УДК 621.371.3, 537.87 DOI: 10.12737/szf-94202311 Поступила в редакцию 30.03.2023 Принята к публикации 15.09.2023

МОДЕЛИРОВАНИЕ КВ-РАДИОКАНАЛА НА ОСНОВЕ ВОЛНОВОДНОГО ПОДХОДА

HF RADIO CHANNEL MODELING BY A WAVEGUIDE APPROACH

В.И. Куркин 🔟

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия, kurkin@iszf.irk.ru

Н.В. Ильин 💿

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия, ilyin@iszf.irk.ru

М.С. Пензин 向

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия, penzin.maksim@gmail.com

С.Н. Пономарчук 💿

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия, spon@iszf.irk.ru

В.В. Хахинов 💿

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия, khakhin@iszf.irk.ru

Аннотация. Изложен модифицированный метод моделирования КВ-радиоканала на основе волноводного подхода, в рамках которого электромагнитное поле излучения внутри волновода Земля-ионосфера представляется в виде ряда по собственным функциям радиальной краевой задачи с импедансными условиями на земной поверхности и условиями излучения на бесконечности. Приведено представление передаточной функции радиоканала в виде ряда произведений функций Грина углового оператора, коэффициентов возбуждения, коэффициентов приема отдельных нормальных волн. Получено решение краевой задачи определения собственных функций и собственных значений радиального оператора, применимое для частотного диапазона ниже критической частоты F-слоя ионосферы. Рассмотрены алгоритмы расчета дистанционно-частотных, частотноугловых и амплитудных характеристик сигналов на основе анализа и численного суммирования ряда с учетом сильно затухающих нормальных волн.

Ключевые слова: распространение радиоволн, радиоканал, волноводный подход, моделирование, зондирование ионосферы.

введение

Декаметровый диапазон широко используется при создании различных радиотехнических систем благодаря возможности обеспечения условий связи и радиолокации на больших расстояниях, а также проведения диагностики среды в больших пространственных областях. Для функционирования таких систем важной задачей является разработка эффективных расчетных схем моделирования характеристик распространения радиоволн на длинных и сверхдлинных радиотрассах. Методы расчета характеристик КВ-распространения наиболее интен-

V.I. Kurkin

Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS, Irkutsk, Russia, kurkin@iszf.irk.ru

N.V. Ilyin

Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS, Irkutsk, Russia, ilyin@iszf.irk.ru

M.S. Penzin

Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS, Irkutsk, Russia, penzin.maksim@gmail.com

S.N. Ponomarchuk

Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS, Irkutsk, Russia, spon@iszf.irk.ru

V.V. Khakhinov

Institute of Solar-Terrestrial Physics SB RAS, Irkutsk, Russia, khakhin@iszf.irk.ru

Abstract. We present a modified method of HF radio channel modeling based on a waveguide approach. The waveguide approach represents the electromagnetic field of radiation inside the Earth-ionosphere waveguide as an eigenfunction series of a radial boundary problem with impedance conditions on the Earth surface and radiation conditions at infinity. The transfer function of the radio channel is represented as a series of products of angular-operator Green functions, excitation coefficients, and coefficients for receiving individual normal modes. We have obtained a solution of the boundary value problem of determining the eigenfunctions and eigenvalues of the radial operator. The solution can be applied to the frequency range below the ionospheric F-layer critical frequency. We examine algorithms for calculating distance-frequency, frequencyangular, and amplitude characteristics of signals by analyzing and numerically summarizing the series in terms of strongly damped normal modes.

Keywords: radio wave propagation, radio channel, waveguide approach, simulation, ionosphere sounding.

сивно развивались в 70–80-х гг. В основном, использовались подходы, основанные на методе геометрической оптики [Казанцев и др., 1967; Лукин, Спиридонов, 1969; Кравцов, Орлов, 1980], позволяющие проводить расчет траекторных характеристик распространения и делать оценку амплитуды сигнала. Были также проведены исследования, направленные на более детальное изучение процесса распространения радиоволн, разработку эффективных методов расчета различных характеристик КВ-сигналов для моделей, близких к реальным условиям распространения. Метод адиабатического инварианта [Гуревич, Цедилина, 1979] и его обобщения на основе асимптотических решений лучевых уравнений [Baranov et al., 1992] повысили оперативность анализа дальних радиотрасс. Численные методы, основанные на применении канонического оператора Маслова [Ипатов и др., 1990] и теории катастроф [Крюковский и др., 2006], позволили проводить анализ поля в неоднородной магнитоактивной среде с учетом особенностей в области каустик [Ипатов и др., 2014]. Эффекты влияния случайных неоднородностей различных масштабов исследовались на основе метода интерференционного интеграла [Авдеев и др., 1988] и обобщения метода Рытова [Zernov et al., 1992]. Для изучения этих задач использовался также метод параболического уравнения [Черкашин, 1971; Baranov, Popov, 1993].

Другим подходом к описанию дальнего распространения КВ-радиоволн является волноводный подход — метод нормальных волн, предложенный П.Е. Краснушкиным в 1947 г. [Краснушкин, 1947], и развитый в 80-х гг. XX в. коллективом исследователей под руководством И.И. Орлова [Куркин и др., 1981]. Метод является одним из основных в диапазоне сверхдлинных волн [Краснушкин, Яблочкин, 1963; Макаров и др., 1993] и в подводной акустике [Алувэлья, Келлер, 1980; Kamel, Felsen, 1982]. В волноводном подходе электромагнитное поле КВ-излучения внутри волновода Земля-ионосфера представляется в виде ряда по собственным функциям радиальной краевой задачи [Куркин и др., 1981]. Для численной реализации метода ряд ограничивается группой нормальных волн, эффективно возбуждаемых излучателем и слабо просачивающихся сквозь ионосферу. В рамках решения единой электродинамической задачи излучения, распространения и приема радиоволн на основе волноводного подхода получены выражения для коэффициентов возбуждения и приема нормальных волн [Куркин, Хахинов, 1984; Хахинов, 2018] для антенн стандартных типов, используемых в КВ-радиосвязи [Айзенберг и др., 1985]. На основе математической схемы анализа и численного суммирования ряда нормальных волн реализованы алгоритмы моделирования основных характеристик КВ-сигнала без усложнения расчетов в области фокусировки сигнала на границе освещенной зоны [Куркин и др., 1982].

Современная КВ-радиосвязь, включая когнитивное радио, предполагает подстройку параметров радиосредств к меняющимся свойствам радиоканала, используя данные активного и пассивного зондирования ионосферы [Anderson, 2019; Ayliffe et al., 2019]. Методы адаптации параметров радиосистем в основном базируются на анализе передаточной функции радиоканала с привлечением моделей излучения, приема и распространения радиоволн в ионосфере. Обработка радиосигналов в приемном устройстве, согласованная с излучаемым сигналом, позволяет устранить искажения принимаемых сигналов, вносимые передаточной функцией реального радиоканала [Ivanov et al., 2019a, b]. Исходя из отношения сигнал/шум с учетом многолучевости регистрируемого сигнала, проводится выбор рабочих радиочастот. В качестве примера построения передаточной функции на основе метода геометрической оптики можно привести динамическую адаптивную структурно-физическую модель ионосферного радиоканала, созданную в Ростовском государственном университете [Барабашов, Вертоградов, 1996].

В общем случае КВ-радиоканал включает комплекс устройств, используемых для передачи информации от источника к получателю, и среду распространения радиоволн. Структурная блок-схема КВ-радиоканала показана на рис. 1. Рассматривается радиоканал с известными техническими и функциональными характеристиками составляющих его частей: приемо-передающих антенно-фидерных систем, волновода Земля—ионосфера. Предполагается, что передающее и приемное устройства согласованы с передающей и приемной антеннами и потерь энергии сигналов в фидерных трактах нет. Ионосфера считается стационарной в течение времени прохождения сигнала от передатчика к приемнику.

В работе представлена комплексная модель КВ-радиоканала, включающая передающее и приемное устройства, ионосферный радиоканал и программный комплекс расчета характеристик радиосигналов на основе метода нормальных волн. В первой части работы приведена схема построения решения уравнений Максвелла для компонент электромагнитного поля в неоднородном волноводе Земля-ионосфера в виде разложения по собственным функциям радиального оператора. Во второй части построены решения радиальной краевой задачи для собственных функций и собственных значений с учетом поглощения поля сигнала в ионосфере и на земной поверхности для декаметрового диапазона частот, включая область значений ниже критической частоты F-слоя ионосферы. Далее приведена схема построения передаточной функции ионосферного радиоканала в виде ряда произведений функций Грина углового оператора, коэффициентов возбуждения, коэффициентов приема отдельных нормальных волн, которые зависят от собственных функций и собственных значений радиальной краевой задачи с учетом сильнозатухающих волноводных мод. Представлена схема обработки квазимонохроматических сигналов и сигналов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Рассмотрены алгоритмы численного моделирования дистанционных и амплитудных характеристик КВ-сигналов на основе анализа и численного суммирования ряда нормальных волн. В заключительной части работы приведены результаты численного моделирования характеристик радиосигналов на основе разработанного программного комплекса. Разработанные методы и алгоритмы позволяют оперативно проводить расчеты в рамках двухточечной постановки задачи на КВ-радиотрассах и моделировать пространственные распределения излучения на земной поверхности или его высотные распределения в волноводе Земля-ионосфера на разных дальностях от излучателя.



Рис. 1. Структурная блок-схема КВ-радиоканала

МЕТОД НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

В рамках волноводного подхода решается единая электродинамическая задача излучения, распространения и приема радиоволн. Рассмотрим схему построения решения уравнений Максвелла на основе метода нормальных волн в изотропном азимутальносимметричном волноводе Земля—ионосфера. Полярная ось сферической системы координат проходит через излучающую систему. Для фурье-компонент электромагнитного поля с гармонической зависимостью от времени $exp(-i\omega t)$ уравнения Максвелла можно записать в виде:

$$\operatorname{rot} \vec{B} = -ik\hat{\varepsilon}\vec{E} + \frac{4\pi}{\omega}\vec{j}, \operatorname{rot} \vec{E} = ik\vec{B}.$$
 (1)

Комплексная диэлектрическая проницаемость ионосферы $\hat{\varepsilon}$ в приближении холодной плазмы имеет вид [Гинзбург, 1967]

$$\hat{\varepsilon}(r,\theta,\omega) = \varepsilon(r,\theta,\omega) + +i\varepsilon''(r,\theta,\omega) = 1 - \frac{4\pi e^2 N(r,\theta)}{m\omega \left[\omega + iv_{\text{eff}}(r,\theta)\right]}.$$
(2)

Внутри Земли $0 < r \le a$, где a — радиус Земли, $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_t = \varepsilon_t + i \frac{4\pi}{\omega} \sigma_t$; в области $a < r < r_H$, где r_H координата начала ионосферы, $\hat{\varepsilon}=1$; на бесконечности $\lim_{r\to\infty} \hat{\varepsilon} = 1$. Граничные условия на поверхности r=a для компонент поля \vec{E} , \vec{B} имеют вид

$$\vec{B}_{t} = \vec{B}, \ E_{t\phi} = E_{\phi}, \ E_{t\theta} = E_{\theta}, \ \hat{\varepsilon}_{t} E_{tr} = E_{r}.$$
 (3)

Индекс t в (3) относится к полю внутри Земли. На бесконечности поля должны удовлетворять условию излучения

$$\lim_{r \to \infty} \left(\frac{\partial \left(r\vec{E} \right)}{\partial r} - ik\vec{E} \right) = 0,$$

$$\lim_{r \to \infty} \left(\frac{\partial \left(r\vec{B} \right)}{\partial r} - ik\vec{B} \right) = 0.$$
(4)

В выражениях (1) и (4) $k=\omega/c$. Если плотность тока в (1) $\vec{j}(r, \theta, \omega)$, то вследствие симметрии задачи относительно поворотов вокруг полярной оси система уравнений (1) распадается на две группы уравнений: 1) E_r , E_{θ} , B_{ϕ} образуют ТМ-поле; 2) B_r , B_{θ} , E_{ϕ} — ТЕ-поле. При этом компоненты E_r , E_{θ} выражаются через B_{ϕ} , а компоненты B_r , B_{θ} — через E_{ϕ} . Условия сшивки для E_{ϕ} , B_{ϕ} на поверхности r=a имеют вид

$$E_{t\phi} = E_{\phi}, \ \frac{\partial}{\partial r} \left(rE_{t\phi} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(rE_{\phi} \right),$$

$$B_{t\phi} = B_{\phi}, \ \frac{1}{\hat{\varepsilon}_{t}} \frac{\partial}{\partial r} \left(rB_{t\phi} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(rB_{\phi} \right).$$
(5)

Общее уравнение для определения компонент E_{ϕ}, B_{ϕ} после перехода к новой переменной $x = -\cos \theta$ и новым функциям $\tilde{E} = rE_{\phi}\sqrt{1-x^2}$ и $\tilde{B} = rB_{\phi}\sqrt{1-x^2}/\sqrt{\hat{\epsilon}}$ можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial r^2} + \tilde{k}^2 (r, x) \Pi + \frac{1 - x^2}{r^2} \left(\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} - \xi(r, x) \Pi \right) =$$

$$= \sqrt{1 - x^2} \tilde{I}(r, x).$$
(6)

При $\Pi = \tilde{E}$:

$$\tilde{k}^2 = k^2 \hat{\epsilon}, \ \xi = 0, \ \tilde{I} = -ikr \frac{4\pi}{c} j_{\varphi}.$$

При $\Pi = \tilde{B}$

$$\tilde{k}^{2} = k^{2}\hat{\varepsilon} - \sqrt{\tilde{\varepsilon}}\frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}}}\right),$$
$$\xi = \sqrt{\tilde{\varepsilon}}\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}}}\right),$$
$$\tilde{I} = -ikr\frac{4\pi}{c}\operatorname{rot}_{\varphi}\vec{\frac{j}{\tilde{\varepsilon}}}.$$

Условия (5) примут вид

$$\tilde{E}_{t} = \tilde{E}, \quad \frac{\partial \tilde{E}_{t}}{\partial r} = \frac{\partial \tilde{E}}{\partial r}, \quad \sqrt{\hat{\varepsilon}_{t}} \tilde{B}_{t} = \tilde{B}, \\
\frac{1}{\hat{\varepsilon}_{t}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\sqrt{\hat{\varepsilon}_{t}} \tilde{B}_{t} \right) = \frac{\partial \tilde{B}}{\partial r}.$$
(7)

На бесконечности функция П удовлетворяет условию излучения

$$\lim_{r \to \infty} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial r} - ik \Pi \right) = 0.$$
(8)

Решения краевых задач (6)–(8) для \tilde{E} и \tilde{B} при каждом значении *x* будем представлять в виде разложения по собственным функциям радиальных краевых задач для ТМ- и ТЕ-полей, сформулированных в работе [Куркин и др., 1981] для случая сферически-симметричного волновода. Радиальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 R_n}{\partial r^2} + \left(\tilde{k}^2(r,x) - \frac{\vartheta_n^2(x)}{r^2}\right) R_n = 0.$$
(9)

Здесь ϑ_n^2 — комплексное собственное значение радиальной задачи. Граничные условия для собственных функций R_n на поверхности r=a и на бесконечности аналогичны (7) и (8), если вместо \tilde{E} и \tilde{B} подставить R_n . Если поставить условие, что функции R_n при $r \rightarrow 0$ удовлетворяют соотношению

$$\lim_{r \to 0} \left(R_n / \sqrt{r} \right) = 0, \tag{10}$$

то для дискретной части спектра краевой задачи радиальные функции удовлетворяют условию нормировки [Куркин и др., 1981]

$$\int_{0}^{\infty} \frac{R_n R_m}{r^2} dr = \frac{\delta_{nm}}{a}.$$
(11)

Таким образом, решение уравнения (6) будем искать в виде ряда

$$\Pi(r, x) = \sum_{n} X_{n}(x) R_{n}(r, x).$$
(12)

Подставим (12) в (6), умножим на R_m и проинтегрируем по *r*. В результате получим

$$X_m'' + \left(\frac{9_m^2}{1 - x^2} - \xi\right) X_m + a \sum_n \left[2X_n' \left(R_m, \frac{\partial R_n}{\partial x}\right) + X_n \left(R_m, \frac{\partial^2 R_n}{\partial x^2}\right) \right] = (13)$$
$$= \frac{I_m}{\sqrt{1 - x^2}},$$

где введены обозначения

$$I_m(x) = a \int_0^\infty \tilde{I} R_m dr, \ (R_n, f) = \int_0^\infty f R_n dr.$$

Члены в квадратных скобках в уравнении (13) описывают взаимодействие нормальных волн при распространении в неоднородном волноводе [Попов, Потехин, 1984]. В случае плавных изменений параметров ионосферы вдоль координаты *х* можно пренебречь взаимодействием нормальных волн, а также членами с ξ в (13) и $\sqrt{\hat{\epsilon}} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left(\frac{1}{\sqrt{\hat{\epsilon}}}\right)$ в выражении для \tilde{k}^2

в (6). Тогда, введя обозначения $\vartheta_n^2 = (ka)^2 \tilde{\gamma}_n^2 = h^2 \tilde{\gamma}_n^2$, уравнение (13) можно записать в виде

$$\frac{d^2 X_n}{dx^2} + h^2 q(x) X_n = \frac{I_n}{\sqrt{1 - x^2}},$$
(14)

где $q(x) = \frac{\tilde{\gamma}_n^2}{\sqrt{1-x^2}}$. Наличие большого параметра

 $h = ka \sim 10^6$ позволяет при его решении использовать асимптотические методы. Коэффициент q(x) имеет две особые точки при $x=\pm 1$. Построение асимптотического решения проводится следующим образом. Первоначально ищутся асимптотические представления для X_n в областях $x \in (-1, 1-\delta)$ и $x \in (-1+\delta, 1)$, $\delta > 0$. Сшивая эти решения внутри области перекрытия $(-1+\delta, 1-\delta)$, получаем решение уравнения (14). Решение в каждой из составляющих областей можно найти методом эталонного уравнения [Федорюк, 1983; Попов, Потехин, 1984]. В качестве примера запишем выражение для $X_n(\theta)$ вне областей излучателя и антиподной точки для точечного вертикального магнитного диполя с распределением плотности тока

$$j_{\varphi}(r,\theta) = -\frac{m_0 c}{\pi r b^2 \left(1 - \cos^2 \theta_0\right)} \delta(r - b) \delta(\theta - \theta_0), \quad (15)$$

где m_0 — полный магнитный момент; b — радиальная координата излучателя; θ_0 — угловой радиус рамки. Выражение для $X_n(\theta)$ имеет вид

$$X_{n}(\theta) = \sqrt{2\pi h} \frac{hm_{0}e^{i\pi/4}}{b^{2}} \times \\ \times \frac{\tilde{\gamma}_{n}(0)}{\sqrt{\tilde{\gamma}_{n}(\theta)}} \sqrt{\sin\theta} R_{n}(b,0) e^{i\hbar \int_{0}^{\theta} \tilde{\gamma}_{n}(\theta')d\theta'}.$$
(16)

Аналогично, для вертикального электрического диполя с распределением плотности тока

$$j_r(r,\theta) = -\frac{i\omega}{2\pi} \frac{p_0}{r^2 \sin \theta} \delta(r-b) \delta(\theta), \qquad (17)$$

где p_0 — полный дипольный момент, выражение для $X_n(\theta)$ имеет вид

$$X_{n}(\theta) = -\sqrt{2\pi\hbar} \frac{hp_{0}e^{i\pi/4}}{b^{2}\sqrt{\varepsilon(b,0)}} \times \frac{\tilde{\gamma}_{n}(0)}{\sqrt{\tilde{\gamma}_{n}(\theta)}} \sqrt{\sin\theta}R_{n}(b,0)e^{i\hbar\int_{0}^{\theta}\tilde{\gamma}_{n}(\theta')d\theta'}.$$
(18)

Используя (12), (16) и (18), с учетом сделанных замен переменной и функций получим выражения для компонент электромагнитного поля E_{φ} , B_{φ}

$$E_{\varphi}(r,\theta) = \frac{A^{m}}{\sqrt{\sin\theta}} \times \sum_{n} \frac{\tilde{\gamma}_{n}(0)R_{n}(b,0)}{b^{2}r} \left[\frac{R_{n}(r,\theta)}{\sqrt{\tilde{\gamma}_{n}(\theta)}} \right] e^{ih \frac{\theta}{\tilde{\gamma}_{n}(\theta')d\theta'}},$$
(19)

$$B_{\varphi}(r,\theta) = \frac{A^{e}}{\sqrt{\sin\theta}} \times \sum_{n} \frac{\tilde{\gamma}_{n}(0)R_{n}(b,0)}{b^{2}r} \times \sum_{n} \frac{\tilde{\gamma}_{n}(0)R_{n}(b,0)}{b^{2}r} \times \sum_{n} \left[-\sqrt{\varepsilon(r,\theta)} \frac{R_{n}(r,\theta)}{\sqrt{\tilde{\gamma}_{n}(\theta)}} \right] e^{ih \frac{\theta}{\tilde{\gamma}_{n}(\theta')d\theta'}}.$$
(20)

Здесь
$$A^m = \sqrt{2\pi} h^{3/2} m_0 e^{i\pi/4}$$
, $A^e = \sqrt{2\pi} \frac{h^{3/2} p_0 e^{i\pi/4}}{\sqrt{\varepsilon(b,0)}}$

Другие компоненты электромагнитного поля выражаются через E_{φ} , B_{φ} . Подобные выражения для компонент полей приведены в монографии [Куркин и др., 1981], где они были получены обобщением формул для сферически-симметричного волновода Земля—ионосфера в адиабатическом приближении.

РАДИАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА

Перепишем радиальное уравнение (9) для фиксированной угловой координаты θ в виде

$$\frac{d^2 R_n}{dy^2} + h^2 Q\left(y, \xi_n + i\chi_n\right) R_n = 0, \qquad (21)$$

где

$$Q = 1 - \alpha q_1(y) + i\beta q_2(y) - \frac{\xi_n + i\chi_n}{y^2},$$

$$\xi_n + i\chi_n = \tilde{\gamma}_n^2 = (\gamma_n + i\nu_n)^2,$$

$$\alpha = \omega_e^2 / \omega^2, \quad \omega_e^2 = \frac{4\pi e^2 N_{\text{max}}}{m}, \quad \beta = \alpha \nu_{\text{eff}}(y_{\text{H}}) / \omega,$$

$$q_1(y) = q(y), \quad q_2(y) = q(y)\tilde{q}(y),$$

q(y) — профиль электронной концентрации N(y), нормированный на единицу в точке максимума; $\tilde{q}(y)$ — профиль эффективной частоты соударений с нейтралами v_{eff} , нормированный на единицу в точке начала ионосферы $y = y_{\text{H}}$. В радиальном уравнении (21) сделан переход к безразмерной переменной y=r/a. Здесь и далее в данном подразделе не указывается зависимость функции R_n от координаты θ . Граничные условия для радиальной функции R_n на поверхности r=a и при $r \rightarrow 0$ заменим импедансным граничным условием Леонтовича [Леонтович, Фок, 1946] на поверхности Земли, которое имеет вид [Куркин и др., 1981]

$$\left[\frac{dR_n}{dy} + ihS\sqrt{\hat{\varepsilon}_t - \xi_n - i\chi_n}R_n\right]_{y=1} = 0, \qquad (22)$$

где S=1 для волн ТЕ-поля, $S=1/\hat{\varepsilon}_t$ для волн ТМ-поля. Условие излучения на бесконечности

$$\lim_{y \to \infty} \left(\frac{dR_n}{dy} - ihR_n \right) = 0.$$
(23)

Решения радиальной задачи (9) удовлетворяют условию нормировки (11) для функций R_n . Собственные функции R_n радиальной задачи (21)–(23) с импедансными граничными условиями на поверхности Земли таким свойством не обладают. Далее для нахождения нормировочных констант в собственных функциях радиальной задачи будем использовать приближенное условие

$$\int_{1}^{\infty} \frac{R_n^2(y)}{y^2} dy \approx 1.$$
(24)

В отличие от ранее развитого подхода [Куркин и др., 1981] в коэффициенте радиального уравнения

 $Q(y, \xi_n + i\chi_n)$ учтена мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы, а также комплексность собственного значения радиальной задачи.

Рассмотрим схему решения радиальной задачи на примере однослойного волновода Земля — ионосфера. В радиальном уравнении (21) переменную у будем рассматривать как комплексную переменную z. Тогда решение радиального уравнения записывается в виде ВКБ-приближения, так как параметр $h = ka \sim 10^6$. Нули функции $Q(z,\xi_n+i\chi_n),$ $z_{1n} = y_{1n} + i\psi_{1n}$ и $z_{2n} = y_{2n} + i\psi_{2n}$ определяют точки отражения (поворота) [Куркин и др., 1981; Пономарчук и др., 2014]. В зависимости от значения $\tilde{\gamma}_n^2$ нижней точкой отражения является поверхность Земли или точка $z_{1n} = \sqrt{\xi_n + i\chi_n} = \gamma_n + i\nu_n$. В окрестности верхней точки отражения z_{2n} меняет знак $\operatorname{Re}Q(z,\xi_n+i\chi_n),$ поэтому ИЗ **VСЛОВИЯ** $\operatorname{Re}Q(z,\xi_n+i\chi_n)=0$ можно приближенно записать выражение на вещественную часть $\xi_n = \gamma_n^2 - v_n^2$

$$\xi_n = y^2 \Big[1 - \alpha q_1 \big(y \big) \Big]. \tag{25}$$

Из уравнения (25) можно определить радиальные координаты точек поворота y_{1n} и y_{2n} , а также граничные значения ξ_n , определяющие группу нормальных волн, формирующих поле в волноводе минимальный и максимальный номера нормальной волны в ряде. Для оценки вещественной части собственного значения ξ_n выберем модельный профиль электронной концентрации, составленный из двух квазипарабол с точкой сшивки $y_0 = (y_H + y_m)/2$, где у_н — приведенная высота начала ионосферы; у_т приведенная высота максимума F-слоя ионосферы [Куркин и др., 1981]. Параметры квазипарабол у_н, у_т соответствуют высотам ионосферного слоя 90 и 300 км, критическая частота F-слоя $f_0 = \omega_e / (2\pi)$ равна 6 МГц. На рис. 2 показаны графики $\xi_n = y^2 [1 - \alpha q_1(y)]$ для разных частот зондирования. Точки пересечения черных штриховых линий, соответствующих значениям $\gamma_n^2 - v_n^2$, с графиком ξ_n определяют радиальные координаты точек поворота. Синие линии показывают диапазон изменения вещественной части собственного значения $\xi_n \in [\xi_{\min}, \xi_{\max}]$, т. е. группу нормальных волн, слабо просачивающихся сквозь ионосферу. Значения $\xi \in (1, \xi_{max})$ определяют группу нормальных волн, распространяющихся в надземном волноводе (по терминологии П.Е. Краснушкина [Краснушкин, 1947]). Значения $\xi_n \in (\xi_{\min}, 1)$ определяют группу волн наземного волновода. Красной линией на рис. 2 показана зависимость ξ_n для частоты, равной критической частоте F-слоя $f=f_0$. Для данной частоты ξ_{min} = 0 (красная штриховая линия). В развитом ранее волноводном подходе [Куркин и др., 1981] границы вещественной части собственного значения



Рис. 2. Высотная зависимость ξ_n для разных частот зондирования 2, 4, 6, 10, 15 МГц (1–5 соответственно)

определялись в пренебрежении мнимой частью комплексной диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 1 - \alpha q_1(y) + i\beta q_2(y) \end{bmatrix}$ и мнимой частью спектрального параметра v_n В коэффициенте $Q(y, \xi_n + i\chi_n)$ радиального уравнения (21). Поэтому в алгоритмах расчета характеристик сигналов рабочая частота превышала критическую частоту слоя F2 вдоль трассы распространения, чтобы выполнялось условие $\operatorname{Re}Q(y, \gamma_n) > 0$ [Куркин и др., 1981; Алтынцева и др., 1987]. При учете мнимой части спектрального параметра v_n ограничение снизу на рабочую частоту по критической частоте слоя F2 снимается, так как решение уравнения (25) для таких частот существует.

Собственные значения $\tilde{\gamma}_n^2 = \xi_n + i\chi_n$ радиальной задачи (21)-(23) в комплексной плоскости (ξ_n , χ_n) расположены в верхней полуплоскости, так как $\xi_n = \gamma_n^2 - v_n^2$, $\chi_n = 2\gamma_n v_n$. В комплексной плоскости (ү_n, v_n) значения спектрального параметра $\gamma_n + iv_n = \sqrt{\xi_n + i\chi_n}$ расположены в верхнем правом квадранте. В области рабочих частот, меньших критической частоты слоя F2, вещественная часть спектрального параметра γ_n стремится к нулю с ростом номера нормальной волны n, а мнимая часть v_n резко возрастает. При этом для определенной части спектра, а именно для той, для которой еще имеет смысл учитывать вклад в поле в волноводе Земля — ионосфера, число нормальных волн достаточно велико, порядка нескольких тысяч [Пономарчук и др., 2014]. Для численного моделирования характеристик нормальных волн оценку ξ_{\min} при $f < f_0$ можно получить из условия затухания расходящейся конической нормальной волны по угловой координате θ

$$E \sim e^{-\frac{2\pi d}{c} r_{v_n}},\tag{26}$$

где d — расстояние до излучателя. Если считать, что поле излучения спадает в e раз (показатель экспоненты равен -1) на удалении d=10 км, то для частоты f=3 МГц получим значение $v_n=0.0016$. В данной

области спектра $\gamma_n \ll v_n$ и для значения $\xi_n = \gamma_n^2 - v_n^2$ можно использовать оценку $\xi_{\min} \simeq -0.000025$.

Решение радиального уравнения (21) вне окрестностей точек поворота z_{1n} , z_{2n} можно записать в виде ВКБ-приближения [Хединг, 1965]

$$R_n(z) = \frac{C_n^{\pm}}{\sqrt[4]{Q}} \exp\left(\pm i\hbar \int_{z_{\ln}}^z \sqrt{Q} dz\right),\tag{27}$$

где C_n^{\pm} — произвольные константы. В области точек поворота z_{1n} , z_{2n} решение уравнения (21) строится с использованием эталонного уравнения Эйри [Фок, 1970]. Решение радиальной краевой задачи вблизи Земли поверхности в окрестности точки $z_{1n} = \gamma_n + iv_n$ выражается в виде линейной комбинации функций Эйри u(x) и v(x) [Фок, 1970] с учетом импедансных граничных условий [Пономарчук и др., 2014]. С использованием асимптотик функций Эйри u(x) и v(x) решение радиальной задачи может быть преобразовано к виду, совпадающему с ВКБ-решением уравнения (21),

$$R_n(z) = \frac{C_{1n}}{Q^{1/4}} \cos\left(h \int_{z_{1n}}^y \sqrt{Q} dy + \Phi_n\right).$$
(28)

Здесь Φ_n — добавка к фазе нормальной волны, связанная с коэффициентом отражения волны от поверхности Земли [Куркин и др., 1981; Пономарчук и др., 2014]. В (28) $z_{1n}=1$ при $\gamma_n<1$ и $z_{1n}=\gamma_n+iv_n$ при $\gamma_n>1$. Нормальные волны, отвечающие значениям $\gamma_n<1$, описывают распространение электромагнитного поля в наземном волноводе, а волны $\gamma_n>1$ — в надземном волноводе [Краснушкин, 1947; Куркин и др., 1981].

Для точки поворота z_{2n} в ионосфере решение (21) ищем, используя эталонное уравнение Эйри и выбирая только убывающее решение вглубь ионосферы [Куркин и др., 1981; Пономарчук и др., 2014]. Асимптотика решения в волноводе имеет вид [Фок, 1970]

$$R_n(z) = \frac{C_{2n}}{Q^{1/4}} \sin\left(h \int_{y}^{z_{2n}} \sqrt{Q} \, dy + \frac{\pi}{4}\right).$$
(29)

Из условия совпадения решений (28) и (29) внутри волновода получаем уравнение на спектр собственных значений $\tilde{\gamma}_n^2 = \xi_n + i\chi_n$ радиальной задачи и связь между константами C_{1n} и C_{2n} :

$$h \int_{z_{1n}}^{z_{2n}} \sqrt{Q(z, \xi_n + i\chi_n, \beta)} dz +$$

$$+ \Phi_n (\xi_n + i\chi_n) = \frac{\pi}{4} + \pi n,$$

$$(-1)^n C_{1n} = C_{2n}.$$
(31)

Разделяя уравнение (30) на реальную и мнимую части и пренебрегая малыми величинами второго порядка при разложении \sqrt{Q} и Φ_n по малым вели-

$$h \int_{y_{1n}}^{y_{2n}} \sqrt{Q(y,\xi_n)} dy +$$

$$+ \operatorname{Re} \Phi_n(\xi_n) = \frac{\pi}{4} + \pi n,$$
(32)
$$\chi_n = \frac{h \int_{y_{1n}}^{y_{2n}} \frac{\beta q_2(y)}{2\sqrt{Q(y,\xi_n)}} dy + \operatorname{Im} \Phi_n(\xi_n)}{h \int_{y_{1n}}^{y_{2n}} \frac{1}{2y^2 \sqrt{Q(y,\xi_n)}} dy - \left(\operatorname{Re} \Phi_n(\xi_n)\right)_{\xi}^{'}}.$$
(33)

Значение константы C_{1n} находится из условия нормировки радиальных функций (24).

МОДЕЛЬ ИОНОСФЕРНОГО РАДИОКАНАЛА

Исходными данными являются характеристики радиоканала и распределение плотности тока $\vec{j}(\vec{r}, \omega)$ в передающей антенне. Значение результирующего тока J_a на выходе приемной антенны $\vec{r} = (r, \theta, \phi_F)$, нагруженной фидерной линией, определяется выражением [Khakhinov, Kurkin, 2006; Хахинов, 2018]

$$J_{a} = \sum_{n} A_{n} \left(D_{n}^{e} P_{n}^{e} e^{\int_{0}^{\theta} \tilde{\gamma}_{n}^{e}(\theta') d\theta'} + D_{n}^{m} P_{n}^{m} e^{\int_{0}^{\theta} \tilde{\gamma}_{n}^{m}(\theta') d\theta'} \right).$$
(34)

Здесь $A_n = -i \frac{\sqrt{2\pi ka}}{c \sqrt{\gamma_n^{e,m} \sin \theta}} e^{i \frac{\pi}{4}}$. Эффективность воз-

буждения нормальных волн характеризуется величинами $D_n^e(\phi)$ и $D_n^m(\phi)$. Логично назвать их коэффициентами возбуждения нормальных волн. В рамках метода нормальных волн коэффициенты возбуждения получены с привлечением теоремы взаимности [Куркин, Хахинов, 1984]. Коэффициенты $D_n^{e,m}(\phi)$ выражаются в виде интегралов по объему $V_1(r_1, \theta_1, \phi_1)$, занятому источником поля, и являются аналогами диаграмм направленности излучающих антенн.

$$D_{n}^{e}(\varphi) = \int_{V_{1}} \left\{ \frac{r_{1}}{ika\sqrt{\varepsilon}} \frac{\partial \left(\sqrt{\varepsilon}R_{n}^{e}\left(r_{1}, \theta_{1}\right)\right)}{\partial r_{1}} \times \left[j_{\theta}\cos\left(\varphi - \varphi_{1}\right) + j_{\varphi}\sin\left(\varphi - \varphi_{1}\right) \right] + \frac{1}{2}r_{1}^{\gamma}\tilde{\gamma}_{n}^{e}R_{n}^{e}\left(r_{1}, \theta_{1}\right) \right] \times \left\{ \frac{\exp\left(-ih\tilde{\gamma}_{n}^{e}\theta_{1}\cos\left(\varphi - \varphi_{1}\right)\right)}{r_{1}^{2}\sqrt{\varepsilon}} adV_{1}, \right\} \right\}$$

$$\times \frac{\exp\left(-ih\tilde{\gamma}_{n}^{e}\theta_{1}\cos\left(\varphi - \varphi_{1}\right)\right)}{V_{1}^{2}\sqrt{\varepsilon}} adV_{1}, \qquad (35)$$

$$\times \frac{R_{n}^{m}\left(r_{1}, \theta_{1}\right)}{r_{1}}\exp\left(-ih\tilde{\gamma}_{n}^{m}\theta_{1}\cos\left(\varphi - \varphi_{1}\right)\right) dV_{1}. \qquad (36)$$

Величины $P_n^{e,m}$ характеризуют значение тока, индуцированного в антенне составляющими ТМи ТЕ- полей отдельных нормальных волн, поэтому их можно назвать коэффициентами приема нормальных волн соответствующей поляризации. Выражения для $P_n^{e,m}$ получены в работе [Хахинов, 2018] методом наложения бегущих волн в рамках условий применимости теории длинных линий.

$$P_{n}^{e} = \int_{l} \frac{Y(l)}{W} \left[\left(\vec{e}_{r} \vec{e}_{l} \right) \frac{h \tilde{\gamma}_{n}^{e}}{k r_{l}} R_{n}^{e} \left(r_{l}, \theta_{l} \right) - \left(\vec{e}_{\theta} \vec{e}_{l} \right) \frac{1}{i k \varepsilon} \frac{d R_{n}^{e} \left(r_{l}, \theta_{l} \right)}{d r} \right] \times$$

$$\times e^{-i h \tilde{\gamma}_{n}^{e} \theta_{l} \cos(\varphi_{\mathrm{F}} - \varphi_{l})} dl, \qquad (37)$$

$$P_n^m = \int_l \left(\vec{e}_{\varphi} \vec{e}_l \right) \frac{Y(l)}{W} R_n^m \left(r_l, \theta_l \right) e^{-ih\tilde{\gamma}_n^m \theta_l \cos(\varphi_{\rm F} - \varphi_l)} dl. \tag{38}$$

Здесь функция Y(l) характеризует распределение тока в антенне, W — волновое сопротивление провода.

Величины $D_n^{e,m}$ и $P_n^{e,m}$ зависят от собственных функций $R_n^{e,m}(r,\theta)$ и собственных значений $\left(\tilde{\gamma}_n^{e,m}\right)^2 = \left(\gamma_n^{e,m} + iv_n^{e,m}\right)^2$ соответствующих радиальных краевых задач для магнитного ТМ (с индексом *e*) и электрического ТЕ (с индексом *m*) полей в пунктах излучения и приема. Выражение (34) записано в адиабатическом приближении в предположении, что параметры ионосферы плавно меняются вдоль угловой координаты θ . В этом приближении номер нормальной волны *n* является адиабатическим инвариантом, а ее характеристики, определяемые собственными значениями $\left(\tilde{\gamma}_n^{e,m}\right)^2(\theta)$, зависят от дальности [Куркин и др., 1981].

Отметим также, что выражение для тока в приемной антенне получено в изотропном волноводе Земля—ионосфера без учета магнитного поля, поэтому вид поляризации зондирующей волны не фиксируется. Значение тока в приемной антенне определяется эффективностью возбуждения и приема нормальных волн.

ФОРМА СИГНАЛА

Запишем уровень сигнала U_a на входе приемника в виде

$$U_{\rm a} = J_{\rm a} R_{\rm a}, \tag{39}$$

где R_a — активная составляющая входного сопротивления антенны (приемного устройства). Выражение (34) для тока J_a на выходе приемной антенны можно переписать в виде [Khakhinov, 2006]

$$J_{a} = i \frac{4\pi}{c} \kappa a \sum_{n} \left(G_{n}^{e} D_{n}^{e} P_{n}^{e} + G_{n}^{m} D_{n}^{m} P_{n}^{m} \right).$$
(40)

Здесь функции

$$G_{n}^{e,m} = -\frac{1}{4} \left(\frac{2}{\pi k a \gamma_{n}^{e,m} \sin \theta} \right)^{1/2} e^{i h \int_{0}^{\theta} \tilde{\gamma}_{n}^{e,m} (\theta') d\theta' + i \frac{\pi}{4}}.$$
 (41)

В однородном волноводе выражение для $G_n^{e,m}$ совпадает с выражением для функции Грина углового оператора [Bremmer, 1949]. Таким образом, выражение для тока на выходе приемной антенны в рамках волноводного подхода записано в виде ряда суммы произведений функций Грина угловых операторов, соответствующих разным собственным значениям радиальной задачи, коэффициентов возбуждения, коэффициентов приема отдельных нормальных волн для ТМ- и ТЕ-полей.

Распределение плотности тока $\vec{j}(\vec{r}, \omega)$, входящее в выражения для $D_n^{e,m}(\phi)$ можно представить в виде

$$\vec{j}\left(\vec{r},\omega\right) = \vec{j}_{\rm T}\left(\vec{r}\right)g\left(\omega\right),\tag{42}$$

где $\vec{j}_{\rm T}(\vec{r})$ — пространственное распределение плотности тока в антенне; $g(\omega)$ — спектр излучаемого сигнала. Вводя новые функции $D_n^{e,m} = g(\omega)\tilde{D}_n^{e,m}, \quad \tilde{P}_n^{e,m} = R_a P_n^{e,m}$ и записывая U_a в виде

$$U_{\rm a} = g(\omega)H(\omega), \tag{43}$$

получим выражение для передаточной функции ионосферного радиоканала

$$H(\omega) = i \frac{4\pi}{c} \kappa a \sum_{n} \left(G_n^e \tilde{D}_n^e \tilde{P}_n^e + G_n^m \tilde{D}_n^m \tilde{P}_n^m \right).$$
(44)

Переход к временной зависимости уровня сигнала на входе приемника осуществляется посредством преобразования Фурье:

$$u_{a}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) H(\omega) e^{-i\omega t} d\omega.$$
(45)

Предварительно запишем выражение для передаточной функции *H*(ω) в виде

$$H(\omega) = \sum_{n} H_{n}(\omega) = \sum_{n} a_{n}(\vec{r}, \omega) e^{i\Psi_{n}(\theta, \omega)}.$$
 (46)

Здесь

$$a_{n}(\vec{r}, \omega) =$$

$$= A_{n} \left[\tilde{D}_{n}^{e}(\varphi) \tilde{P}_{n}^{e}(\varphi_{F}) + \tilde{D}_{n}^{m}(\varphi) \tilde{P}_{n}^{m}(\varphi_{F}) \right] \times$$

$$\stackrel{-h}{=} \int_{0}^{\theta} \left[\left(v_{n}^{e} + v_{n}^{m} \right) / 2 \right] d\theta'}{\times e^{-\theta}}$$

— амплитудный множитель, $\Psi_n(\theta, \omega) = h \int_0^{\theta} \gamma_n d\theta'$ —

фаза нормальной волны. Для случая излучения квазимонохроматического импульса

$$g(t) = g_0(t)\cos(\omega_0 t + \delta), \qquad (47)$$

где $g_0(t)$ — огибающая сигнала, выражение для $u_a(t)$ можно записать в виде [Куркин и др., 1981]

$$u_{a}(t) = \operatorname{Re}\sum_{n} g_{0}(t - \tau_{n}(\theta)) \times$$

$$\times H_{n}(\omega_{0}) e^{-i\omega_{0}t - i\delta},$$
(48)

где $\tau_n(\theta)$ — групповая задержка нормальной волны.

Другим типом модуляции, используемым в ионозондах и радиотехнических системах, является линейная частотная модуляция сигнала [Иванов и др., 2003]:

$$g(t) = \cos\left(\omega_0 t + \eta t^2 / 2\right), \tag{49}$$

где η — скорость девиации частоты. Выражение для регистрируемого спектра ЛЧМ-сигнала в аналоговых ионозондах можно записать в виде [Davydenko et al., 2002]

$$S_{k}(s) = \frac{\pi}{2} \sum_{n} \hat{A}(s - \tau_{n}) H_{n}(\omega_{k}).$$
(50)

Здесь $s = \Omega/\eta$, где Ω — переменная анализатора спектра; $\hat{A}(s)$ — спектр временного окна; $\omega_k = \omega_0 + \eta t_k$, где t_k — центр временной выборки. Результат обработки отдельной временной выборки принятого ЛЧМ-сигнала эквивалентен зондированию радиоканала комплексным узкополосным импульсным сигналом. Характеристики данного сигнала определяются временным окном, выделяющим выборки.

В цифровом ЛЧМ-ионозонде ИСЗФ СО РАН [Подлесный и др., 2013] регистрация сигналов проводится по схеме восстановления передаточной функции радиоканала [Подлесный и др., 2014]. Выражение для результата обработки принятого сигнала имеет вид

$$u_{a}(t) = H(\omega_{0} + \eta t).$$
⁽⁵¹⁾

Для построения ионограммы цифровые выборки сигнала, которые соответствуют предполагаемым задержкам прихода регистрируемого сигнала, умножаются на гладкую короткую функцию времени (временное окно) с последующим вычислением спектра произведения. Как и при обработке сигнала в аналоговом ЛЧМ-ионозонде, полученный спектр является откликом радиоканала на эффективный узкополосный комплексный сигнал, форма которого, как функция времени, равна форме спектра окна, а несущая частота связана через скорость девиации частоты с положением окна на временной развертке сигнала.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим численную схему моделирования характеристик КВ-радиоканала на примере зондирующего импульсного сигнала. Запишем выражение для регистрируемого сигнала на входе приемника в виде

$$u_{a}(\vec{r},t) = w(\vec{r},t)e^{iW(\vec{r},t)} =$$

$$= \operatorname{Re}\sum_{n=n_{1}}^{n=n_{m}} \left[a_{n}(\vec{r},\omega_{0})g_{0}(t-\tau_{n}(\theta))e^{i\Psi_{n}(\theta,\omega_{0})} \right] \times (52)$$

$$\times e^{-i\omega_{0}t}.$$

Пределы суммирования в (52) выбираются из условий эффективного возбуждения нормальных волн (n_1) и отражения от ионосферы (n_m) и рассчитываются с использованием уравнения на спектр нормальных волн (32). Границы вещественной части собственного значения радиальной задачи ξ_1 и ξ_{\min} , соответствующие пределам суммирования n_1 и n_m, определяются из выражения (25) из условия существования волновода Земля—ионосфера: $\operatorname{Re}Q(z,\xi_n+i\chi_n)>0$. Учет мнимой части диэлектрической проницаемости ионосферы и мнимой части собственного значения χ_n в коэффициенте радиальной задачи $Q(z, \xi_n + i\chi_n)$ позволил расширить частотный диапазон моделирования характеристик сигналов для анализа протяженных неоднородных КВ-радиотрасс. Частота излучения может быть меньше критической частоты слоя F2 вдоль трассы распространения, так как решение уравнения (25) с учетом мнимой части v, спектрального параметра существует.

Поле отдельной нормальной волны распределено по всему сечению волновода и зависит от его глобальных характеристик, тогда как суммарное поле локализовано вблизи траектории луча, где выполнено условие сфазированности отдельных групп волн (условие стационарности [Потехин, Орлов, 1981]). Для приземного приемника условие стационарности имеет вид

$$\Delta \Psi_n(\theta, f) = \frac{1}{2\pi} (\Psi_n - \Psi_{n+1}) = l, \qquad (53)$$

где l — целое число, $f = \omega_0 / (2\pi)$. Угол выхода траектории ϕ_1 из точки излучения y_b связан со спектральным параметром центральной волны группы сфазированных волн с номером n_i , соотношением $\cos \phi_1 = \gamma_{n_i} (0) / y_b$. Тогда l — число отражений траектории сигнала от ионосферы.

Выражения (52) и (53) служат формульной основой схемы расчета распределения поля декаметрового сигнала в волноводе Земля-ионосфера по методу нормальных волн. На первом этапе рассчитываются характеристики нормальных волн a_n , Ψ_n , τ_n , $\Delta \Psi_n$ в опорных точках спектра. Спектр нормальных волн $\tilde{\gamma}_n^2 = \xi_n + i\chi_n$ находится из решения трансцендентного уравнения (32) и уравнения (33). Вещественная γ_n и мнимая v_n части спектрального параметра $\tilde{\gamma}_n$ определяются из уравнений $\xi_n = \gamma_n^2 - v_n^2$, $\chi_n = 2\gamma_n v_n$. В качестве входных данных используются профили электронной концентрации N(y) и эффективной частоты соударений $v_{\rm eff}(y)$, рассчитанные по модели ионосферы, и параметры подстилающей среды из глобальной модели электрических свойств земной поверхности [Пономарчук, 1984]. Определяются группы нормальных волн, формирующие поле сигнала в точке приема для волноводных каналов E, F1 и F2. На втором этапе решение уравнения (53) относительно номера *п* позволяет для каждого из волноводных каналов E, F1 и F2 определить модовую структуру сигнала (количество сигналов и их идентификацию) и рассчитать временные и угловые характеристики сигналов для модов распространения.

Максимумы в зависимости $\Delta \Psi_n(\theta, f)$ от номера *n* определяют максимальные применимые частоты (МПЧ) модов распространения и границы мертвой зоны вдоль земной поверхности для каждого из волноводных каналов E, F1 и F2. Решение уравнения

$$\max \Delta \Psi_n \left(\theta, f \right) = l \tag{54}$$

относительно f для фиксированного θ определяет МПЧ мода кратности l. Решение уравнения (54) относительно θ для фиксированной частоты f определяет дальность до границы мертвой зоны l-го скачка.

На рис. 3 в качестве иллюстрации приведены ионограмма наклонного зондирования на трассе Кипр-Иркутск, полученная 1 января 2023 г. в 04:45 UT, и результаты моделирования дистанционно-частотных характеристик сигналов. Расчеты проведены с использованием модели IRI-2016 [Bilitza et al., 2017]. Трасса Кипр-Иркутск протяженностью 5690 км проходит в средних широтах; условия распространения соответствовали спокойным гелиогеофизическим условиям. Входными данными в алгоритме расчета характеристик сигналов служили профили электронной концентрации и частоты соударений электронов с нейтралами, рассчитанные со скважностью ~200 км вдоль трассы распространения. Расчет дистанционных характеристик сигналов наклонного зондирования (НЗ) проводился на основе решения уравнения стационарности (53) относительно центральных номеров n_i групп сфазированных нормальных волн, вносящих основной вклад в значение поля в точке приема. Номер *n_i* связан с углом прихода траектории ϕ_2 в точку приема соотношением $\cos \phi_2 = \gamma_n (\theta) / y$. Для заданных частоты зондирования f и дальности D для каждого из каналов E, F1 и F2 существуют два решения уравнения (53), соответствующие различным углам прихода траектории распространения пакета сфазированных нормальных волн — нижнему и верхнему лучам. Групповой путь распространения сигнала равен $c\tau_n(\theta)$. С ро-

стом частоты траектории распространения сближаются и пересекаются при значении МПЧ мода распространения, которую можно определить из решения уравнения (54). На рис. 3 показаны результаты расчетов только для модов распространения 2E, 2F2, 3F2, 4F2, и 5F2. Для выбранного момента времени вариации прогнозной критической частоты слоя F2 вдоль трассы распространения Кипр—Иркутск составляли 5.5–9.1 МГц, поэтому без рассматриваемой модификации волноводного метода моделирование в нижней части диапазона ниже 8 МГц было бы невозможно.

На рис. 4 в качестве иллюстрации приведены суточные вариации расчетных МПЧ и экспериментальных максимальных наблюдаемых частот (МНЧ) на трассе Магадан—Иркутск для 16 января 2010 г.

Результаты расчета МПЧ для модов распространения 1F2 и 2F2 нанесены сплошными линиями 1 и 2 соответственно. Экспериментальные значения МНЧ



Рис. 3. Ионограмма НЗ и результаты моделирования дистанционно-частотных характеристик сигналов НЗ 1 января 2023 г. в 04:45 UT. Серые точки — ионограмма НЗ, синие результаты моделирования



Рис. 4. Суточные вариации расчетных МПЧ (сплошные линии) и экспериментальных МНЧ (треугольники и кружки) для трассы Магадан — Иркутск 16 января 2010 г., 1 — мод 1F2, 2 — мод 2F2

показаны треугольниками и кружками. Расчет МПЧ в волноводном канале F2 проводился на основе решения уравнения (54) относительно f для фиксированных координат точки приема.

Амплитудные характеристики сигналов вычисляются с использованием (52) по схеме, изложенной в [Куркин и др., 1986]. Огибающая $w(\vec{r}, t)$ регистрируемого сигнала рассчитывается на основе прямого численного суммирования выражений вида

$$w(\vec{r},t) == \left[\left(\sum_{n=n_{1}}^{n=n_{m}} a_{n} g_{0} \left(t - \tau_{n} \right) \cos \Psi_{n} \right)^{2} + \left(\sum_{n=n_{1}}^{n=n_{m}} a_{n} g_{0} \left(t - \tau_{n} \right) \sin \Psi_{n} \right)^{2} \right]^{1/2}.$$
(55)

Расчет $w(\vec{r}, t)$ позволяет исследовать форму принимаемого сигнала как для разделенных, так и для перекрывающихся во времени импульсов, т. е. как в освещенной зоне, так и в области каустики, где сливаются верхний и нижний лучи. Значение огибающей сигнала в центре импульса отдельного сиг-

нала, соответствующего задержке $\tau_{n_i} + T/2$, можно

принять за амплитуду сигнала. Отметим, что расчет амплитудных характеристик сигналов проводится для заданных приемо передающих антенно-фидерных устройств с учетом типа модуляции излученного сигнала.

На рис. 5 и 6 в качестве иллюстрации приведены результаты расчета дальностно-временного распределения огибающей поля импульсного сигнала в окрестности границы освещенной зоны D_0 для частоты 10 МГц для средневлажной земли и морской поверхности соответственно. Излучатель — точечный вертикальный диполь. Мощность излучения составляет 1 кВт, общая длительность излученного импульса — 140 мкс, дальность отсчитывается относительно границы D₀=1108.25 км. Амплитуда сигнала осциллирует как по времени, так и по мере удаления от D_0 в освещенную зону. В области тени для $D < D_0$ огибающая сигнала характеризуется наличием двух максимумов малой амплитуды. Эти сигналы аналогичны краевым лучам пространственно-временной теории дифракции импульсов. При продвижении в освещенную область амплитуда сигнала возрастает почти по экспоненциальному закону [Куркин и др., 1982; Bremmer, 1949], при этом максимум в профиле амплитуды сдвинут по дальности относительно границы D_0 в сторону освещенной зоны. На расстоянии от границы D_0 порядка 8–10 км (см. рис. 6) сигнал начинает разделяться на два близких по форме сигнала, которые на некотором расстоянии (в зависимости от длительности импульса) полностью разделяются.

На рис. 7 показана зависимость средней амплитуды сигнала от дальности в окрестности D₀=1108.25 км. Чтобы выявить динамику средней амплитуды сигнала, длительность импульса была выбрана равной 440 мкс. Амплитуда сигнала осциллирует за счет интерференции нижнего и верхнего лучей. При увеличении частоты зондирования период осцилляции средней амплитуды увеличивается. Соответственно возрастает расстояние от границы мертвой зоны D_0 , на которой сигнал разделяется на два сигнала, соответствующих нижнему и верхнему лучам. Размеры области интерференции импульсных сигналов с длительностью 440 мкс занимают по дальности ~17 км для частоты 10 МГц и ~25 км — для частоты 12 МГц. Более детально динамика амплитуды сигнала вблизи границы освещенной зоны на основе анализа когерентных свойств ряда нормальных волн приведена в работе [Куркин и др., 1982].

Разработанные алгоритмы моделирования пространственно-временной структуры падающего поля сигналов являются основой схемы расчета характеристик сигналов, рассеянных шероховатостями земной поверхности, при возвратно-наклонном зондировании (ВНЗ) ионосферы [Пономарчук и др., 2021].

На рис. 8 в качестве иллюстрации показаны результаты моделирования огибающих односкачковых сигналов ВНЗ 08.11.2020, 01:00 UT. Пункт излучения — Усолье-Сибирское (52.8° N, 103.3° Е), приема — с. Торы, Республика Бурятия (51.8° N, 103° Е). Азимут зондирования — 55°. Входными параметрами



Рис. 5. Дальностно-временное распределение огибающей сигнала вблизи границы освещенной зоны для средневлажной земли



Рис. 6. Дальностно-временное распределение огибающей сигнала вблизи границы освещенной зоны для морской поверхности

алгоритма являются профили электронной концентрации и эффективной частоты соударений, рассчитываемые по модели ионосферы IRI-2016, электрические параметры и коэффициенты рассеяния земной поверхностью [Пономарчук, 1984; Исимару, 1981; Чернов, 1971]. В рамках волноводного подхода моделирование характеристик сигналов ВНЗ проводится на основе приближения некогерентного рассеяния, в котором характеристики рассеянного поля выражаются через характеристики падающего поля (угол падения, амплитуду) и локальную диаграмму рассеяния или коэффициент рассеяния. Амплитудные характеристики сигналов ВНЗ, включая временную развертку сигнала, рассчитываются на основе сборки всех лучей с площади засветки в каждый выбранный момент времени. Предполагается, что поле сигнала ВНЗ формируется рассеянными сигналами, пришедшими в точку приема по тем же возможным траекториям, по которым распространяются зондирующие сигналы. Амплитуды отдельных сигналов, пришедших в данный момент времени в точку приема, суммируются некогерентно. Моделирование амплитудных характеристик сигналов ВНЗ проводится для заданных приемо-передающих антеннофидерных устройств. Сигнал ВНЗ на синтезированной ионограмме, показанный на рис. 8, формируется



Рис. 7. Зависимость амплитуды сигнала от дальности в окрестности границы освещенной зоны



Рис. 8. Результаты моделирования огибающих сигналов ВНЗ 08.11.2020, 01:00 UT

рассеянными сигналами, приходящими в точку приема по односкачковым траекториям путем отражения от F2-слоя ионосферы.

Характерной особенностью ионограмм ВНЗ является наличие ярко выраженного переднего фронта минимального группового пути прихода рассеянных сигналов от границы освещенной зоны. На основе решения уравнений (53) и (54) разработаны оперативные алгоритмы расчета минимального группового пути распространения и дальности до границы освещенной зоны, которые используются в схеме выделения переднего фронта сигналов на ионограммах ВНЗ [Пономарчук и др., 2021].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках волноводного подхода представлена комплексная модель КВ-радиоканала, включающая передающее и приемное устройства, ионосферный радиоканал и программный комплекс расчета характеристик радиосигналов. Получено представление передаточной функции радиоканала в виде ряда произведений функций Грина углового оператора, коэффициентов возбуждения, коэффициентов приема отдельных нормальных волн для ТМ- и ТЕ-полей. В рамках метода нормальных волн модифицирована схема решения радиальной задачи и построения спектра радиального оператора с учетом поглощения поля сигнала в ионосфере и в земной поверхности. Это позволяет проводить моделирование КВ-радиоканала в частотном диапазоне, включающем значения ниже критической частоты F2-слоя ионосферы. На основе анализа и численного суммирования ряда нормальных волн разработаны алгоритмы и программы расчета дистанционно-частотных,

частотно-угловых и амплитудных характеристик сигналов, включая развертку сигнала. В качестве входных данных задаются профили электронной концентрации, эффективная частота соударений, электрические параметры подстилающей среды вдоль радиотрассы и параметры антенно-фидерных устройств.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки (субсидия № 075-ГЗ/Ц3569/278). Экспериментальные данные получены с использованием оборудования Центра коллективного пользования «Ангара» [http://ckp-rf.ru/ckp/3056/].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Авдеев В.Б., Демин А.В., Кравцов Ю.А. и др. Метод интерференционных интегралов (Обзор). Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31, № 11. С. 1279–1294.

Айзенберг Г.З., Белоусов С.П., Журбенко Э.М. Коротковолновые антенны. М.: Радио и связь, 1985. 536 с.

Алтынцева В.И., Ильин Н.В., Куркин В.И. и др. Моделирование декаметрового радиоканала на основе метода нормальных волн. *Техника средств связи. Серия СС.* 1987. Вып. 5. С. 28–34.

Алувэлья Д.С., Келлер Д.Б. Точные и асимптотические представления звукового поля в стратифицированном океане. *Распространение волн и подводная* акустика. М.: Мир, 1980. С. 20–75.

Барабашов Б.Г., Вертоградов Г.Г. Динамическая адаптивная структурно-физическая модель ионосферного радиоканала. *Математическое моделирование*. 1996. Т. 8, № 2. С. 3–18.

Гинзбург В.Л. *Распространение электромагнитных* волн в плазме. М.: Наука, 1967. 683 с.

Гуревич А.В., Цедилина Е.Е. *Сверхдальнее распро*странение коротких радиоволн. М.: Наука, 1979. 246 с.

Иванов В.А., Куркин В.И., Носов В.Е. и др. ЛЧМионозонд и его применение в ионосферных исследованиях. Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 11. С. 919–952.

Ипатов Е.Б., Лукин Д.С., Палкин Е.А. Численная реализация метода канонического оператора Маслова в задачах распространения коротких радиоволн в ионосфере Земли. Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 5. С. 562–573.

Ипатов Е.Б., Крюковский А.С., Лукин Д.С. и др. Методы моделирования распространения электроманитных волн в ионосфере с учетом распределений электронной концентрации и магнитного поля земли. *Радиотехника и* электроника. 2014. Т. 59, № 12. С. 1180–1187. DOI: 10.7868/ S0033849414120079.

Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981. Т. І. 280 с.

Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере. *Космические исследования*. 1967. Т. 5. Вып. 4. С.593–600.

Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.

Краснушкин П.Е. *Метод нормальных волн в применении к проблеме дальних радиосвязей*. М.: Изд-во МГУ, 1947. 52 с.

Краснушкин П.Е., Яблочкин Н.А. *Теория распростра*нения сверхдлинных волн. М.: Вычислительный центр АН СССР, 1963. 94 с.

Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Волновые катастрофы – фокусировки в дифракции и распространении электромагнитных волн. *Радиотехника и электроника*. 2006. Т. 51, № 10. С. 1155–1192.

Куркин В.И., Хахинов В.В. О возбуждении сферического волновода Земля—ионосфера произвольным распределением тока. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1984. Вып. 69. С. 16–22.

Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи. М.: Наука, 1981. 124 с.

Куркин В.И., Орлов А.И., Орлов И.И. и др. Исследование огибающих импульсного КВ-сигнала в окрестности каустики на основе метода нормальных волн. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1982. Вып. 60. С. 198–205.

Куркин В.И., Орлов А.И., Орлов И.И. Схема расчета характеристик импульсного декаметрового радиосигнала на основе численного суммирования нормальных волн. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1986. Вып. 75. С. 159–164.

Леонтович М.А., Фок В.А. Решение задачи о распространении электромагнитных волн вдоль поверхности Земли по методу параболического уравнения. ЖЭТФ. 1946. Т. 16, № 7. С. 557–573.

Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Применение метода характеристик для численного решения задач распространения радиоволн в неоднородной и нелинейной среде. *Радиотехника и электроника*. 1969. Т. 14, № 9. С. 1673–1677.

Макаров Г.Й., Новиков В.В., Рыбачек С.Т. *Распростра*нение радиоволн в волноводном канале Земля — ионосфера и в ионосфере. М.: Наука, 1993. 148 с.

Подлесный А.В., Брынько И.Г., Куркин В.И. и др. Многофункциональный ЛЧМ-ионозонд для мониторинга ионосферы. *Гелиогеофизические исследования*. 2013. Вып. 4. С. 24–31.

Подлесный А.В., Лебедев В.П., Ильин Н.В., Хахинов В.В. Реализация метода восстановления передаточной функции ионосферного радиоканала по результатам зондирования ионосферы непрерывным ЛЧМ-сигналом. Электромагнитные волны и электронные системы. 2014. Т. 19, № 1. Р. 63–70.

Пономарчук С.Н. Модель электрических свойств земной поверхности в КВ-диапазоне. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1984. Вып. 69. С. 42–47.

Пономарчук С.Н., Ильин Н.В., Пензин М.С. Модель распространения радиоволн в диапазоне частот 1–10 МГц на основе метода нормальных волн. *Солнечно-земная физика*. 2014. Вып. 25. С. 33–39.

Пономарчук С.Н., Грозов В.П., Ильин Н.В. и др. Возвратно-наклонное зондирование ионосферы непрерывным сигналом с линейной частотной модуляцией. Изв. вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64, № 8-9. С. 665–671. DOI: 10.52452/ 00213462_2021_64_08_655.

Попов В.Н., Потехин А.П. О распространении декаметровых радилволн в азимутально-симметричном волноводе Земля—ионосфера. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1984. Вып. 69. С. 9–15.

Потехин А.П., Орлов И.И. Приближенная формула суммирования ряда нормальных волн. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1981. Вып. 57. С. 135–137.

Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1983. 352 с.

Фок В.А. Проблемы диффракции и распространения электромагнитных волн. *Советское радио*, 1970. 520 с.

Хахинов В.В. Электродинамическая модель приемной антенны в рамках волноводного представления КВ-поля. Солнечно-земная физика. 2018. Т. 4, № 3. С. 114–118. DOI: 10.12737/szf-43201812.

Хединг Д. Введение в метод фазовых интегралов (метод ВКБ). М: Мир,1965. 240 с.

Черкашин Ю.Н. Применение метода параболического уравнения для расчета волновых полей в неоднородных

средах. *Радиотехника и электроника*. 1971. Т. 16, № 1. С. 173–174.

Чернов Ю.А. Возвратно-наклонное зондирование ионосферы. М: Связь, 1971. 204 с.

Anderson S. Cognitive HF radar. J. Eng. 2019. Vol. 2019, iss. 20. P. 6772–6776. DOI: 10.1049/joe.2019.0537.

Ayliffe J.K., Durbridge L.J., Frazer J.F., et al. The DST Group High-Fidelity, Multichannel Oblique Incidence Ionosonde. *Radio Sci.* 2019. Vol. 54, no. 1. P. 104–114. DOI: 10.1029/ 2018RS006681.

Baranov V.A., Popov A.V. Generalization of the parabolic equation for EM waves in a dielectric layer of nonuniform thickness. *Wave Motion*. 1993. Vol. 17, no. 4. P. 337–347. DOI: 10.1016/0165-2125(93)90013-6.

Baranov V.A., Karpenko A.L., Popov A.V. Evolution of Gaussian beams in the nonuniform Earth-ionosphere waveguide. *Radio Sci.* 1992. Vol. 27, no. 2. P. 307–314. DOI: 10.1029/91RS02639.

Bilitza D., Altadill D., Truhlik V., et al. International Reference Ionosphere 2016: From ionospheric climate to realtime weather predictions. *Space Weather*. 2017. Vol. 15, no.2. P. 418–429. DOI: 10.1002/2016SW001593.

Bremmer H. Terrestrial Radio Waves. *Theory of Propagation*. Amsterdam, 1949. 343 p.

Davydenko M.A., Ilyin N.V., Khakhinov V.V. On the shape of measured spectra of the ionosphere sounding by an FMCW signal under dispersion case. *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 2002. Vol. 64, no. 17. P. 1897–1902. DOI: 10.1016/S1364-6826(02)00196-7.

Ivanov D.V., Ivanov V.A., Ovchinnikov V.V., et al. Adaptive wideband equalization for frequency dispersion correction in HF band considering variations in interference characteristics and ionosphere parameters. *ITM Web Conf.* 2019a. Vol. 30, article number 15021. P. 1–6. DOI: 10.1051/itmconf/20193015021.

Ivanov, V.A., Ivanov D.V., Ryabova N.V., et al. Studying the Parameters of Frequency Dispersion for Radio Links of Different Length Using Software-Defined Radio Based Sounding System. *Radio Sci.* 2019b. Vol. 54, no. 1. P. 34–43. DOI: 10.1029/2018RS006636.

Kamel A., Felsen L.B. On the ray equivalent of a group of modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1982. Vol. 71, no. 6. C. 1445–1452. DOI: 10.1121/1.387841.

Khakhinov V.V., Kurkin V.I. Waveguide approach to modeling of the ionosphere radiochannel. *Proc. of the 11-th Inter. conf. on mathematical methods in electromagnetic theory MMET-2006, IEEE: 06EX1428. Kharkiv, Ukraine.* 2006. P. 284–286. DOI: 10.1109/MMET.2006.1689693.

Zernov N.N., Gherm V.E., Zaalov N.Yu., Nikitin A.V. The generalization of Rytov's method to the case of inhomogeneous media and HF propagation and scattering in the ionosphere. *Radio Sci.* 1992. Vol. 27, no. 2. P. 235–244. DOI: 10.1029/91rs02920.

URL: http://ckp-rf.ru/ckp/3056/ (дата обращения 2 июня 2023 г.).

Как цитировать эту статью:

Куркин В.И., Ильин Н.В., Пензин М.С., Пономарчук С.Н., Хахинов В.В. Моделирование КВ-радиоканала на основе волноводного подхода. *Солнечно-земная физика*. 2023. Т. 9, № 4. С. 91–103. DOI: 10.12737/szf-94202311.