

ПРИЭКВАТОРИАЛЬНЫЙ РЕЗОНАТОР ДЛЯ УНЧ-КОЛЕБАНИЙ С УЧЕТОМ ПРИМЕСИ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ В МАГНИТОСФЕРЕ

О.С. Мариловцева, Д.Ю. Климушкин, П.Н. Магер

NEAR-EQUATORIAL RESONATOR FOR ULF OSCILLATIONS WITH ACCOUNT FOR HEAVY-ION ADMIXTURES IN THE MAGNETOSPHERE

O.S. Marilovtseva, D.Yu. Klimushkin, P.N. Mager

Статья посвящена изучению продольной структуры колебаний Pc1 в мультикомпонентной (протоны и тяжелые ионы) космической плазме в случае квазипоперечного распространения волны ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$). Показано, что в районе экватора формируется резонатор, получены его собственные частоты.

The paper deals with study of the longitudinal structure of Pc1 oscillations in multicomponent (protons and heavy ions) space plasma in the case of quasi-transverse wave propagation ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$). A resonator is shown to be formed near the equator. Its eigen frequencies are obtained.

Введение

Данная работа посвящена пространственной структуре ультранизкочастотных (УНЧ) волн в двухкомпонентной космической плазме (протоны и тяжелые ионы). Предполагается, что частота волны одного порядка с гирочастотой тяжелых ионов. В земной магнитосфере этому соответствует диапазон геомагнитных пульсаций типа Pc1 (жемчужины).

В соответствии с принятой моделью жемчужины – это альфвеновские волновые пакеты, которые генерируются энергичными ионами и «бегут» вдоль силовой линии от одной магнитосопряженной точки ионосферы к другой [Гульельми, 1979; Demekhov, 2007]. Однако некоторые данные со спутников противоречат этому [Mursula, 2007], поэтому необходим поиск альтернативных объяснений формирования волн Pc1.

Другое объяснение формирования жемчужин было предложено в работах Дмитриенко и Мазура [Дмитриенко, Мазур, 1983; Dmitrienko, Mazur, 1985; 1992; Дмитриенко и др., 1986]. Они показали, что благодаря конечной инерции иона в области плазмопаузы может образовываться резонатор поперек магнитных оболочек. В этом случае структура жемчужин может наблюдаться в результате суперпозиции различных гармоник этого резонатора.

Еще одно объяснение было предложено в работах Гульельми и его соавторов [Гульельми, 1967; Guglielmi et al., 2000; Guglielmi et al., 2001; Guglielmi et al., 2007; Гульельми, 2007]. Здесь в основную картину включено присутствие тяжелых ионов в земной магнитосфере, поскольку ионов кислорода может быть так же много, как и протонов [Yang et al., 2007]. Авторы показали, что в случае квазипродольного распространения ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$) в экваториальной области может быть сформирован продольный резонатор, и предположили, что собственные частоты резонатора могут формировать волновой пакет, перемещающийся между точками отражения в этом резонаторе, а также отождествили период скачка пакета с периодом повторения жемчужин Pc1.

Однако некоторые наблюдения свидетельствуют о сильной поперечной локализации волн Pc1 [Engebretson et al., 2002; Mursula, 2007; Yahnin et al., 2007; Engebretson et al., 2008], что означает большую ве-

личину модуля поперечной компоненты волнового вектора $|k_{\perp}|$. Таким образом, необходимо рассмотрение структуры короткопериодичных УНЧ-волн в квазипоперечном приближении ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$). Решению этой задачи посвящена предлагаемая работа. Исследование основано на системе уравнений, полученных в работе [Glassmeier et al., 2003], и частично обобщает результаты статьи [Klimushkin et al., 2006] для случая двухмерной неоднородной магнитосферы с плазмой и неравномерным магнитным полем в радиальном и продольном направлениях.

Основные уравнения

Введем координатную систему $\{x^1, x^2, x^3\}$, ориентированную по силовым линиям. В этой системе координатные поверхности $x^1 = \text{const}$ совпадают с магнитными оболочками, координата x^2 соответствует силовой линии на магнитной поверхности, координата x^3 отмечает точку на силовой линии. Поскольку координатная система ортогональна, а недиагональные компоненты метрического тензора равны нулю, обозначим диагональные компоненты как g_i , а $\sqrt{g_i}$ представляют собой коэффициенты Ламэ. Детерминант метрического тензора $g = g_1 g_2 g_3$. Верхние и нижние индексы означают контравариантные и ковариантные компоненты вектора соответственно. Они связаны между собой выражением $a^j = a_j / g_j$ (суммирование по повторяющемуся индексу не подразумевается). «Физические» компоненты вектора (т. е. измеряемые в обычном евклидовом базисе) определяются как $\hat{a}_j = \frac{a_j}{\sqrt{g_j}} = \sqrt{g_j} a^j$. Например, элемент физическая длина силовой линии, выраженный через соответствующую координату, выглядит как $dl \equiv d\hat{x}^3 = \sqrt{g_3} dx^3$. В дипольном поле удобно использовать параметр Мак-Илвейна L в качестве радиальной координаты x^1 и азимутальный угол ϕ в качестве азимутальной координаты x^2 . Таким образом,

$$g_1 = \frac{\cos^6 \theta}{1 + 3 \sin^2 \theta},$$

$$g_2 = L^2 \cos^2 \theta$$

и

$$dl = L \cos \theta \sqrt{1 + 3 \sin^2 \theta} d\theta,$$

где θ – обычная сферическая координата (угол, измеренный вдоль силовой линии) [Leonovich, Mazur, 1993]. Другой выбор дипольных координат представлен в статье [Radoski, 1967].

Рассмотрим УНЧ-волну с частотой ω , распространяющуюся в холодной плазме. В этом случае элементы тензора диэлектрической проницаемости выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\parallel} &= 1 - \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega^2} - \sum_i \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega^2}, \\ \epsilon_{\perp} &= 1 - \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_{ce}^2} - \sum_i \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega - \Omega_{ci}^2}, \\ \eta &= -\frac{\Omega_{ce}}{\omega} \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega^2 - \Omega_{ce}^2} + \sum_i \frac{\Omega_{ci}}{\omega} \frac{\Omega_{pi}^2}{\omega^2 - \Omega_{ci}^2}, \end{aligned}$$

где Ω_p и Ω_c соответственно электронные (индекс e) и ионные (i) плазменная и циклотронная частоты. Если частота существенно ниже, чем гирочастота электронов Ω_{ce} , а также присутствуют два типа ионов – протоны (индекс p) и тяжелые ионы (индекс h), тензор диэлектрической проницаемости перепишется в виде

$$\epsilon_{\parallel} = -\infty,$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{\perp} &= \frac{\Omega_{pp}^2}{\Omega_{cp}^2 - \omega^2} + \frac{\Omega_{ph}^2}{\Omega_{ch}^2 - \omega^2}, \\ \eta &= \frac{\Omega_{pe}^2}{\omega \Omega_{ce}} - \frac{\Omega_{cp}}{\omega} \frac{\Omega_{pp}^2}{\Omega_{cp}^2 - \omega^2} - \frac{\Omega_{ch}}{\omega} \frac{\Omega_{ph}^2}{\Omega_{ch}^2 - \omega^2}. \end{aligned}$$

Из уравнений Максвелла мы выведем уравнение для электрического поля \vec{E} волны с частотой ω :

$$\frac{\omega^2}{c^2} \hat{\epsilon} \vec{E} = \nabla \times \nabla \times \vec{E}. \quad (1)$$

В общем случае уравнение (1) – это система дифференциальных уравнений в частных производных для двух компонент электрического поля $\vec{E} = (E_1, E_2, 0)$, где E_1 и E_2 – компоненты, перпендикулярные к равновесному магнитному полю B_0 . Продольная компонента электрического поля равна нулю, поскольку $\epsilon_{\parallel} = -\infty$. В соответствии с теоремой Гельмгольца произвольный вектор поля может быть разложен в виде суммы потенциальной и вихревой компонент [Morse, Feshbach, 1953]. Применяя эту теорему к вектору двухмерного поля \vec{E} , раскладываем

$$\vec{E} = -\nabla_{\perp} \Phi + \nabla_{\perp} \times \vec{e} \Psi, \quad (2)$$

где $\vec{e}_{\parallel} = \vec{B}_0 / B_0$, ∇_{\perp} – двумерный оператор в плоскости (x^1, x^2) . В однородной плазме волновые функции Φ и Ψ описывают моды альфеновской волны и быстрого магнитного звука (БМЗ) соответственно [Климушкин, 1994]. В данном случае первую моду (Φ) называют управляемой, а вторую (Ψ) – изотропной модой. Тогда уравнение (1) превращается в систему двух уравнений на функции Φ и Ψ :

$$\begin{aligned} & \left[\partial_1 \hat{L}_T \partial_1 + \partial_2 \hat{L}_P \partial_2 \right] \Phi - \\ & - i \frac{\omega^2}{c^2} \left[\partial_1 \sqrt{g_3} \eta \partial_2 - \partial_2 \sqrt{g_3} \eta \partial_1 \right] \Phi = \\ & i \frac{\omega^2}{c^2} \left[\partial_1 \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \partial_1 + \partial_2 \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \eta \partial_2 \right] \Psi + \\ & + \left[\partial_1 \hat{L}_T \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_2 - \partial_2 \hat{L}_P \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_1 \right] \Psi; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \Delta_{\perp} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \Delta_{\perp} \Psi + \\ & + \left[\partial_1 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \hat{L}_T \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_1 + \partial_2 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \hat{L}_P \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_2 \right] \Psi - \\ & - i \frac{\omega^2}{c^2} \left[\partial_1 \frac{\eta}{\sqrt{g_3}} \partial_2 - \partial_2 \frac{\eta}{\sqrt{g_3}} \partial_1 \right] = \\ & = -i \frac{\omega^2}{c^2} \left[\partial_1 \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \partial_1 + \partial_2 \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \eta \partial_2 \right] \Phi + \\ & + \left[\partial_2 \frac{g_1}{g} \hat{L}_T \partial_1 - \partial_1 \frac{g_2}{g} \hat{L}_P \partial_2 \right] \Phi. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\Delta_{\perp} \equiv \partial_1 \left(\frac{g_2}{\sqrt{g}} \right) \partial_1 + \partial_2 \left(\frac{g_1}{\sqrt{g}} \right) \partial_2$ – поперечный

лапласиан, а операторы

$$\hat{L}_T = \partial_3 \frac{g_2}{\sqrt{g}} \partial_3 + \frac{\sqrt{g}}{g_1} \epsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (5)$$

$$\hat{L}_P = \partial_3 \frac{g_1}{\sqrt{g}} \partial_3 + \frac{\sqrt{g}}{g_2} \epsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2} \quad (6)$$

называются тороидальным и полоидальным операторами соответственно. Подробный вывод системы (3), (4) см. в работе [Glassmeier et al., 2003]. В случае однородной плазмы эта система преобразуется в известное дисперсионное соотношение [Гульельми, 1979]:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right) \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2 \right) = \frac{\omega^4}{c^4} \eta^2, \quad (7)$$

где k_{\parallel} и k_{\perp} – продольная и поперечная компоненты волнового вектора относительно равновесного магнитного поля.

Продольная структура: области прозрачности и непрозрачности

В поперечном ВКБ-приближении волновое возмущение имеет вид $\exp[k_1(x^1)dx^1 + k_2x^2]$, где k_1 и k_2 – радиальная и азимутальная компоненты поперечного волнового вектора соответственно. Здесь предполагается аксиальная симметрия, благодаря которой в качестве координаты x^2 может быть использован азимутальный угол ϕ , а азимутальное волновое число играет роль азимутальной компоненты волнового вектора k_2 . Квадрат поперечного волнового вектора выражается как

$$k_{\perp}^2 = \frac{k_1^2}{g_1} + \frac{k_2^2}{g_2}.$$

Рассмотрим случай квазипоперечного распространения ($k_{\perp} \gg k_{\parallel}$).

Для начала рассмотрим тороидально поляризованную волну, когда $\hat{k}_1 \gg \hat{k}_2$. Тогда система (3), (4) может быть записана в виде

$$\hat{L}_T(\omega)\Phi = i \frac{\omega^2}{c^2} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \Psi,$$

$$-k_1^2 \frac{g_2^2}{g} \frac{g_3}{\sqrt{g}} \Psi = -i \frac{\omega^2}{c^2} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \eta \Phi.$$

Выражая Ψ из второго уравнения и подставляя в первое, получаем

$$\hat{L}_T(\omega)\Phi + \frac{\omega^4}{c^4} \sqrt{g} \frac{\eta^2}{k_1^2} \Phi = 0. \quad (8)$$

Таким образом, получено уравнение, описывающее продольную структуру волны в квазипоперечном пределе:

$$\hat{L}_T(\omega)\Phi = 0. \quad (9)$$

Применяя аналогичные рассуждения для полоидально-поляризованной волны ($\hat{k}_2 \gg \hat{k}_1$), получаем уравнение

$$\hat{L}_p(\omega)\Phi = 0. \quad (10)$$

Следует заметить, что волновые уравнения (9), (10) не содержат диагональных членов тензора диэлектрической проницаемости η . Это отличает данные уравнения от тех, что были использованы в работах [Guglielmi et al., 2000, 2001; Гульельми, 2007], так как там рассматривался случай $k_{\perp}/k_{\parallel} \rightarrow 0$. Тогда дисперсионное соотношение (7) принимает форму

$$\left[\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 \right]^2 = \frac{\omega^4}{c^4} \eta^2.$$

Его два решения $k_{\parallel\pm}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_{\perp} \pm \eta)$ соответствуют уравнению 4 из работы [Guglielmi et al., 2001]. В случае, рассматриваемом нами ($k_{\perp}/k_{\parallel} \gg 1$), дисперсионное соотношение (7) принимает вид

$$\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{\perp} - k_{\parallel}^2 = -\frac{\eta^2}{k_{\perp}^2} \frac{\omega^4}{c^4},$$

что соответствует уравнению (8) или его полоидальному аналогу, а в пределе $k_{\perp}/k_{\parallel} \rightarrow \infty$ переходит в уравнение (9) или (10).

Перейдем к граничным условиям на ионосфере. Для простоты рассматриваем идеально проводящую ионосферу, тогда граничные условия для потенциала запишутся в виде

$$\Phi|_{\pm l_i} = 0, \quad (11)$$

где $\pm l_i$ – точки пересечения силовой линии с ионосферой.

Поскольку операторы \hat{L}_T и \hat{L}_p различны, уравнения (9), (10) имеют различные собственные функции. Однако квадрат продольного волнового вектора ($k = k_{\parallel} = k_3 / \sqrt{g_3}$) в продольном ВКБ-приближении одинаков для обеих мод:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{A_p^2(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{cp}^2})} + \frac{\omega^2}{A_h^2(1 - \frac{\omega^2}{\Omega_{ch}^2})}. \quad (12)$$

Здесь $A_{p,h}$ – альфвеновские скорости, определенные для протонов и тяжелых ионов соответственно:

$$A_{p,h} = \frac{B_0}{\sqrt{4\pi n_{p,h} m_{p,h}}},$$

где $n_{p,h}$ и $m_{p,h}$ – концентрации и массы протонов и тяжелых ионов.

Заметим, что $\Omega_{cp} \gg \Omega_{ch}$. Гирочастоты Ω_{cp} и Ω_{ch} зависят от продольной координаты l_{\parallel} . Случай, когда $\omega < \Omega_{ch}$ на протяжении всей силовой линии соответствует обычной МГД-волне, в отличие от случая $\omega > \Omega_{cp}$. Следовательно, наибольший интерес вызывает случай, когда частота волны ниже гирочастоты протонов $\omega < \Omega_{cp}$. На силовой линии всегда имеется точка, где частота волны становится равной гирочастоте тяжелых ионов $\omega = \Omega_{ch}$ и продольный волновой вектор стремится к бесконечности, $|k^2| \rightarrow \infty$. Назовем ее точкой сингулярности l_s .

Напомним, что магнитное поле на экваторе минимально. Таким образом, удаляясь от экватора вдоль силовой линии, оказываемся в точке сингулярности, где $k^2 \rightarrow \infty$. На экваторе оба условия из уравнения (12) положительны до тех пор, пока $k^2 > 0$. Поэтому где-то между экватором и точкой сингулярности должна быть точка, где $k^2 = 0$, которую назовем точкой отражения l_0 . Ее положение определяется уравнением $\omega = \Omega_0(l)$, где Ω_0 – частота отражения

$$\Omega_0^2 = \Omega_{ch}^2 \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right), \quad (13)$$

где $\rho_{h,p} = n_{h,p} m_{h,p}$ – плотности тяжелых ионов и протонов [Klimushkin et al., 2006]. Здесь для простоты предполагается, что тяжелые ионы в магнитосфере обычно составляют малую примесь к протонам, а их массы приблизительно в десять раз больше.

Итак, вблизи экватора находится резонатор, ограниченный двумя точками отражения $\pm l_0$ (предполагается симметрия север–юг). Далее следуют две непрозрачные области с точками сингулярности в качестве внешних границ. Затем расположены две прозрачные области, каждая из которых ограничена ионосферой Северного и Южного полушарий (рис. 1).

Экваториальный резонатор

Экваториальный резонатор служит резервуаром энергии. Его собственная частота определяет частоту возбуждаемой в нем волны.

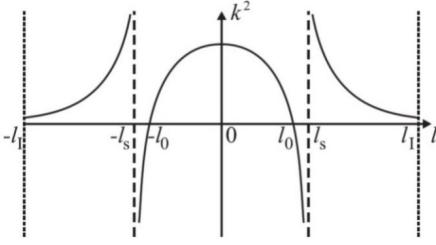


Рис. 1. Квадрат продольного волнового вектора k^2 как функция продольной координаты l .

Вблизи экватора разложение в ряд $k^2(l)$ выглядит как

$$k^2(\omega, l) = k_{\text{eq}}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(k^2)}{\partial l^2} \Big|_{\text{eq}} l^2, \quad (14)$$

где индекс eq означает экваториальное значение. Точка отражения определяется из $l_0(\omega_n) = \sqrt{-2k_{\text{eq}}^2 / (k_{\text{eq}}^2)''}$.

Собственная частота ω_n , где n – продольное волновое число, получается из правила квантования Бора–Зоммерфельда:

$$\int_{-l_0(\omega_n)}^{l_0(\omega_n)} k(\omega_n) dl = \pi \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (15)$$

После интегрирования получаем

$$\omega_n^2 = \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right) \Omega_{\text{ch}}^2 + (2n+1) \frac{\rho_h}{\rho_p} \sqrt{\Omega_{\text{ch}} \Omega_{\text{ch}}'' A_h}. \quad (16)$$

Здесь предполагается, что $\Omega_{\text{ch}} \ll \omega \ll \Omega_{\text{cp}}$. Для всех переменных, зависящих от продольной координаты ($\Omega_{\text{ch}}, A_{\text{h,p}}, \rho_{\text{h,p}}$), взяты экваториальные значения. Штрих означает дифференцирование по продольной координате ($(\dots)' = \partial(\dots) / \partial l$). Следует заметить, что спектр (16) качественно совпадает со спектром, полученным для квазипродольного приближения (например уравнение (63) из работы [Гульельми, 2007]).

Спектр частот очень плотный: $|\omega_{n+1} - \omega_n| \ll \omega_n$.

Поскольку в реальности все существующие гармоники резонатора возбуждены, в результате формируются биения. Полуширина резонатора определяется выражением

$$l_0 \approx r_{\text{eq}} \sqrt{\frac{(ln+1)}{\left(1 + \rho_h / \rho_p\right)} \frac{A_h}{\Omega_{\text{ch}} r_{\text{eq}}}},$$

а точка сингулярности выражением

$$l_s \approx r_{\text{eq}} \sqrt{2} \left[\left(1 + \rho_h / \rho_p \right)^{1/2} - 1 \right]^{1/2},$$

где r_{eq} – экваториальный радиус кривизны силовой линии. Сделаем несколько количественных оценок. Учитывая, что в качестве тяжелых ионов на Земле выступает кислород O^+ , и принимая $A_h = A_p = 10^3 \text{ км}^2/\text{с}$, а $L = 6.6$, для основной гармоники ($n=0$) получаем результаты: $\omega_0 \approx 0.875 \text{ рад/с}$, $l_0 \approx 0.23 r_{\text{eq}} = 0.5 R_E$ и $l_s = 0.9 r_{\text{eq}}$. При этом по порядку величины это совпадает с результатами работ [Guglielmi et al., 2000, 2001; Guglielmi, Kangas, 2007; Гульельми, 2007; Lundin, Guglielmi, 2006].

В заключение следует сказать, что для использования правила квантования Бора–Зоммерфельда (15) следует предположить, что резонатор хорошо отделен от областей прозрачности, которые находятся вблизи ионосферы. Фактически это предположение необходимо для использования ВКБ-приближения. В этом случае отдаленные от резонатора области прозрачности вносят экспоненциально малые поправки в значения для собственных частот. Противоположный случай (близкие области прозрачности) требует численных расчетов и отдельного рассмотрения.

Околоионосферные области прозрачности

Заменим продольную координату x^3 на ξ следующим образом:

$$d\xi = \frac{\sqrt{g}}{g_2} dx^3.$$

В результате уравнение (9) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + V(\xi) \Phi = 0, \quad (17)$$

где функция

$$V(\xi) = \frac{g_2}{g_1} \epsilon_{\perp} \frac{\omega^2}{c^2}$$

ведет себя приблизительно как $k^2(l)$ на рис. 1. Решим это уравнение, используя ВКБ-приближение для области, заключенной между ионосферой и точкой сингулярности; переобозначим частоту волны, которая определяется резонатором, как $\omega = \omega_n$, а граничное условие по-прежнему задается уравнением (11). Заменим также начало продольной координаты, пусть $-\xi_l = 0$. Тогда ВКБ-решение записывается в виде

$$\Phi_{\text{WKB}} = \frac{a_0}{V^{1/4}} \sin S(\xi), \quad (18)$$

где фаза

$$S(\xi) = \int_0^{\xi} \sqrt{V(\xi')} d\xi',$$

а a_0 – амплитуда волны.

Это ВКБ-решение недействительно вблизи точки сингулярности ξ_s , где функция V ведет себя как

$$V = \frac{a}{\xi_s - \xi},$$

где a – положительная константа. В этой области основное решение уравнения (17) записывается в виде

$$\Phi_{\text{Bes}} = \sqrt{\xi_s - \xi} \times \left[a_1 J_1 \left(2\sqrt{\alpha(\xi_s - \xi)} \right) + a_2 Y_1 \left(2\sqrt{\alpha(\xi_s - \xi)} \right) \right], \quad (19)$$

где J_1 и Y_1 – функции Бесселя. Сравнение этого решения с (18) дает константы a_1 и a_2 :

$$a_1 = a_0 \sqrt{\pi} e^{i\pi/4} \cos S_0, \\ a_2 = a_0 \sqrt{\pi} e^{-i\pi/4} \sin S_0,$$

где $S_0 \equiv S(\xi_s)$ – полное дополнение фазы волны между ионосферой и точкой сингулярности. Поле волны, определяемое уравнениями (18), (19), изображено на рис. 2.

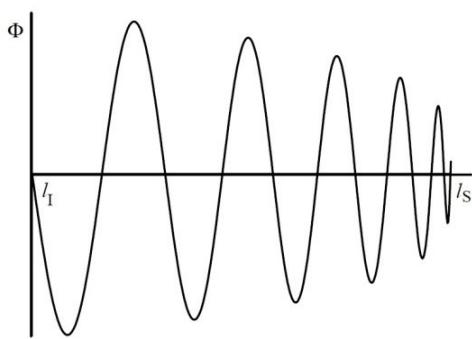


Рис. 2. Продольная структура волны в околоионосферной области проводимости.

Главный член асимптотического разложения вблизи точки сингулярности имеет вид

$\Phi_{\text{Bes}} =$

$$= a_0 \sqrt{\pi} e^{-i\pi/4} \sin S_0 \left[\frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} (\xi_s - \xi) \ln \alpha (\xi_s - \xi) - \frac{1}{\sqrt{\alpha} \ell} \right].$$

Видно, что амплитуда волны вблизи точки сингулярности конечна.

Дисперсионное соотношение вдали от точки сингулярности имеет альфеновскую форму $k_n \approx \omega/A$, где $A = B / \sqrt{4\pi(\rho_p + \rho_h)}$. Таким образом, для первой гармоники ионосферного резонатора продольная компонента волнового вектора имеет вид

$$k_{\parallel} \approx \left(1 + \frac{\rho_h}{\rho_p} \right)^{1/2} \frac{\Omega_{\text{ch}}}{A}.$$

Для параметров плазмы, показанных в предыдущем разделе, получается длина волны $\lambda = 0.8R_E$.

Заключение

Подведем итоги. Статья посвящена УНЧ-колебаниям в космической плазме с примесью тяжелых ионов. Частота колебаний порядка гирочастоты тяжелых ионов (диапазон Pc1). Наибольший интерес в диапазоне ($\Omega_{\text{ch}} < \omega < \Omega_{\text{cp}}$) представляют две непрозрачные области, формируемые по разные стороны от экватора. Эти области препятствуют распространению мод вдоль силовой линии в виде бегущей волны. В экваториальной области формируется резонатор. По каждую сторону от резонатора есть область непрозрачности, ограниченная точкой сингулярности, далее следует область прозрачности между этой точкой и ионосферой, в этой области образуется стоячая волна. В точке сингулярности величина продольного волнового вектора k_{\parallel} большая, но амплитуда волны конечна.

Таким образом, мы приходим к следующей физической картине. Нестабильности в космической плазме возбуждают собственные моды экваториального резонатора, который служит резервуаром энергии. Часть волновой энергии утекает из резонатора. После туннелирования сквозь область непрозрачности и отражения волн от ионосферы формируется стоячая волна между ионосферой и точкой сингу-

лярности. Частота волны определяется собственными частотами резонатора. Поскольку эти собственные частоты незначительно отличаются друг от друга, возбуждения многих гармоник могут в результате формировать биения, очень похожие на характерную структуру жемчужин. С другой стороны, более высокие собственные частоты в резонаторе могут образовать волновой пакет, способный перемещаться между точками отражения в резонаторе, как было показано в работах [Guglielmi et al., 2000, 2001; Guglielmi, Kangas, 2007; Гульельми, 2007; Lundin, Guglielmi, 2006]. Детальное изучение формирования повторяющейся структуры – предмет другого исследования, которое должно включать решение волнового уравнения с временной зависимостью.

Данная работа подтверждает результаты статей [Guglielmi et al., 2000, 2001; Гульельми, 2007], рассматривающих продольный резонатор для УНЧ-волн в мультикомпонентной плазме в экваториальной области. Следует заметить, что в названных статьях представлены случаи, отличные от нашего. Как уже было отмечено, волновые уравнения, рассматриваемые в работах, соответствуют дисперсионному соотношению (7) с отброшенным k_{\perp} , т. е. было изучено продольное распространение. В данной статье рассматривается явление, аналогичное резонансу силовых линий, когда $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$. Добавим, что количественные характеристики экваториального резонатора (собственные частоты, ширина) в настоящей работе совпадают с теми, что указаны в вышеупомянутых статьях. Это подтверждает, что экваториальный резонатор не является абстрактным, возникающим из-за применения квазипродольного приближения, это реальная особенность УНЧ-волн в многоионной космической плазме.

Приведем пример квазипродольного приближения. В работе [Klimushkin, Mager, 2006] было обнаружено, что аксиально-симметричные колебания (азимутальное волновое число $m=0$) распространяются поперек магнитных оболочек, испытывая отражения от некоторых магнитных поверхностей. На такой поверхности обе поперечные компоненты волнового вектора равны нулю, что означает квазипродольное распространение. Таким образом, взаимно противоположные случаи $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ и $k_{\parallel} \gg k_{\perp}$ могут легко соответствовать волновой структуре в разных местоположениях на радиальной координате.

Результаты, полученные в данном исследовании, также могут быть применены к исследованиям УНЧ-волн в магнитосфере планеты Меркурий, где роль тяжелых ионов играет натрий [Othmer et al., 1999; Glassmeier et al., 2003, 2004].

Работа выполнена при поддержке программы Президиума Российской академии наук № 4, Отделения физических наук РАН № 15 и программы № 9 Отдела наук о Земле РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Гульельми А.В. О природе гидромагнитных свистов // Докл. АН СССР. 1967. Т. 174, № 5. С. 1076–1078.

- Гульельми А.В. МГД-волны в околоземной плазме. М.: Наука, 1979, 140 с.
- Гульельми А.В. Ультразвукочастотные электромагнитные волны в коре и в магнитосфере Земли // УФН. 2007. Т. 177. С. 1257–1276.
- Дмитриенко И.С., Мазур В.А. Распространение пакета альфвеновских волн в плазмопаузе // Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 23, № 2. С. 279–284.
- Дмитриенко И.С., Леонович А.С., Мазур В.А. и др. МГД-волноводы в околоземной плазме // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. Иркутск. 1986. № 76. С. 145–164.
- Климушкин Д.Ю. Метод описания альфвеновской и магнитозвуковой ветвей колебаний неоднородной плазмы // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 3. С. 309–315.
- Demekhov A.G. Recent progress in understanding Pc1 pearl formation // J. Atmosph. & Solar.-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1599–1774.
- Dmitrienko I.S., Mazur V.A. On waveguide propagation of Alfvén waves at the plasmapause // Planetary Space Science. 1985. V. 33. P. 471–477.
- Dmitrienko I.S., Mazur V.A. The spatial structure of quasi-circular Alfvén modes of waveguide at the plasmapause – Interpretation of Pc1 pulsations // Planetary Space Science. 1992. V. 40. P. 139–148.
- Engebretson M.J., Peterson W.K., Posch J.L., et al. Observations of two types of Pc 1–2 pulsations in the outer day-side magnetosphere // J. Geophys. Res. 2002. V. 107, N A12. P. 1451. doi:10.1029/2001JA000198.
- Engebretson M.J., Posch J.L., Westerman A.M., et al. Temporal and spatial characteristics of Pc1 waves observed by ST5 // J. Geophys. Res. 2008. V. 113, N A07. P. 206. doi:10.1029/2008JA013145.
- Glassmeier K.-H., Mager P.N., Klimushkin D.Yu. Concerning ULF pulsations in Mercury's magnetosphere // Geophys. Res. Lett. 2003. V. 30, N 18. P. 1928. doi:10.1029/2003GL017175.
- Glassmeier K.-H., Klimushkin D.Yu., Othmer C., Mager P.N. ULF waves at Mercury: Earth, the giants, and their little brother compared // Advances in Space Research. 2004. V. 33. P. 1875–1883.
- Guglielmi A., Potapov A.S., Russell C.T. The Ion Cyclotron Resonator in the Magnetosphere // JETP Letters. 2000. V. 72, N 6. P. 298–300.
- Guglielmi A., Kangas J., Potapov A. Quasiperiodic modulation of the Pc1 geomagnetic pulsations: An unsettled problem // J. Geophys. Res. 2001. V. 106, N A11. P. 25,847–25,855.
- Guglielmi A., Kangas J. Pc1 waves in the system of solar-terrestrial relations: New reflections // J. Atmos. & Solar.-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1635–1643.
- Klimushkin D.Yu., Mager P.N., Glassmeier K.-H. Axisymmetric Alfvén resonances in a multi-component plasma at finite ion gyrofrequency // Annales Geophys. 2006. V. 24. P. 1077–1084.
- Leonovich A.S., Mazur V.A. A theory of transverse small-scale standing Alfvén waves in an axially symmetric magnetosphere // Planetary Space Science. 1993. V. 41. P. 697–717.
- Lundin R., Guglielmi A. Ponderomotive forces in Cosmos // Space Science Reviews. 2006. V. 127. P. 1–116.
- Morse P.M., Feshbach H. Methods of Theoretical Physics, Part I // McGraw-Hill. New York, 1953. V. 1. 1061 p.; V. 2. 997 p.
- Mursula K. Satellite observations of Pc 1 pearl waves: The changing paradigm // J. Atmosph. & Solar.-Terr. Phys. 2007. V. 69. P. 1623–1634.
- Othmer C., Glassmeier K.-H., Cramm R. Concerning field line resonances in Mercury's magnetosphere // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. P. 10,369–10,378.
- Radoski H.R. Highly asymmetric MHD resonances. The guidedpoloidal mode // J. Geophys. Res. 1967. V. 72. P. 4026–4033.
- Yang B., Zong Q.-G., Wang Y.F., et al. Cluster observations of simultaneous resonant interactions of ULF waves with energetic electrons and thermal ion species in the inner magnetosphere // J. Geophys. Res. 2010. V. 115, N A02. P. 214. doi:10.1029/2009JA014542.
- Yahnin A.G., Yahnina T.A., Frey H.U. Subauroral proton spots visualize the Pc1 source // J. Geophys. Res. 2007. V. 112, N A10. P. 223. doi:10.1029/2007JA012501.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск