - Iss. 1 - id. 5.

- Hotta H., Yokoyama T. Solar Parity Issue with Flux-transport Dynamo // The Astrophysical Journal Letters - 2010 - Vol. 714 - Iss. 2 - P. L308-L312.
- Hoyng P. Turbulent transport of magnetic fields. III - Stochastic excitation of global magnetic modes // Astrophysical Journal - 1988 - Vol.332 - P.857-871.
- Hoyng P. Helicity fluctuations in mean field theory: an explanation for the variability of the solar cycle? // Astronomy and Astrophysics - 1993 - Vol. 272 - P. 321.
- Howard, R. F. Solar active regions as diagnostics of subsurface conditions / R. F. Howard // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. — 1996. — Vol. 34. — P. 75-110.
- Howe R. Solar Interior Rotation and its Variation // Living Reviews in Solar Physics - 2009 - Vol. 6 - Iss. 1 - id. 1 - P. 75.
- Jiang J., Chatterjee P., Chouduri A.R. Solar activity forecast with a dynamo model // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society - 2007 - Vol.381 - P.1527-1542.
- Jiang J., Cameron R., Schmitt D., Isik E. Modeling solar cycles 15 to 21 using a flux transport dynamo // Astronomy and Astrophysics - 2013 - Vol. 553 - id. A128.
- Jiang J., Cameron R. H., Schüssler M. Effects of the Scatter in Sunspot Group Tilt Angles on the Large-scale Magnetic Field at the Solar Surface // The Astrophysical Journal - 2014 - Vol. 791 - Iss. 1 - id. 5.
- Jiang J., Cameron R. H., Schüssler M. The Cause of the Weak Solar Cycle 24 // The Astrophysical Journal Letters - 2015 - Vol. 808 - Iss. 1 - id. L28.
- Joshi B., Joshi A. The North—South Asymmetry of Soft X-Ray Flare Index During Solar Cycles 21, 22 and 23 // Solar Physics - 2004 - Vol. 219 - Iss. 2 - P. 343-356.

- Jouve L., Brun A. S., Arlt R., Brandenburg A., Dikpati M., Bonanno A., Käpylä P. J., Moss D., Rempel M., Gilman P., Korpi M. J., Kosovichev A. G. A solar mean field dynamo benchmark // *Astronomy and Astrophysics* - 2008 - Vol. 483 - Iss. 3 - P.949-960.
- Käpylä P.J., Korpi M.J., Ossendrijver M., Stix M. Magnetoconvection and dynamo coefficients. III. α -effect and magnetic pumping in the rapid rotation regime // *Astronomy and Astrophysics* - 2006a - Vol. 455 - P. 401–412.
- Käpylä P.J., Korpi M.J., Tuominen I. Solar dynamo models with α -effect and turbulent pumping from local 3D convection calculations // *Astronomische Nachrichten* - 2006b - Vol. 327 - P. 884.
- Karak B. B., Choudhuri A. R. Studies of grand minima in sunspot cycles by using a flux transport solar dynamo model // *Research in Astronomy and Astrophysics*. - 2013 - Vol.13 - P.1339-1357.
- Karak B. B., Kitchatinov L. L., Brandenburg A. Hysteresis between Distinct Modes of Turbulent Dynamos // *The Astrophysical Journal* - 2015 - Vol. 803 - Iss. 2 - id. 95.
- Karak B. B., Nandy D. Turbulent Pumping of Magnetic Flux Reduces Solar Cycle Memory and thus Impacts Predictability of the Sun's Activity // *The Astrophysical Journal Letters* - 2012 - Vol. 761 - Iss. 1 - article id. L13.
- Kitchatinov L.L. Meridional circulation in the sun and stars // *Geomagnetism and Aeronomy* - 2016 - Vol. 56 - Iss. 8 - P.945-951.
- Kitchatinov L.L. Turbulent transport of magnetic fields in a highly conducting rotating fluid and the solar cycle // *Astronomy and Astrophysics* - 1991 - Vol. 243 - no. 2 - P. 483-491.
- Kitchatinov L.L. and Olemskoy S.V. Solar Dynamo Model with Diamagnetic Pumping and Nonlocal α -Effect. // *Solar Physics* - 2012a - Vol. 276 - Iss. 1-2 - P. 3-17
- Kitchatinov L. L., Olemskoy S. V. Differential rotation of main-sequence dwarfs: predicting the dependence on surface temperature and rotation rate // *Monthly*

Notices of the Royal Astronomical Society - 2012b - Vol. 423 - Iss. 4 - P. 3344-3351.

- Kitchatinov L.L. and Olemskoy S.V. Differential rotation of main-sequence dwarfs and its dynamo efficiency // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society - 2011a - Vol. 411 - Iss. 2 - P. 1059-1066.
- Kitchatinov L.L. and Olemskoy S.V. Does the Babcock-Leighton mechanism operate on the Sun? // Astronomy Letters - 2011b - Vol. 37 - Iss. 9 - P. 656-658.
- Kitchatinov L. L., Olemskoy S.V. Alleviation of catastrophic quenching in solar dynamo model with nonlocal alpha-effect // Astronomische Nachrichten - 2011c — Vol. 332 — P. 496-501.
- Kitchatinov L. L., Olemskoy S. V. Dynamo model for grand maxima of solar activity: can superflares occur on the Sun? // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society - 2016 - Vol. 459 - Iss. 4 - P. 4353-4359.
- Kitchatinov L.L., Pipin V.V. and Rüdiger G. Turbulent viscosity, magnetic diffusivity, and heat conductivity under the influence of rotation and magnetic field // Astronomische Nachrichten - 1994 - vol. 315 - P. 157-170.
- Kichatinov L.L., Rüdiger G. Magnetic-field advection in inhomogeneous turbulence // Astronomy and Astrophysics - 1992 - Vol. 260 - P.494–498.
- Kitchatinov L. L., Rüdiger G. Differential rotation and meridional flow in the solar convection zone and beneath // Astronomische Nachrichten - 2005 - Vol. 326 - Iss. 6 - P.379-385.
- Kleorin N., Kuzanyan K., Moss D., Rogachevskii I., Sokoloff D., Zhang H. Magnetic helicity evolution during the solar activity cycle: Observations and dynamo theory // Astronomy and Astrophysics - 2003 - Vol.409 - P. 1097-1105.
- Köhler H. The Solar Dynamo and Estimate of the Magnetic Diffusivity and the α -effect // Astronomy and Astrophysics - 1973 - Vol. 25 - P. 467.

- Küker M., Stix M. Differential rotation of the present and the pre-main-sequence Sun // *Astronomy and Astrophysics* - 2001 - V. 366 - P. 668-675.
- Kraft R. P. Studies of Stellar Rotation. V. The Dependence of Rotation on Age among Solar-Type Stars // *Astrophysical Journal* - 1967 - Vol. 150 - P.551.
- Lean J., Beer J., Bradley R. Reconstruction of solar irradiance since 1610: Implications for climate change // *Geophysical Research Letters* - 1995 - Vol. 22 - Iss. 23 - P. 3195-3198.
- Leighton R. B. A magneto-kinematic model of the solar cycle // *Astrophysical Journal* - 1969 - Vol.156 - P.1-26L.
- Maehara H, Shibayama T., Notsu S., Notsu Y., Nagao T., Kusaba S., Honda S., Nogami D., Shibata K. Superflares on solar-type stars // *Nature* - 2012 - Vol. 485 - Iss. 7399 - P. 478-481.
- Makarov V. I., Sivaraman K. R. On the epochs of polarity reversals of the polar magnetic field of the sun during 1870-1982 // *Astronomical Society of India, Bulletin* - 1986 - Vol. 14 - P. 163-167.
- Malkus W. V. R., Proctor M. R. E. The macrodynamics of alpha-effect dynamos in rotating fluids // *Journal of Fluid Mechanics* - 1975 - Vol. 67 - P. 417-443.
- Mandal K., Hanasoge S. M., Rajaguru S. P., Antia H. M. Helioseismic Inversion to Infer the Depth Profile of Solar Meridional Flow Using Spherical Born Kernels // *The Astrophysical Journal* - 2018 - Vol. 863 - Iss. 1 - id. 39 - P. 10.
- Mandal S., Hegde M., Samanta T., Hazra G., Banerjee D., Ravindra B. Kodaikanal digitized white-light data archive (1921-2011): Analysis of various solar cycle features // *Astronomy & Astrophysics* - 2017 - Vol. 601 - id.A106.
- Meibom S., Mathieu R. D., Stassun K. G. Stellar Rotation in M35: Mass-Period Relations, Spin-Down Rates, and Gyrochronology // *The Astrophysical Journal* - 2009 - Vol. 695 - Iss. 1 - P. 679-694.

- Metcalfe T.S., van Saders J. Magnetic Evolution and the Disappearance of Sun-Like Activity Cycles // Solar Physics - 2017 - Vol.292 - Iss. 9 - id.126 - P. 12.
- Metcalfe T. S., Egeland R., van Saders J. Stellar Evidence That the Solar Dynamo May Be in Transition // The Astrophysical Journal Letters - 2016 - Vol. 826 - Iss. 1 - id. L2.
- Miesch M.S. and Teweldebirhan K. A Three-Dimensional Babcock–Leighton Solar Dynamo Model: Initial Results with Axisymmetric Flows. // Advances in Space Research - 2016 - Vol. 58 - Iss 8 - P. 1571-1588.
- Miesch M. S., Brun A. S., Toomre J. Solar Differential Rotation Influenced by Latitudinal Entropy Variations in the Tachocline // The Astrophysical Journal - 2006 - Vol. 641 - Iss. 1 - P. 618-625.
- Moffatt H. K. Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids // Cambridge, England, Cambridge University Press - 1978 - P. 353.
- Mordvinov A. V., Grigoryev V. M., Erofeev D. V. Evolution of sunspot activity and inversion of the Sun’s polar magnetic field in the current cycle // Advances in Space Research - 2015 - Vol. 55 - Iss. 11 - P. 2739-2743.
- Mordvinov A., Pevtsov A., Bertello L., Petri G. The reversal of the Sun’s magnetic field in cycle 24 // Solar-Terrestrial Physics - 2016 - Vol. 2 - iss. 1 - P. 3-18.
- Mordvinov A. V., Yazev S. A. Reversals of the Sun’s Polar Magnetic Fields in Relation to Activity Complexes and Coronal Holes // Solar Physics - 2014 - Vol. 289 - Iss. 6 - P. 1971-1981.
- Moss D., Sokoloff D.D., Usoskin I., Tutubalin V. Solar grand minima and random fluctuations in dynamo parameters // Solar Physics - 2008 - V.250 - P.221-234.
- Nagovitsyn Yu. A., Georgieva K., Osipova A. A., Kuleshova A. I. Eleven-year cyclicity of the sun on the 2000-year time scale // Geomagnetism and Aeronomy - 2015 - Vol. 55 - Iss. 8 - P. 1081-1088.

- Nagy M., Lemerle A., Labonville F., Petrovay K., Charbonneau P. The Effect of "Rogue" Active Regions on the Solar Cycle // Solar Physics - 2017 - Vol. 292 - Iss. 11 - article id.167.
- Nandy D., Choudhuri A. R. Explaining the latitudinal distribution of sunspots with deep meridional flow // Science - 2002 - Vol.296 - P.1671-1673.
- Obridko V. N., Sokoloff D. D., Kuzanyan K. M., Shelting B. D., Zakharov V. G. Solar cycle according to mean magnetic field data // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society - 2006 - Vol. 365 - Iss. 3 - P. 827-832.
- Olemskoy S. V., Kitchatinov L. L. Grand Minima and North-South Asymmetry of Solar Activity // The Astrophysical Journal - 2013 - Vol. 777 - Iss. 1 - article id. 71.
- Oliver R., Ballester J. L. The north-south asymmetry of sunspot areas during solar cycle 22 // Solar Physics - 1994 - vol. 152 - no. 2 - P. 481-485.
- Osipova A. A., Nagovitsyn Yu. A. The Waldmeier Effect for Two Sunspot Populations // Geomagnetism and Aeronomy - 2017 - Vol. 57 - Iss. 8 - P. 1092-1100.
- Parker E.N. Hydromagnetic dynamo models // Astrophysical Journal - 1955 - Vol.122 - P.293-314.
- Parker E.N. Stellar fibril magnetic systems. I – Reduced energy state // Astrophysical Journal - 1984 - Vol. 283 - P. 343–348.
- Passos D., Nandy D., Hazra S., Lopes I. A solar dynamo model driven by mean-field alpha and Babcock-Leighton sources: fluctuations, grand-minima-maxima, and hemispheric asymmetry in sunspot cycles // Astronomy & Astrophysics - 2014 - Vol. 563 - id.A18.
- Paxton B. EZ to Evolve ZAMS Stars: A Program Derived from Eggleton's Stellar Evolution Code. // The Publications of the Astronomical Society of the Pacific - 2004 - Vol. 116 - Iss. 821 - P. 699-701.

- Pipin V.V. The mean electro-motive force and current helicity under the influence of rotation, magnetic field and shear // Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics - 2008 - vol. 102 Iss. 1 - P. 21-49.
- Pipin V. V., Kosovichev A. G. The Asymmetry of Sunspot Cycles and Waldmeier Relations as a Result of Nonlinear Surface-shear Shaped Dynamo // The Astrophysical Journal - 2011 - Vol. 741 - Iss. 1 - id. 1.
- Popova H., Sokoloff D. Meridional circulation and dynamo waves // Astronomische Nachrichten - 2008 - Vol. 329 - Iss. 7 - P. 766.
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P. Numerical Recipes // Cambridge Univ. Press - 1992.
- Rajaguru S.P. and Antia H.M. Meridional Circulation in the Solar Convection Zone: Time-Distance Helioseismic Inferences from Four Years of HMI/SDO Observations // The Astrophysical Journal - 2015 - Vol. 813 - Iss. - 2, article id. - 114 - P.8.
- Rempel M. Influence of Random Fluctuations in the Λ -Effect on Meridional Flow and Differential Rotation // The Astrophysical Journal - 2005 - Vol. 631 - Iss. 2 - P. 1286-1292.
- Rengarajan, T. N. Age-rotation relationship for late-type main-sequence stars // Astrophysical Journal - 1984 - Vol. 283 - P. L63-L65.
- Rüdiger G. Differential Rotation and Stellar Convection // New York: Gordon and Breach - 1989.
- Rüdiger G., Egorov P., Kitchatinov L. L., Küker M. The eddy heat-flux in rotating turbulent convection // Astronomy and Astrophysics - 2005 - Vol. 431 - P. 345-352.
- Saar S. H., Brandenburg A. Time Evolution of the Magnetic Activity Cycle Period. II. Results for an Expanded Stellar Sample// The Astrophysical Journal - 1999 - Vol. 524 - Iss. 1 - P. 295-310.

- van Saders J. L., Ceillier T. Metcalfe T. S., Silva Aguirre V., Pinsonneault M. H., Garcia R. A., Mathur S, Davies G. R. Weakened magnetic braking as the origin of anomalously rapid rotation in old field stars // *Nature* - 2016 - Vol. 529 - Iss. 7585 - P. 181-184.
- Saar S. H., Brandenburg A. Time Evolution of the Magnetic Activity Cycle Period. II. Results for an Expanded Stellar Sample // *The Astrophysical Journal* - 1999 - Vol. 524 - Iss. 1 - P. 295-310.
- Schatten K. H., Scherrer P. H., Svalgaard L., Wilcox J. M. Using dynamo theory to predict the sunspot number during solar cycle 21 // *Geophysical Research Letters* - 1978 - Vol. 5 - P. 411-414.
- Schou J., Antia H. M., Basu S., Bogart R. S., Bush R. I., Chitre S. M., Christensen-Dalsgaard J., Di Mauro M. P., Dziembowski W. A., Eff-Darwich A., Gough D. O., Haber D. A., Hoeksema J. T., Howe R., Korzennik S. G., Kosovichev A. G., Larsen R. M., Pijpers F. P., Scherrer P. H., Sekii T., Tarbell T. D., Title A. M., Thompson M. J., Toomre J. Helioseismic Studies of Differential Rotation in the Solar Envelope by the Solar Oscillations Investigation Using the Michelson Doppler // *Astronomy and Astrophysics* — 1998 — Vol. 505 — P. 390-417.
- See V., Jardine M., Vidotto A. A., Donati J.-F., Boro Saikia S., Bouvier J., Fares R., Folsom C. P., Gregory S. G., Hussain G.; Jeffers, S. V. Marsden S. C., Morin J., Moutou C., do Nascimento J. D., Petit P., Waite, I. A. The connection between stellar activity cycles and magnetic field topology // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* - 2016 - Vol. 462 - Iss. 4 - P. 4442-4450.
- Shibata K., Isobe H., Hillier A., Choudhuri A. R., Maehara H., Ishii T. T., Shibayama T., Notsu S., Notsu Y., Nagao T., Honda S., Nogami D. Can Superflares Occur on Our Sun? // *Publications of the Astronomical Society of Japan* - 2013 - Vol.65 - No.3 - article id.49.
- Shibayama T., Maehara H., Notsu S., Notsu Y., Nagao T., Honda S., Ishii T. T., Nogami D., Shibata K. Superflares on Solar-type Stars Observed with

Kepler. I. Statistical Properties of Superflares // The Astrophysical Journal Supplement - 2013 - Vol. 209 - Iss. 1 - article id. 5.

- Silva Aguirre V., Serenelli A. M. Asteroseismic age determination for dwarfs and giants // Astronomische Nachrichten - 2016 - Vol. 337 - Iss. 8-9 - P. 823.
- Solanki S. K., Usoskin I. G., Kromer B., Schüssler M., Beer J. Unusual activity of the Sun during recent decades compared to the previous 11,000 years // Nature - 2004 - Vol. 431 - Iss. 7012 - P. 1084-1087.
- Snodgrass H.B. and Ulrich R.K. Rotation of Doppler features in the solar photosphere // Astrophysical Journal - 1990 - Vol. 351 - P. 309-316.
- Spence E. J., Nornberg M. D., Jacobson C. M., Parada C. A., Taylor N. Z., Kendrick R. D., Forest C. B. Turbulent Diamagnetism in Flowing Liquid Sodium // Physical Review Letters — 2007 — Vol. 98 — P. 164503.
- Steenbeck M., Krause F. On the Dynamo Theory of Stellar and Planetary Magnetic Fields. II. DC Dynamos of Planetary Type // Astronomische Nachrichten - 1969 - Vol. 291 - S. 271-286.
- Stenflo J. O. Global wave patterns in the sun's magnetic field. // Astrophysics and Space Science - 1988 - Vol. 144 - no. 1-2 - P. 321-336.
- Svalgaard L., Cliver E. W. and Kamide Y. Sunspot cycle 24: Smallest cycle in 100 years? // Geophysical Research Letters - 2005 - Vol. 32 - Iss. 1 - ID L01104.
- Svalgaard L., Duvall T. L. Jr., Scherrer P. H. The strength of the sun's polar fields // Solar Physics - 1978 - Vol. 58 - P. 225-239.
- Skumanich A. Time Scales for CA II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion // Astrophysical Journal - 1972 - Vol. 171 - P. 565.
- Temmer M., Rybak J., Bendik P., Veronig A., Vogler F., Otruba W., Pötzi W., Hanslmeier A. Hemispheric sunspot numbers R_n and R_s from 1945-2004: catalogue and N-S asymmetry analysis for solar cycles 18-23 // Astronomy and Astrophysics - 2006 - Vol. 447 - Iss. 2 - P. 735-743.

- Tobias S. M., Brummell N. H., Clune T. L., Toomre J. Pumping of Magnetic Fields by Turbulent Penetrative Convection // The Astrophysical Journal - 1998 - Vol. 502 - Iss. 2 - P. L177-L180.
- Tobias S., Hughes D., Weiss N. Unpredictable Sun leaves researchers in the dark // Nature - 2006 - Vol. 442 - Iss. 7098 - P. 26.
- Usoskin I. G., Mursula K., Kovaltsov G. A. Cyclic behaviour of sunspot activity during the Maunder minimum // Astronomy and Astrophysics - 2000 - Vol. 354 - P. L33-L36.
- Usoskin I. G., Solanki S. K., Kovaltsov G. A. Grand minima and maxima of solar activity: new observational constraints // Astronomy and Astrophysics - 2007 - Vol. 471 - Iss. 1 - P. 301-309.
- Usoskin I. G., Hulot G., Gallet Y., Roth R., Licht A., Joos F., Kovaltsov G. A., Thebault E., Khokhlov A. Evidence for distinct modes of solar activity // Astronomy & Astrophysics - 2014 - Vol. 562 - id.L10 - P. 4.
- VandenBerg D. A. and Clem J. L. Empirically Constrained Color-Temperature Relations. I. BV(RI)_C. // The Astronomical Journal - 2003 - Vol. 126 - Iss. 2 - P. 778-802.
- Vaquero J. M., Gallego M. C., Usoskin I. G., Kovaltsov G. A. Revisited Sunspot Data: A New Scenario for the Onset of the Maunder Minimum // The Astrophysical Journal Letters - 2011 - Vol. 731 - Iss. 2 - id. L24.
- Yoshimura H. Solar cycle dynamo wave propagation // The Astronomical Journal - 1975 - Vol.201 - P.740-748.
- Yousef T. A., Brandenburg A., Rüdiger G. Turbulent magnetic Prandtl number and magnetic diffusivity quenching from simulations // Astronomy and Astrophysics - 2003 - V.411 - P.321-327.
- Weiss N. O., Cattaneo F., Jones C. A. Periodic and aperiodic dynamo waves // Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics - 1984 - Vol. 30 - no. 4 - P. 305-341.

- Zhao J, Bogart R. S., Kosovichev A. G., Duvall T. L. Jr., Hartlep T. Detection of Equatorward Meridional Flow and Evidence of Double-cell Meridional Circulation inside the Sun // The Astrophysical Journal Letters - 2013 - Vol. 774 - Iss. 2 - id. L29 - P. 6.
- Ziegler U., Rüdiger G. Box simulations of rotating magnetoconvection. Effects of penetration and turbulent pumping // Astronomy and Astrophysics - 2003 - Vol.401 - P.433-442.