

На правах рукописи



Носиков Игорь Анатольевич

**ПРЯМОЙ ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД
ДЛЯ РАСЧЕТА ТРАЕКТОРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
КВ РАДИОТРАСС В ИОНОСФЕРЕ**

Специальность 01.04.03 —
«радиофизика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Калининград — 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»

Научный руководитель: **Клименко Максим Владимирович**,
кандидат физико-математических наук, Калининградский филиал ИЗМИРАН, старший научный сотрудник

Официальные оппоненты: **Крюковский Андрей Сергеевич**,
доктор физико-математических наук, профессор, Российский новый университет (РосНОУ), научный руководитель Института информационных систем и инженерно-компьютерных технологий РосНОУ

Тинин Михаил Валентинович,
доктор физико-математических наук, профессор, Иркутский государственный университет (ИГУ), профессор кафедры радиофизики и радиоэлектроники ИГУ

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Полярный геофизический институт»

Защита состоится "___" _____ 2020 г. в ___ часов на заседании диссертационного совета Д 003.034.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Ордена Трудового Красного Знамени Института солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова 126а, а/я 291, ИСЗФ СО РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИСЗФ СО РАН и на сайте <http://www.iszf.irk.ru>.

Автореферат разослан "___" _____ 2020 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук

Поляков В. И.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Распространение радиоволн в неоднородной среде от поверхности Земли до высот верхней атмосферы определяет основные сложности прогнозирования оптимального выбора характеристик приемно-передающих устройств (применимых частот, диаграмм направленности и т. д.) при решении задач радиосвязи, загоризонтной радиолокации и позиционирования навигационными спутниковыми системами. Решение данной задачи имеет как фундаментальное значение, связанное с теоретическими аспектами распространения электромагнитных волн в неоднородных анизотропных средах и интерпретацией данных вертикального и наклонного зондирования ионосферы, так и прикладное, связанное с выбором оптимальных характеристик передающих и приемных антенн. К настоящему времени в интерпретации некоторых особенностей ионограмм вертикального и наклонного зондирования ионосферы все еще остается ряд нерешенных вопросов. Причины этого кроются в отсутствии полной и достоверной информации о трехмерном распределении параметров ионосферы (среды распространения радиоволн) и сложностях, возникающих при решении задачи о расчете коротковолновых радиотрасс с заданными точками излучения и приёма.

Для решения научных задач подобного рода используются и активно развиваются современные методы моделирования, мониторинга и исследования ионосферы как среды распространения радиоволн. Динамично расширяется сеть ионозондов, станций наклонного и возвратно-наклонного зондирования, глобальная сеть приемников сигналов навигационных спутниковых систем GPS/GLONASS и др. Существенный вклад в исследование и понимание глобальной структуры ионосферы в 90-е годы XX века внесли новые радиофизические методы радиотомографии и спутникового зондирования, позволившие получать пространственно-временную картину динамики ионосферной плазмы. Большое количество накопленных экспериментальных данных послужило основой для создания региональных и глобальных моделей ионосферы, а также дало импульс для создания теорий, объясняющих физику неизученных ионосферных явлений. На данный момент одним из средств проверки разрабатываемых теорий и важнейшим прикладным инструментом является численное моделирование. Исходя из этого, актуальной научной задачей является совершенствование и поиск новых эффективных методов чис-

ленного моделирования ионосферы и распространения радиоволн. Данная диссертационная работа посвящена одному из направлений в численном моделировании распространения радиоволн – реализации нового метода расчета радиотрасс с заданными положениями передатчика и приемника сигнала в модельной ионосфере, который имеет ряд преимуществ по сравнению с уже существующими и широко используемыми подходами к решению радиофизических задач.

Цель работы заключается в разработке и реализации нового подхода к расчету радиотрасс в ионосфере Земли с зафиксированными точками передатчика и приемника. Для коротких радиоволн применимо приближение геометрической оптики, основанное на вариационном принципе Ферма, согласно которому траектории радиотрасс должны удовлетворять условию стационарности фазового пути. Этот факт позволяет свести решение исходной краевой задачи к поиску стационарных точек функционала фазового пути радиолуча на основе прямой оптимизации траектории без необходимости решения вариационного уравнения и уравнения эйконала.

Задачи:

1. Исследование границ применимости и преимуществ использования прямого вариационного принципа для поиска различных лучевых траекторий в задаче о расчете радиотрасс в ионосфере Земли.
2. Реализация метода прямой оптимизации траектории радиолуча в модельной ионосфере в виде комплекса программ, основываясь на опыте применения вариационных методов в различных областях науки.
3. Разработка и реализация алгоритмов и методов для решения проблем выбора начального приближения и многолучевости при решении задачи ионосферного распространения радиоволн.
4. Верификация и валидация разработанного комплекса программ траекторных расчетов на основе аналитических решений, метода стрельбы и ионограмм наклонного зондирования по данным радиофизических наблюдений.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. На примере различных модельных сред показано, что верхние радиолучи соответствуют минимумам функционала фазового пути, тогда как нижние радиолучи соответствуют седловым точкам первого порядка.
2. Реализован прямой вариационный метод расчета верхних и нижних лучей, основанный на минимизации и поиске седловых точек функционала фазового пути.
3. Разработан и реализован метод глобальной оптимизации функционала для систематического поиска множества верхних и нижних лучей граничной задачи, позволяющий разрешить проблему многолучевости в случае существования горизонтальных и вертикальных неоднородностей ионосферной плазмы.
4. Создан единый комплекс программ решения граничной задачи о расчете радиотрасс в модельной ионосфере. Этот программный комплекс тестировался с использованием метода стрельбы и ионограмм наклонного зондирования ионосферы. Показаны робастность и преимущества созданного комплекса программ.

Научная новизна: заключается в разработке нового подхода к расчету лучей коротких радиоволн в ионосфере, отличного от уже существующих. В данной работе впервые показано, что верхние и нижние лучи соответствуют минимумам и седловым точкам функционала фазового пути. Принципиальными отличиями разрабатываемого метода от подходов, использующих численное решение уравнения эйконала и метод стрельбы, являются:

1. строгая фиксация пространственных положений передатчика и приемника радиосигналов;
2. алгоритм прямой оптимизации траектории луча без необходимости решения уравнения эйконала;
3. возможность избирательного определения верхних и нижних лучей;
4. решение проблемы многолучевости на основе систематического поиска верхних и нижних лучей граничной задачи.

В отличие от известных подходов, основанных на применении вариационного принципа в задачах расчета радиотрасс, алгоритмы, методы и комплекс программ, представленные в данной диссертационной работе, впервые позволя-

ют на основе единого оптимизационного подхода (метода обобщенной силы и глобальной оптимизации) последовательно получать множество решений различного типа (нижние, верхние и трансионосферные радиолучи).

Практическая значимость. Реализация нового подхода к решению задачи расчета радиотрасс в ионосфере с граничными условиями расширяет возможности моделирования и исследования динамики ионосферной плазмы и ее влияния на качество радиосвязи. Одним из достоинств прямого вариационного метода является точное выполнение граничных условий: начальная и конечная точки по определению совпадают с положениями передатчика и приёмника радиоволн. Метод позволяет осуществлять поиск множества решений в неоднородной ионосфере, где существующие численные методы решения граничной задачи могут испытывать трудности. В перспективе, разработанный метод и созданный комплекс программ могут стать эффективным инструментом в моделировании радиотрасс наклонного зондирования ионосферы и при решении задач низкоорбитальной радиотомографии, в которых требуется многократный поиск лучей с заданными точками передачи и приема. Вместе с этим модифицированный комплекс программ может быть использован для решения прикладных задач из различных областей физики, в которых применимо приближение геометрической оптики.

Достоверность полученных результатов определяется на основе качественного и количественного сравнения аналитических и численных решений, полученных с использованием различных методик. В частности, для простейших сред, задаваемых с помощью аналитических функций, верификация проводилась на основе известных аналитических решений. В случае использования в качестве среды распространения радиоволн эмпирических моделей ионосферы, полученные результаты расчетов радиотрасс сопоставлялись с результатами численного моделирования, полученными с использованием метода стрельбы, а также с наблюдаемыми ионограммами наклонного зондирования.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на международных и российских конференциях и семинарах:

1. XX-ой Региональной конференции по распространению радиоволн (г. Санкт-Петербург, СПбГУ, 2014);

2. Международных Байкальских школах по фундаментальной физике (г. Иркутск, 2015, 2017, 2019);
3. 5th, 6th International Conferences «Atmosphere, Ionosphere, Safety» (г. Зеленоградск, 2016, 2018);
4. 38th, 39th, 40th, 41st Annual Seminars «Physics of Auroral Phenomena» (г. Апатиты, ПГИ РАН, Россия, 2015, 2016, 2017, 2018);
5. International Conference on Computational Science (г. Рейкьявик, Исландия, 2015);
6. 10-ой и 11-ой ежегодных конференциях «Физика плазмы в Солнечной системе» (г. Москва, ИКИ РАН, 2015, 2016);
7. 14-ой и 17-ой Всероссийских открытых конференциях «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса» (г. Москва, ИКИ РАН, 2016, 2019);
8. VII международной конференции «Солнечно-земные связи и физика предвестников землетрясений» (с. Паратунка, Камчатский край, ИКИР ДВО РАН 2016);
9. Всероссийских открытых конференциях «Распространение радиоволн» (г. Томск, ИОА СО РАН, 2016; Казань, КФУ, 2019);
10. URSI Atlantic Radio Science Conferences (г. Маспаломас, Испания, 2015, 2018);
11. URSI Asia-Pacific Radio Science Conference (г. Сеул, Республика Корея, 2016);
12. Symposium Progress in Electromagnetics Research (г. Санкт-Петербург, 2017).
13. Beacon Satellite Symposium (г. Олыштын, Польша, 2019).

Личный вклад. Результаты диссертационной работы получены лично автором под руководством научного руководителя. Автором выполнены следующие работы:

1. Построены численные схемы исследования функционала оптической длины пути и представлено свидетельство существования минимумов и седловых точек функционала фазового пути радиолуча.
2. Разработаны метод обобщенной силы и алгоритм глобальной оптимизации, направленные на поиск решений различного типа и на

решение проблемы многолучевости в задаче распространения радиоволн в ионосфере.

3. На основе разработанных алгоритмов и методов реализован комплекс программ на языке C++ для расчета радиотрасс в ионосфере с последующим получением модельных дистанционно-частотных характеристик наклонного зондирования.
4. Проведены численные эксперименты по расчету радиотрасс с использованием аналитических и эмпирических моделей ионосферы.
5. Осуществлена верификация и валидация созданного комплекса программ на основе аналитических решений, полученных в программном пакете Maple, численных решений, полученных методом стрельбы, и данных радиофизических наблюдений, проводимых в ИСЗФ СО РАН.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 16 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК (Известия ВУЗов. Радиофизика; Advances in Space Research; Химическая физика; IEEE Transactions on Antennas and Propagation), 10 — в сборниках трудов конференций, 2 — в других периодических изданиях.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и одного приложения. Полный объем диссертации составляет 112 страниц текста с 30 рисунками. Список литературы содержит 121 наименование.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **первой главе** 1) представлен обзор асимптотических методов и подходов к решению задач по распространению коротких радиоволн в ионосфере; 2) приведен анализ работ по развитию метода геометрической оптики для расчета радиотрасс; 3) обсуждаются методы решения задач расчета лучевых траекторий с начальными и граничными условиями; 4) представлен

обзор работ по разработке и использованию вариационного подхода на основе принципа Ферма для решения задач в различных областях физики и расчета радиотрасс в ионосфере. Отмечается, что геометрикооптический подход к приближенному описанию волновых полей [1], используемый диссертантом, позволяет решать задачу в случае, когда размеры ионосферных неоднородностей существенно превосходят радиус первой зоны Френеля, а влиянием дифракционных и интерференционных эффектов можно пренебречь. Метод численного решения задачи Коши с начальными условиями для нахождения поля волны в приближении геометрической оптики, когда положение точки приема не закреплено, предложенный в работах [2; 3], стал основой многих моделей распространения коротких радиоволн в ионосфере [4; 5]. С точки зрения практических приложений, особенно важной представляется проблема расчета траекторий радиолучей с заданными координатами передатчика и приемника радиосигнала. Выделяются два принципиально разных подхода к решению данной задачи. Наиболее популярным из них является метод стрельбы, в котором осуществляется выбор направления излучения радиоволны от передатчика с последующим построением лучевой траектории. Если луч не попадает в точку приема, то необходимо изменить начальные условия и перестроить лучевую траекторию. Этот итерационный процесс повторяется до тех пор, пока траектория радиолуча не попадет внутрь заданной окрестности точки приема. При решении прикладных задач обычно используется совокупность методов трассировки и стрельбы.

Метод стрельбы имеет свои недостатки. Во-первых, в рамках этого метода необходимо многократно выполнять расчет лучей, что приводит к значительному росту вычислительных затрат. Во-вторых, применение метода стрельбы в случае трехмерно-неоднородной ионосферы усложняется тем, что требуется осуществить поиск двух параметров (азимута и угла возвышения), определяющих направление радиолуча. Процедура нахождения этих параметров сильно зависит от выбора их начального приближения и, вообще говоря, этот процесс не всегда сходится [6]. В-третьих, для успешной реализации метода стрельбы в условиях многолучевости нужно позаботиться о том, чтобы шаг предварительной трассировки радиолучей в заданном диапазоне углов излучения был оптимальным, что позволяет не допустить: 1) пропуск решений, которые удовлетворяют граничным условиям, при выборе слишком

большого шага трассировки; 2) значительного увеличения вычислительных затрат. Вследствие этого в теории распространения радиоволн особый интерес представляет развитие альтернативных подходов к решению задачи распространения радиоволн, а именно, разработка методов решения граничной задачи расчета лучевых траекторий коротких радиоволн с зафиксированными положениями передатчика и приемника.

Одним из таких альтернативных подходов к решению данной проблемы является подход, основанный на применении вариационного принципа к функционалу фазового пути радиолуча напрямую, без необходимости решения вариационного уравнения. Его идея заключается в том, что некая первоначально заданная кривая последовательно трансформируется в лучевую траекторию, причём её начальная и конечная точки на протяжении всего процесса оптимизации зафиксированы в соответствии с граничными условиями. Важным достоинством такого подхода по сравнению с методом стрельбы является автоматическое выполнение граничных условий для радиотрассы: начальная и конечная точки по определению совпадают с положениями передатчика и приемника радиоволны соответственно. Известны различные варианты такого метода последовательных трансформаций, которые используются в различных областях науки. Так, например, в сейсмологии широко применяется метод «изгибания» луча для расчета траекторий звуковых волн в земной коре [7]. В химии и физике магнитных переходов активно применяется метод «подталкивания упругой нити» [8; 9]. В задачах распространения радиоволн до сих пор подобные методы практически не применялись. В одной из немногих работ на эту тему [10] была реализована минимизация функционала фазового пути для нахождения верхних и трансионосферных лучей. Однако, согласно автору [10], минимизация не позволяет находить нижние ионосферные лучи, что ограничивает применимость оптимизационных методов для решения данной задачи.

Во второй главе представлены постановка задачи и подробное описание нового вариационного подхода к расчету радиолучей, основанного на прямой минимизации функционала фазового (оптического) пути. Запишем

выражение для функционала радиолуча в изотропной среде:

$$S[\gamma] = \int_A^B n(\vec{r}) dl. \quad (1)$$

Здесь интегрирование производится вдоль кривой γ , задающей траекторию луча, которая соединяет точки A и B , определяющие местоположения передатчика и приемника радиоволн, $n(\vec{r})$ — показатель преломления в точке $\vec{r} = (x, y, z)$, лежащей на кривой γ , и dl — элемент длины вдоль γ . На практике подынтегральная функция $n(\vec{r})$ может представлять неявно заданную зависимость. Поскольку аналитически решить задачу в общем случае не представляется возможным, для реализации численного расчета (1) целесообразно переписать интегральную запись функционала $S[\gamma]$, используя метод трапеций:

$$S[\gamma] \approx S(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^P (n_{i+1} + n_i) |\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i|, \quad (2)$$

где $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ — положение i -ой точки, $n_i = n(\vec{r}_i)$, P — число подвижных точек, $\vec{r}_0 = \vec{r}_A$ и $\vec{r}_{P+1} = \vec{r}_B$. Поскольку положения первой и последней точки зафиксированы, задача о нахождении траектории радиолуча сводится к поиску экстремума функции $S = S(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_P)$. Таким образом, кривая γ аппроксимируется кусочно-линейной кривой, соединяющей P подвижных точек (см. рис. 1). При этом концы A и B траектории зафиксированы в соответствии с граничными условиями, а систему, состоящую из положений P промежуточных точек, требуется последовательно привести к оптимальной конфигурации.

Многие численные методы поиска минимума многомерной функции основаны на вычислении отрицательного градиента целевой функции:

$$\mathbf{F} = -\nabla S(\mathbf{r}) = \left(\vec{F}^1, \vec{F}^1, \dots, \vec{F}^P \right). \quad (3)$$

Здесь \mathbf{F} представляет собой вектор фиктивной силы, который указывает на направление сходимости некоторой первоначальной траектории к оптимальной конфигурации (искомому решению). Построение численной схемы возможно на основе (3), однако прямая минимизация позволяет находить только часть решений граничной задачи. Действительно, как обсуждалось в рабо-

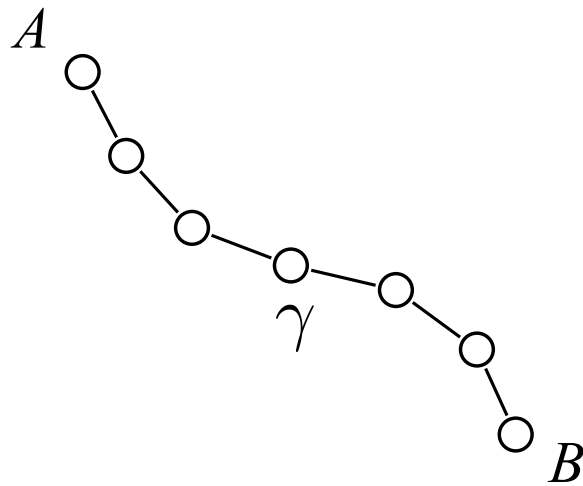


Рис. 1 — Иллюстрация кусочно-линейного представления радиолуча.

те [10] только верхние и трансионосферные лучи соответствуют минимумам функционала, а значит прямая минимизация на основе (3) может приводить к потере других решений. Примером таких решений, не определяемых методом минимизации, являются нижние лучи. Как было показано в работах [A2, A3] нижние лучи соответствуют седловым точкам первого порядка функционала фазового пути (2).

Для седловой точки первого порядка градиент целевой функции во всех направлениях положителен, за исключением одного направления, в котором этот градиент отрицателен. В качестве примера, показывающего различия седловой точки первого порядка и минимума, на рис. 2 приведены нижний и верхний лучи на фоне карты функционала фазового пути (2). В данном случае значения по осям задают положения вершин виртуальных лучей, а цветом представлены соответствующие им значения фазового пути. Из рисунка видно, что верхний луч соответствует минимуму фазового пути во всех направлениях, а нижний луч представляет собой седловую точку первого порядка.

В третьей главе представлены универсальный метод оптимизации для нахождения как верхних, так и нижних лучей и алгоритм систематического поиска множества решений задачи о расчете радиотрасс.

Задача определения седловых точек находит свое применение в различных областях науки [8; 9]. Способ определения седловых точек, используемый в данной работе, основан на применении метода минимальной моды (*англ. minimum mode following method*) [11]. Идея метода заключается в модификации градиента целевой функции (см. формулу (3)), в результате чего иско-

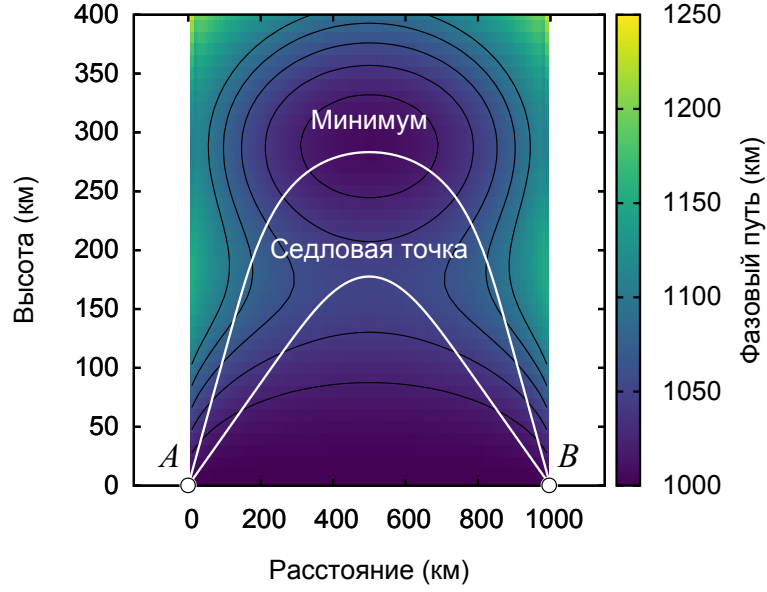


Рис. 2 — Иллюстрация двумерной карты функционала фазового пути. Белые линии представляют лучевые траектории радиоволны с рабочей частотой 12 МГц. Ионосфера задавалась аналитически в виде однослойной среды.

мая седловая точка инвертируется в локальный минимум. Сведение задачи к поиску локальных минимумов позволяет использовать любые численные схемы минимизации, что представляет собой хорошо изученную задачу. Важно отметить, что реализация поиска седловых точек отличается от прямой минимизации только способом расчета силы \mathbf{F} . Это позволяет сформулировать единый подход к поиску как минимумов, так и седловых точек, получивший название «метод обобщенной силы».

В рамках метода обобщенной силы, верхние ионосферные лучи могут быть определены прямой минимизацией функционала фазового пути радиолуча $S(r)$. Минимизация основана на расчете отрицательного градиента функционала $S(r)$, продольная компонента которого заменена силой упругости [A2]:

$$\mathbf{F}^h = -\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} + \mathbf{F}^s, \quad (4)$$

где

$$\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} = \left(\vec{\nabla}_1 S(\mathbf{r})|_{\perp}, \vec{\nabla}_2 S(\mathbf{r})|_{\perp}, \dots, \vec{\nabla}_P S(\mathbf{r})|_{\perp} \right), \quad (5)$$

$$\mathbf{F}^s = \left(\vec{F}_1^s, \vec{F}_2^s, \dots, \vec{F}_P^s \right), \quad (6)$$

а также $\vec{\nabla}_i S(\mathbf{r})|_{\perp}$ и \vec{F}_i^s — поперечная компонента градиента функционала $S(r)$ и сила упругости соответственно. Введение фиктивных упругих сил позволя-

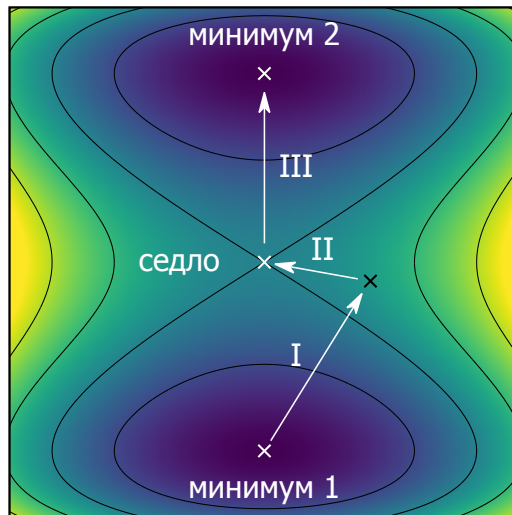


Рис. 3 — Иллюстрация алгоритма глобальной оптимизации в пространстве функционала $S(\mathbf{r})$ радиолуча. Белыми крестиками обозначены положения стационарных точек. Белыми сплошными стрелками схематично изображен процесс перехода от одного локального минимума к другому через седловую точку. Черным крестиком обозначен момент смены знака минимального собственного значения гессиана функционала в процессе оптимизации.

ет контролировать распределение точек вдоль луча и, при необходимости, увеличивать их плотность в критических областях лучевой траектории [A2]. В противном случае плотность распределения точек в некоторых областях траектории может оказаться недостаточной, в результате чего информация о луче в этих областях будет потеряна.

Для определения нижних ионосферных лучей, соответствующих седловым точкам первого порядка, используется оптимизационный метод, который включают в себя несколько этапов: 1) инициализация; 2) выход из области минимума; 3) оптимизация в области седловой точки. Инициализация состоит в задании начального приближения вблизи локального минимума. На первом этапе осуществляется выход из области локального минимума вдоль градиента целевой функции (см. переход I на рис. 3). Поскольку движение вдоль градиента в конечном итоге приведет в область локального максимума, направление движения после выхода из области минимума следует скорректировать. Причем корректировка должна быть выполнена с учетом условия минимизации по всем направлениям, кроме одного направления на максимум. Анализ направлений на максимум и минимум функционала осуществляется

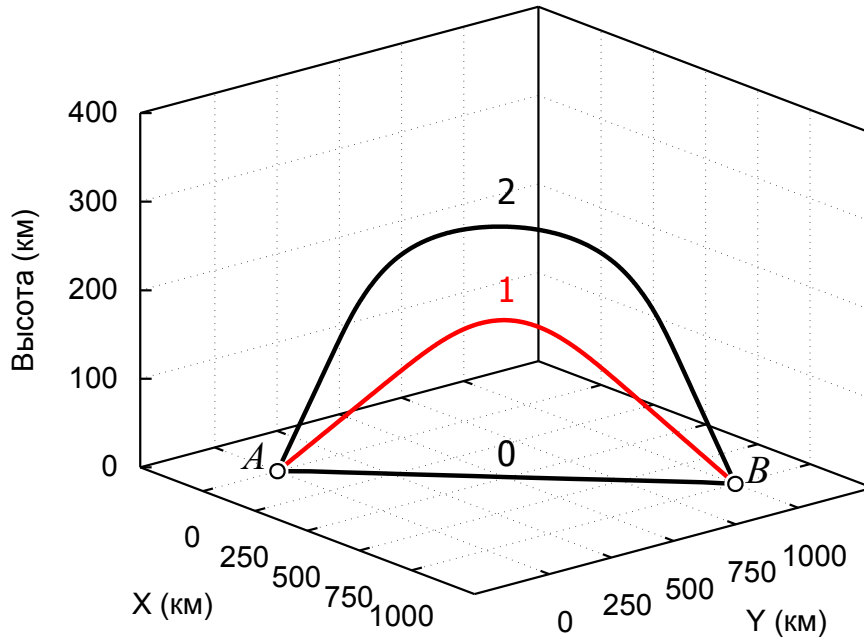


Рис. 4 — Результат применения алгоритма глобальной оптимизации лучей в однослойной модели ионосферы. Рабочая частота равна 12 МГц. Верхние и нижние лучи представлены черными и красными линиями соответственно.

на основе вычислений собственных значений и векторов матрицы Гессе. Начало второго этапа поиска (см. переход II на рис. 3) происходит в момент смены знака минимального собственного значения матрицы Гессе, после чего осуществляется спуск к ближайшей седловой точке. Такая стратегия есть суть поиска седловых точек первого порядка.

Формула обобщенной силы для оптимизации нижних ионосферных лучей имеет следующий вид:

$$\mathbf{F}^l = \begin{cases} \nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} + \mathbf{F}^s & \text{или } (\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} \cdot \mathbf{Q}_{\lambda}) \mathbf{Q}_{\lambda} + \mathbf{F}^s, \text{ если } \lambda \geq 0, \\ -\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} + 2(\nabla S(\mathbf{r})|_{\perp} \cdot \mathbf{Q}_{\lambda}) \mathbf{Q}_{\lambda} + \mathbf{F}^s, \text{ если } \lambda < 0. \end{cases} \quad (7)$$

здесь λ – минимальное собственное значение гессиана и \mathbf{Q}_{λ} – соответствующий минимальному собственному значению нормированный собственный вектор или минимальная мода. Аналогично поиску верхних лучей точки траектории сходятся к оптимальной форме стандартной процедурой оптимизации, дополненной обобщенной силой \mathbf{F}^l . Конфигурация точек траектории соответствующая нулевому значению силы \mathbf{F}^l является дискретным представлением нижнего луча.

В ходе выполнения диссертационной работы был разработан алгоритм глобальной оптимизации [А4], основанный на взаимосвязи минимумов и седловых точек функционала фазового пути: между двумя локальными минимумами всегда существует как минимум одна седловая точка первого порядка. Поэтому искомые решения могут быть найдены в результате перехода от одного локального минимума к другому через седловую точку (см. рис. 3). Задав начальное приближение на найденном верхнем луче, множество нижних лучей может быть найдено генерацией различных малых смещений точек траектории или, другими словами, заданием малых возмущений траектории. Определив нижний луч, траектория подвергается малому возмущению вдоль известного направления – минимальной моды. Причем направление выбирается обратное от начального верхнего луча. После этого новый верхний луч определяется прямой минимизацией функционала радиолуча $S(\mathbf{r})$.

На основе представленных методов и алгоритмов разработан и реализован комплекс программ по расчету радиотрасс в изотропной ионосфере, который позволяет рассчитывать лучевые траектории радиотрассы с зафиксированными положениями передатчика и приемника (см. рис. 4).

В четвертой главе представлены результаты численного моделирования радиотрасс с использованием разработанного вариационного подхода. Была исследована применимость вариационного метода в среде при наличии разрыва в производной функции электронной концентрации на примере параболической модели ионосферы. Проблема устойчивости метода при наличии сингулярности была преодолена введением дополнительных точек траектории непосредственно на разрыве. Причем движение таких точек осуществляется исключительно вдоль разрывов. Лучевые траектории, полученные вариационным подходом в данной среде для различных рабочих частот, показали полное согласие с аналитическими решениями для данной модельной среды.

На примере двухслоевой модели ионосферы исследовалась проблема многолучевости с использованием алгоритма глобальной оптимизации. Было показано, что глобальная оптимизация позволяет успешно находить множество лучей, в том числе в трехмерной неоднородной среде, где отсутствует априорная информация о конфигурации лучевого семейства. Кроме того, на представленных примерах показано, что для успешного поиска всех лучей не требуется подбор начальных приближений. Лучевые траектории определяют

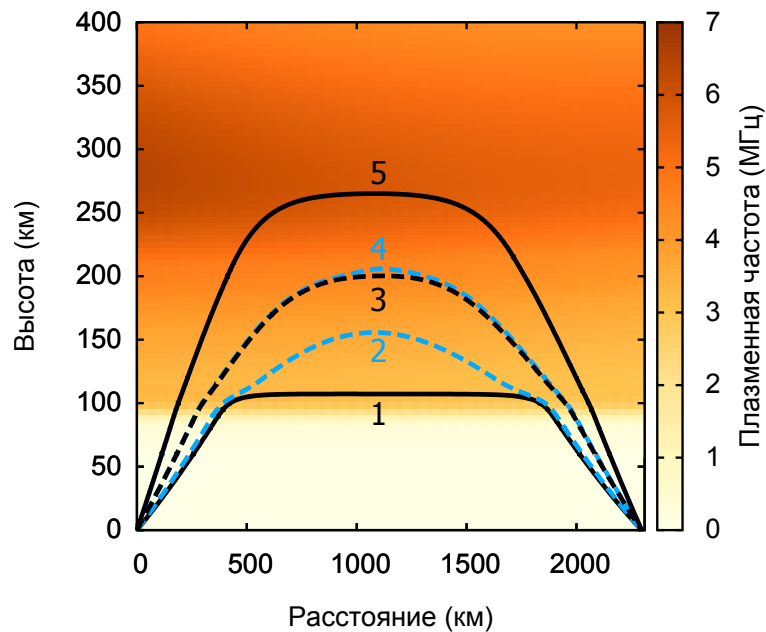


Рис. 5 — Результаты расчетов, полученные с использованием алгоритма глобальной оптимизации на трассе Хабаровск (47° с.ш., 134° в.д.) – Торы (51° с.ш., 103° в.д.) в день солнечного солнцестояния 22.06.2016. Электронная концентрация задается моделью IRI-2007. Рабочая частота равна 12 МГц. Лучи получены двумя различными подходами – вариационным методом и численным решением уравнения эйконала методом характеристик с дальнейшим применением алгоритмов трассировки и стрельбы. Верхние и нижние лучи представлены черными и синими линиями соответственно. Лучи, изображенные пунктирной линией представляют решения, не найденные методом стрельбы для трассировки с шагом по углу возвышения превышающим 1° . Для идентификации луча 4 требуется значение шага по углу менее 0.1° .

ся последовательным применением метода обобщенной силы, где каждое найденное решение является начальным приближением для поиска следующего луча. В результате, найдены решения ключевых проблем оптимизационных методов, ранее обозначенных в работах [7; 10].

В работе представлено численное сравнение результатов вариационного подхода и традиционного метода стрельбы на примере радиотрассы в среде, где электронная концентрация задавалась по модели IRI-2007 [12]. Результаты расчета лучевых траекторий для радиоволны с частотой 12 МГц с использованием двух методов показаны на рис. 5. Сравнение показало эффективность вариационного подхода в поиске множества решений граничной задачи. Так применение алгоритма глобальной оптимизации для радиотрасс

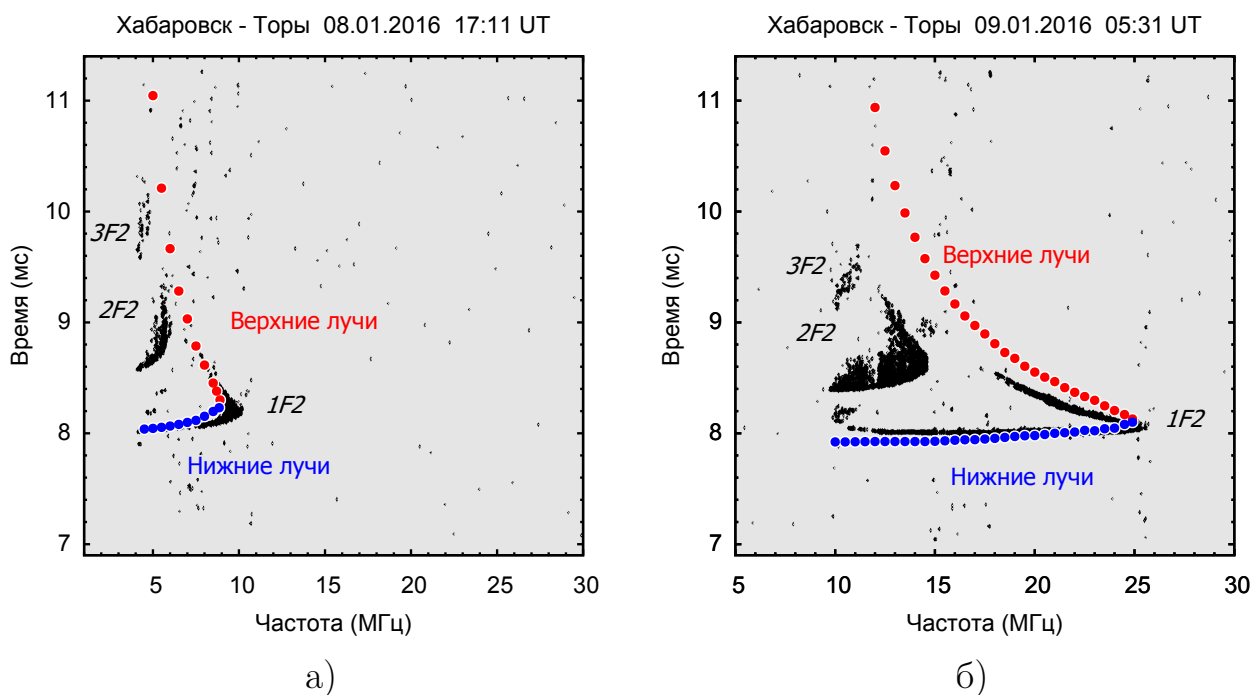


Рис. 6 — Дистанционно-частотные характеристики наклонного зондирования на трассе Хабаровск - Торы за 8 января 2016 года 17:11 UT (а) и 9 января 2016 года в 5:31 UT (б). Дистанция представлена в виде задержки радиосигнала. Данные наблюдений показаны черными точками; результаты, полученные с использованием вариационного метода и модели IRI-2007, показаны цветными кружками. Красные и синие кружки обозначают следы односкачковых верхних и нижних лучей соответственно. Метки « $1F2$ », « $2F2$ » и « $3F2$ » указывают на следы лучей с одним, двумя или тремя скачками соответственно отраженных от ионосферного слоя $F2$.

позволило определить три верхних луча (лучи 1, 3, 5, отраженные от слоев E , $F1$ и $F2$, как показано на рис. 5) и два нижних луча (лучи 2, 4, отраженные соответственно от слоев $F1$ и $F2$, как показано на рис. 5). При этом выбранная рабочая частота близка к минимальной рабочей частоте ионосферного слоя $F2$, в результате чего лучевые траектории 3 (верхний луч, отраженный от $F1$ слоя) и 4 (нижний луч, отраженный от $F2$ слоя) практически сливаются (см. рис. 5). Близость данных решений не вызывает трудностей в их определении вариационным подходом.

В то же время расчет лучей методом стрельбы с близкими параметрами углов излучения вызывает трудности. Так, для определения всех пяти решений требуется задать достаточно мелкий угловой шаг трассировки $\delta\alpha \leq 0.1^\circ$. В случае задания углового шага трассировки $0.5^\circ \leq \delta\alpha \leq 1^\circ$, были

определены только лучи 1, 2, 3 и 5, а луч 4 оставался ненайденным. В случае трассировки лучей с угловым шагом $\delta\alpha \gtrsim 1^\circ$, методом стрельбы удалось определить только два луча (1 и 5), при этом оставшиеся три решения не были найдены. Отметим, что увеличение числа лучей предварительной трассировки, необходимой для идентификации решений алгоритмом стрельбы, неизбежно приводит к росту вычислительных затрат. Кроме того, заранее неизвестен оптимальный угол трассировки позволяющий найти все лучи алгоритмом стрельбы. Для вариационного подхода, напротив, близость лучей не вызывает увеличения вычислительных затрат, и все лучи могут быть найдены без необходимости дополнительной настройки параметров метода.

На основе вариационного подхода для расчета радиолучей и модели ионосферы IRI-2007 реализован программный блок расчета дистанционно-частотных характеристик (ДЧХ) наклонного зондирования. Результаты численного моделирования сравнивались с экспериментальными ионограммами для среднеширотной трассы Хабаровск – Торы. Экспериментальные ионограммы получены с помощью сети многофункциональных ионозондов Института Солнечно-земной физики СО РАН (ИСЗФ СО РАН). В ходе численного эксперимента для каждой лучевой траектории, найденной вариационным методом, рассчитывался групповой путь в зависимости от выбранной частоты [13]. Полученные модельные ДЧХ количественно согласуются с данными наблюдений (см. рис. 6). В представленных примерах лучшее согласие наблюдается для следов нижних лучей, траектории которых будут испытывать незначительные изменения под влиянием внешнего магнитного поля [14]. Верхние лучи напротив, испытывают значительное изменение траекторий при учете анизотропии, что объясняет различие в результатах модельных расчетов и данных наблюдений (см. рис. 6). Количественное различие во временах группового запаздывания и значениях максимально применимых частот также объясняется выбором модели IRI-2007, которая представляет собой климатическую модель ионосферы и не описывает погодных вариаций основных параметров ионосферной плазмы, особенно в сильно изменчивой субавроральной области [15]. Успешное моделирование ДЧХ наклонного зондирования с использованием вариационного подхода к расчету радиолучей показывает широкие возможности его дальнейшего применения.

В заклЮчении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

1. В ходе выполнения диссертационной работы создан новый метод расчета лучевых траекторий распространения коротких радиоволн в ионосфере с заданными положениями передатчика и приемника. Метод представляет собой вариационный подход к расчету лучей, основанный на прямой оптимизации функционала фазового пути, без необходимости решения вариационного уравнения.
2. Численные исследования функционала фазового пути и собственных значений матрицы Гессе показали, что верхние и нижние ионосферные радиолучи соответствуют различным типам стационарных точек в пространстве целевой функции. Верхние лучи соответствуют минимумам фазового пути и могут быть найдены прямой минимизацией функционала. Нижние лучи соответствуют седловым точкам первого порядка и для их определения необходима корректировка процедуры минимизации, основанная на информации о собственных значениях гессиана.
3. Информация о типах экстремумов верхних и нижних лучей позволила создать вариационный метод, в котором минимумы и седловые точки могут быть найдены в результате одной и той же процедуры оптимизации под управлением обобщенной силы, формулировка которой зависит от типа искомого решения. Универсальный подход получил название метод обобщенной силы и был успешно верифицирован для расчета лучей в изотропных аналитических и эмпирических моделях ионосферы.
4. Универсальность метода обобщенной силы в поиске различных лучей, а также переходное свойство седловых точек, позволили создать алгоритм глобальной оптимизации множества лучей с заданными граничными условиями. В рамках данного алгоритма каждый найденный луч является начальным приближением для поиска последующего луча. Предложенный вариант глобальной оптимизации обладает рядом преимуществ: систематический поиск лучей не требует подбора начальных приближений и разрешает лучи с близкими

значениями углов излучения; алгоритм находит множество верхних и нижних лучей.

5. Метод обобщенной силы и алгоритм глобальной оптимизации был успешно применен для численных расчетов лучевых траекторий в трехмерной неоднородной изотропной среде. На примере распространения в двухслоевой ионосфере с заданной неоднородностью вариационный подход систематическим образом определил множество решений без априорной информации о лучевом семействе.
6. Проведено сравнение вариационного подхода и метода стрельбы в среде, электронная концентрация которой задавалась по модели IRI-2007. Показано преимущество использования вариационного подхода в определении лучей с близкими значениями углов излучения по сравнению с методом стрельбы. Применение метода обобщенной силы и алгоритма глобальной оптимизации позволило создать комплекс программ, который к настоящему моменту представляет собой инструмент для моделирования ДЧХ наклонного зондирования. Верификация численных результатов проводилась с использованием экспериментальных ионограмм наклонного зондирования, полученных по данным сети станций ИСЗФ СО РАН.

Таким образом, в ходе выполнения диссертационной работы был создан и развит новый вариационный подход к расчету лучевых траекторий с заданными граничными условиями. Метод обобщенной силы и алгоритм глобальной оптимизации позволили реализовать новый инструмент численного моделирования лучевых траекторий коротких радиоволн в ионосфере, успешно апробированный в различных модельных средах.

Публикации автора по теме диссертации

В журналах, включенных в Перечень ВАК:

- A1. *Носиков И. А., Бессараб П. Ф., Клименко М. В.* Применение метода поперечных смещений для расчёта коротковолновых радиотрасс. Постановка задачи и предварительные результаты // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 2016. – Т. 59, № 1. – С. 1–14.

- A2. Application of the nudged elastic band method to the point-to-point radio wave ray tracing in IRI modeled ionosphere / I. A. Nosikov [и др.] // *Advances in Space Research*. – 2017. – Т. 60, № 2. – С. 491–497.
- A3. *Носиков И. А., Клименко М. В.* Исследование функционала верхних и нижних лучей в задаче расчета радиотрасс в модельной ионосфере // *Химическая физика*. – 2017. – Т. 36, № 12. – С. 61–66.
- A4. Generalized Force Approach to Point-to-Point Ionospheric Ray Tracing and Systematic Identification of High and Low Rays / I. Nosikov [и др.] // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 2020. – Т. 68, № 1. – С. 455–467. – DOI: 10.1109/TAP.2019.2938817.

В других изданиях:

- A5. Использование метода поперечных смещений для расчета радиотрасс в модельной ионосфере / И. А. Носиков [и др.] // *Physics of Auroral Phenomena*. – 2015. – Т. 38, № 1. – С. 142–145.
- A6. Application of the optimization method to the point-to-point radio wave ray-tracing problem / I. A. Nosikov [и др.] // *URSI Radio Science Bulletin*. – 2017. – Т. 2017, № 361. – С. 14–19.

Труды конференций:

- A7. *Носиков И. А., Бессараб П. Ф., Клименко М. В.* Применение прямого вариационного метода для расчета радиотрасс волн КВ-диапазона – постановка задачи и предварительные результаты // Сборник трудов Региональной XX конференции по распространению радиоволн. – СПбГУ. 2014. – С. 61–64.
- A8. Investigation of optical path functional for high and low ionospheric radio rays / I. A. Nosikov [и др.] // 2016 URSI Asia-Pacific Radio Science Conference (URSI AP-RASC). – IEEE. 2016. – С. 1317–1320.
- A9. *Nosikov I. A., Klimenko M. V., Bessarab P. F.* Identification of Low and High Ionospheric Rays by a Direct Variational Method // 2018 2nd URSI Atlantic Radio Science Meeting (AT-RASC). – IEEE. 2018. – С. 1–4.
- A10. Применение метода подталкивания упругой нити для расчета радиотрасс в неоднородных средах / И. А. Носиков [и др.] // *Международная*

Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. – 2015. – С. 153–154.

- A11. Применение прямого вариационного метода поиска верхних и нижних лучей в задаче расчета КВ-радиотрасс в ионосфере / И. А. Носиков [и др.] // Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. – 2017. – С. 129–131.
- A12. *Носиков И. А., Клименко М. В., Бессараб П. Ф.* Применение прямого вариационного метода для расчета характеристик волн различной природы в приближении геометрической оптики // Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. – 2019. – С. 269–270.
- A13. *Nosikov I. A., Klimenko M. V., Bessarab P. F.* Investigation of Singular Points in Optical Path Functional for High and Low Rays in Ionospheric Radio Path // Proceedings of V International conference "Atmosphere, Ionosphere, Safety". – 2016. – С. 241–243.
- A14. Features of Radio Ray Identification by a Direct Variational Method / I. A. Nosikov [и др.] // Proceedings of VI International conference "Atmosphere, Ionosphere, Safety". Т. 2. – 2018. – С. 49–53.
- A15. Особенности поиска верхних и нижних лучей при использовании метода оптимизации в задаче расчета радиотрасс волн КВ-диапазона в ионосфере / И. А. Носиков [и др.] // XXV Всероссийская научная конференция "Распространение радиоволн". Т. 2. – 2016. – С. 110–113.
- A16. *Носиков И. А., Бессараб П. Ф., Клименко М. В.* Глобальная оптимизация как способ исключения проблемы задания начальных условий при модельном расчете радиотрасс // XXVI Всероссийская научная конференция "Распространение радиоволн". Т. 2. – 2019. – С. 426–430.

Список литературы

1. *Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980. — С. 304.

2. *Haselgrove J.* The Hamiltonian ray path equations // Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics. — 1963. — Июль. — Т. 25. — С. 397—399. — DOI: 10.1016/0021-9169(63)90173-9.
3. *Казанцев А. Н., Лукин Д. С., Спиридонов Ю. Г.* Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере // Космические исследования. — 1967. — Т. 5, № 4. — С. 593—600.
4. *Jones R. M., Stephenson J. J.* A versatile three-dimensional ray tracing computer program for radio waves in the ionosphere // NASA STI/Recon Technical Report N. — 1975. — Окт. — Т. 76.
5. Теория катастроф и её приложения к описанию фокусировки, дифракции и распространения волновых полей / А. С. Крюковский [и др.] // Труды Московского физико-технического института. — 2009. — Т. 1, № 2. — С. 54—71.
6. *Калиткин Н. Н.* Численные методы. 2 изд. — БХВ-Петербург, 2011. — С. 587.
7. *Um J., Thurber C.* A fast algorithm for two-point seismic ray tracing // Bulletin of the Seismological Society of America. — 1987. — Т. 77, № 3. — С. 972—986.
8. *Jónsson H., Mills G., Jacobsen K. W.* Nudged elastic band method for finding minimum energy paths of transitions // Classical and Quantum Dynamics in Condensed Phase Simulations. — World Scientific, 2008. — С. 385—404. — DOI: 10.1142/97898128396640016. — eprint: <https://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/97898128396640016>. — URL: <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/97898128396640016>.
9. *Bessarab P. F., Uzdin V. M., Jónsson H.* Method for finding mechanism and activation energy of magnetic transitions, applied to skyrmion and antivortex annihilation // Computer Physics Communications. — 2015. — Т. 196. — С. 335—347. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2015.07.001>. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465515002696>.

10. *Coleman C. J.* Point-to-point ionospheric ray tracing by a direct variational method // *Radio Science*. — 2011. — Т. 46, № 5. — RS5016. — DOI: 10.1029/2011RS004748. — eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2011RS004748>. — URL: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2011RS004748>.
11. *Plasencia Gutiérrez M., Argáez C., Jónsson H.* Improved Minimum Mode Following Method for Finding First Order Saddle Points // *Journal of Chemical Theory and Computation*. — 2017. — Т. 13, № 1. — С. 125–134. — DOI: 10.1021/acs.jctc.5b01216. — eprint: <https://doi.org/10.1021/acs.jctc.5b01216>. — URL: <https://doi.org/10.1021/acs.jctc.5b01216> ; PMID: 27959552.
12. *Bilitza D., Reinisch B. W.* International Reference Ionosphere 2007: Improvements and new parameters // *Advances in Space Research*. — 2008. — Т. 42, № 4. — С. 599–609. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.07.048>. — URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0273117708000288>.
13. *Budden K. G.* The Propagation of Radio Waves: The Theory of Radio Waves of Low Power in the Ionosphere and Magnetosphere. — Cambridge University Press, 1988. — ISBN 9780521369527. — URL: <https://books.google.ru/books?id=j0UHJpuEUqIC>.
14. Влияние геомагнитной бури 26-30 сентября 2011 г. на ионосферу и распространение КВ-радиоволн. II. Распространение радиоволн / Д. С. Котова [и др.] // *Геомагнетизм и аэрономия*. — 2017. — Т. 57, № 3. — С. 312–325.
15. International Reference Ionosphere 2016: From ionospheric climate to real-time weather predictions / D. Bilitza [и др.] // *Space Weather*. — 2017. — Т. 15, № 2. — С. 418–429. — DOI: 10.1002/2016SW001593. — eprint: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/2016SW001593>. — URL: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/2016SW001593>.