

Конференция "Высокоширотные гелиогеофизические явления"  
памяти Е.А. Пономарева, г. Иркутск, 3-4 сентября 2009 г.

**О теории градиентно-дрейфовых  
неустойчивостей и ее применении к объяснению  
150км экваториального радиоэхо.**

Бернгардт О.И., Потехин А.П.,

Институт солнечно-земной физики СО РАН

Иркутск, сентябрь 2009

# Традиционное решение

Согласно [Fejer, Providakes, Farley, JGR, 1984; Farley, Annales Geophysicae 2009]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\omega) &= \omega_r = \frac{\vec{k} \vec{V}_d}{1 + \Psi} \\ \operatorname{Im}(\omega) &= \frac{1}{(1 + \Psi)} \left( \frac{\Psi}{\nu_{in}} (\omega_r^2 - k^2 C_s^2) + \frac{\omega_r \nu_{in}}{k \Omega_i} \left( \vec{k} \left( \frac{\vec{\nabla} N_e}{N_e} \times \frac{\vec{B}}{B} \right) \right) \right) \\ \Psi &= \frac{\nu_{en} \nu_{in}}{\Omega_e \Omega_i} \left( 1 + \frac{\Omega_e^2 k_{||B}^2}{\nu_{en}^2 k^2} \right) \end{aligned}$$

Условия получения:

1.  $\vec{k} \vec{V}_d \ll \nu_{in}$ . Проблема - не описывается ситуация УКВ радаров при больших возмущениях ( $k > 1$ ,  $V_d \sim 3000 \text{ m/s}$ ,  $\nu_{in} \sim 200 - 4000$ )

2. Электроны замагничены  $\nu_{en} \ll \Omega_e$ . Проблема: не описывается ситуация высот ниже 90-100 км.

3. Пренебрежение членом  $\left( \vec{V} \vec{\nabla} \right) \vec{V}$  в уравнениях магнитогидродинамики

4. Скорость дрейфа определяется в виде:

$$\vec{V}_d = \vec{V}_e - \vec{V}_i = \widehat{D}_1 \vec{E}$$

и отброшен член, связанный с дрейфом в присутствии градиентов

$$\vec{V}_d = \vec{V}_e - \vec{V}_i = \widehat{D}_1 \vec{E} + \widehat{D}_2 \frac{\vec{\nabla} N_e}{N_e}$$

# Уравнения двухжидкостной магнитогидродинамики (МГД)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_\alpha}{dt} + \vec{\nabla} \cdot (N_\alpha \vec{V}_\alpha) = 0 \\ m_\alpha N_\alpha \frac{\partial \vec{V}_\alpha}{\partial t} = -Z_\alpha e N_\alpha (\vec{E} + \vec{V}_\alpha \times \vec{B}) + \\ \underline{-m_\alpha N_\alpha (\vec{V}_\alpha \vec{\nabla}) \vec{V}_\alpha - \vec{\nabla} \cdot (T_\alpha N_\alpha) - N_\alpha m_\alpha \vec{V}_\alpha \nu_{\alpha n}^{t,\mu}} \\ \vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{\nabla} \Phi \\ -\nabla^2 \Phi = e(Z_i N_i + N_e) \\ \vec{B} = \vec{B}_0 \end{array} \right.$$

Дополнительный член,  
обычно не учитываемый

## Стационарное решение МГД уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\nabla} (N_{\alpha 0} \vec{V}_{\alpha 0}) = 0 \\ 0 = Z_{\alpha} e N_{\alpha 0} \vec{E}_0 + Z_{\alpha} e N_{\alpha 0} \vec{V}_{\alpha 0} \times \vec{B}_0 + \\ - m_{\alpha} N_{\alpha 0} (\vec{V}_{\alpha 0} \vec{\nabla}) \vec{V}_{\alpha 0} - \vec{\nabla} (T_{\alpha 0} N_{\alpha 0}) + \\ - N_{\alpha 0} m_{\alpha} \vec{V}_{\alpha 0} \nu_{\alpha n}^{t, \mu} \\ 0 = e (Z_i N_{i0} + N_{e0}) \end{array} \right.$$

$$\vec{V}_{\alpha 0} = -\widehat{D}_{\alpha} \frac{\vec{\nabla} N_{\alpha}}{N_{\alpha 0}} - \widehat{D}_{T_{\alpha}} \frac{\vec{\nabla} T_{\alpha}}{T_{\alpha}} - \frac{\widehat{\sigma}_{\alpha}}{Z_{\alpha} e N_{\alpha 0}} \vec{E}_0$$

# Нестационарное решение МГД уравнений в приближении ГО

$$\delta N_{\alpha}(\vec{r}, t) = e^{-i\psi(\mu \vec{r}, \mu t)/\mu} N_{\alpha 1}(\mu \vec{r}, \mu t)$$

$$\delta \vec{V}_{\alpha}(\vec{r}, t) = e^{-i\psi(\mu \vec{r}, \mu t)/\mu} \vec{V}_{\alpha 1}(\mu \vec{r}, \mu t)$$

$$\delta \vec{E}(\vec{r}, t) = -\vec{\nabla} \left( e^{-i\psi(\mu \vec{r}, \mu t)/\mu} \Phi_1(\mu \vec{r}, \mu t) \right)$$

$$\begin{cases} P_{\alpha 1} N_{\alpha 1} + \vec{P}_{\alpha 2} \vec{V}_{\alpha 1} = 0 \\ \vec{P}_{\alpha 3} N_{\alpha 1} + \widehat{P}_{\alpha 0} \vec{V}_{\alpha 1} + \vec{P}_{\alpha 4} \Phi_1 = 0 \\ Z_i N_{i1} = -N_{e1} - \frac{1}{e} \Phi_1 (\vec{\nabla} \psi)^2 \end{cases}$$

Дисперсионное уравнение в операторной форме

$$\begin{cases} C_{1i}(\psi)N_{i1} + C_{2i}(\psi)\Phi_1 = 0 \\ C_{1e}(\psi)N_{e1} + C_{2e}(\psi)\Phi_1 = 0 \\ Z_i N_{i1} = -N_{e1} - \frac{1}{e}\Phi_1(\vec{\nabla}\psi)^2 \end{cases}$$

$$C_{1\alpha}(\psi) = A(\dots) \left( P_{\alpha 1} - \vec{P}_{\alpha 2} \left( \hat{P}_{\alpha 0}^{-1} \vec{P}_{\alpha 3} \right) \right)$$

$$C_{2\alpha}(\psi) = -A(\dots) \vec{P}_{\alpha 2} \left( \hat{P}_{\alpha 0}^{-1} \vec{P}_{\alpha 4} \right)$$

$$C_{1i}(\psi)C_{2e}(\psi) + Z_i C_{1e}(\psi)C_{2i}(\psi) = 0$$

## Дисперсионное уравнение – новые параметры

$$\vec{K}_N = \frac{\vec{\nabla} N_{\alpha 0}}{N_{\alpha 0}}$$

$$\tilde{\omega}_{\alpha N} = \frac{\partial \psi}{\partial t} + \vec{V}_{\alpha 0} \vec{\nabla} \psi + i \vec{K}_N \vec{V}_{\alpha 0}$$

$$\vec{k}_N = \vec{\nabla} \psi + i \vec{K}_N$$

$$\nu_{\alpha n N}^{t, \mu} = \nu_{\alpha n}^{t, \mu} + \vec{K}_N \vec{V}_{\alpha 0}$$

$$\delta \tilde{\omega}_{\beta \alpha N} = \left( \vec{V}_{\alpha 0} - \vec{V}_{\beta 0} \right) \left( \vec{k} - i \vec{K}_N \right)$$

## Дисперсионное уравнение – вид в новых параметрах

$$f(x) = 0$$

$$\begin{aligned}
 f(x) = & m_\alpha x (x - i\nu_{\alpha n N}^{t,\mu}) \left( \Omega_\alpha^2 + (\nu_{\alpha n N}^{t,\mu} + ix)^2 \right) \cdot \\
 & \cdot \left( \Omega_\beta^2 (\widehat{\vec{b} \vec{k}})^2 + \left( \nu_{\beta n N}^{t,\mu} + i(x + \delta\tilde{\omega}_{\beta\alpha N}) \right)^2 (\vec{k})^2 \right) + \\
 & + m_\beta (x + \delta\tilde{\omega}_{\beta\alpha N}) \left( x + \delta\tilde{\omega}_{\beta\alpha N} - i\nu_{\beta n N}^{t,\mu} \right) \cdot \\
 & \cdot \left( \Omega_\beta^2 + \left( \nu_{\beta n N}^{t,\mu} + i(x + \delta\tilde{\omega}_{\beta\alpha N}) \right)^2 \right) \cdot \\
 & \cdot \left( \Omega_\alpha^2 (\widehat{\vec{b} \vec{k}})^2 + (\nu_{\alpha n N}^{t,\mu} + ix)^2 (\vec{k})^2 \right) + \\
 & - (T_\alpha + T_\beta) \left( |\widehat{\vec{b} \vec{k}}|^2 \Omega_\alpha^2 + |\vec{k}|^2 (\nu_{\alpha n N}^{t,\mu} + ix)^2 \right) \cdot \\
 & \cdot \left( \Omega_\beta^2 (\widehat{\vec{b} \vec{k}})^2 + \left( \nu_{\beta n N}^{t,\mu} + i(x + \delta\tilde{\omega}_{\beta\alpha N}) \right)^2 (\vec{k})^2 \right)
 \end{aligned}$$

where

$$x = \frac{\partial \psi}{\partial t} - \vec{V}_{\alpha 0} \vec{k} + i\vec{K}_N \vec{V}_{\alpha 0}$$



# Решение дисперсионного уравнения – метод Ньютона

$$x_0 = - \frac{g(x)}{\left( \frac{dg}{dx} \right)} \Big|_{x=0}$$

# Решение дисперсионного уравнения для высот 80-120км

$$\Psi = \frac{m_i \nu_{in} (\Omega_i^2 + \nu_{in}^2) \left( \Omega_e^2 (\widehat{b} \vec{k})^2 + (\nu_{en})^2 (\vec{k})^2 \right)}{\nu_{en} m_e (\Omega_e^2 + \nu_{en}^2) \left( \Omega_i^2 (\widehat{b} \vec{k})^2 + \nu_{in}^2 (\vec{k})^2 \right)}$$

При замагниченных электронах и незамагниченных ионах решение переходит в стандартное:

$$\Psi = \frac{\nu_{in} \nu_{en}}{\Omega_i \Omega_e} \left( 1 + \frac{\Omega_e^2 (\widehat{b} \vec{k})^2}{(\nu_{en})^2 k^2} \right)$$

При замагниченных ионах и электронах (высоты выше E-слоя)

$$\Psi = \frac{\nu_{in} \Omega_i \left( \Omega_e^2 (\widehat{b} \vec{k})^2 + (\nu_{en})^2 (\vec{k})^2 \right)}{\nu_{en} \Omega_e \left( \Omega_i^2 (\widehat{b} \vec{k})^2 + \nu_{in}^2 (\vec{k})^2 \right)}$$

вблизи перпендикуляра  $\Psi = \frac{\nu_{in} m_i}{\nu_{en} m_e}$  - аналогично стандартному.

вдали от перпендикуляра

$$\Psi = \frac{\nu_{en} m_e}{\nu_{in} m_i} \left( 1 + \frac{\Omega_e^2 (\widehat{b} \vec{k})^2}{(\nu_{en})^2 k^2} \right) - \text{другое асимптотическое значение,}$$

не стремящееся к нулю с увеличением степени замагниченности (асимптота порядка 0.01 вместо 0.0001 в ионосфере)

При незамагниченных ионах и электронах (высоты ниже E-слоя)

$\Psi = \frac{m_i \nu_{in}}{\nu_{en} m_e}$  - велика, но не стремящаяся бесконечности с уменьшением степени замагниченности (асимптота порядка 100 вместо 10000 в ионосфере)

Следовательно, неустойчивости Farley-Buneman -а могут присутствовать и в области частично замагниченных электронов (ниже 90км), и существующая теория пригодна для их описания с минимальными модификациями.

Решение дисперсионного уравнения для высот 140-200км

$$x_0 = i\nu_{inN}^{t,\mu} \frac{1}{\frac{\nu_{inN}^{t,\mu} (\Omega_e \Omega_i) m_i}{\nu_{enN}^{t,\mu} (T_e + T_i) |\vec{k}|^2} + 1} \approx i \frac{\nu_{enN}^{t,\mu} (T_e + T_i) |\vec{k}|^2}{(\Omega_e^2) m_e}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} \approx i \frac{\nu_{enN}^{t,\mu} (T_e + T_i) |\vec{k}|^2}{(\Omega_e^2) m_e} - i \vec{K}_N \vec{V}_{e0} + \vec{V}_{e0} \vec{k}$$

$$\frac{\vec{\nabla} N_{\alpha 0}}{N_{\alpha 0}} \vec{V}_{e0} > D_{A\perp} |\vec{k}|^2$$

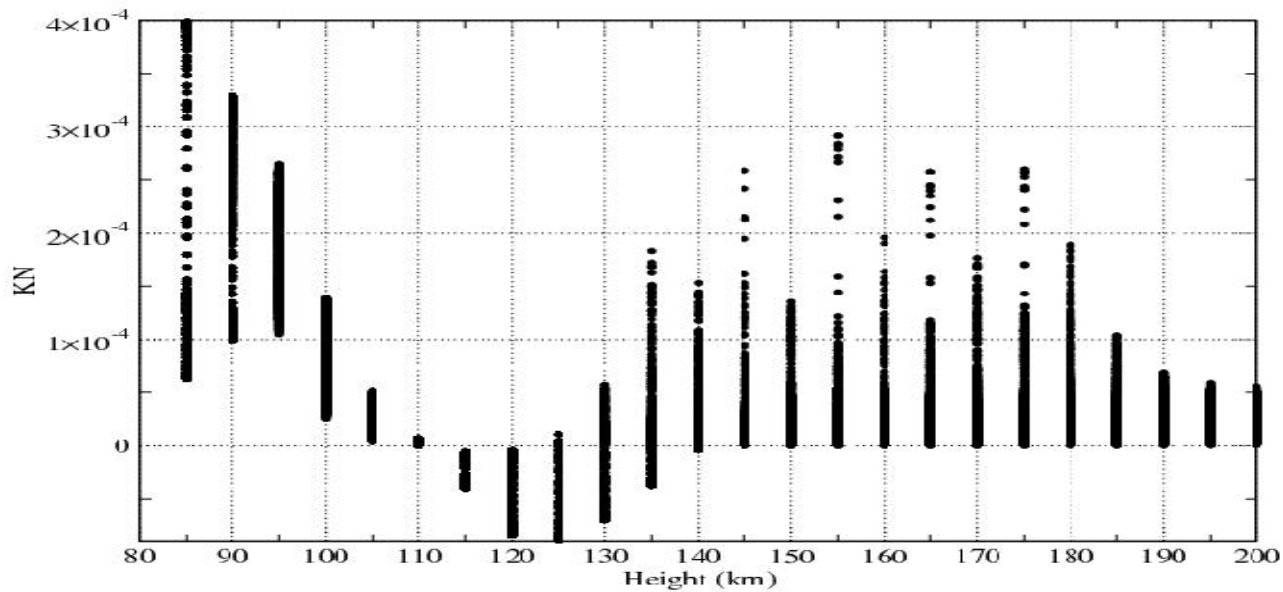
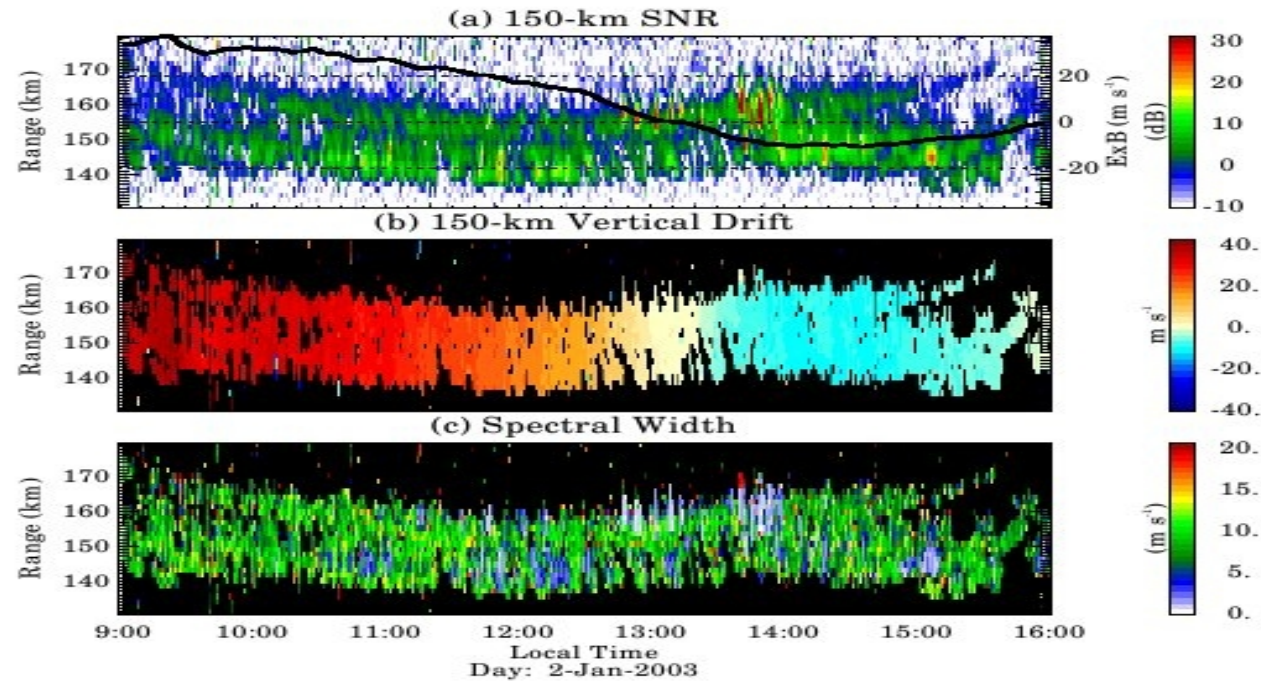
where

$$D_{A\perp} = \frac{\nu_{en} \frac{(T_e + T_i)}{m_i}}{\Omega_e \Omega_i}$$

# Сравнение со 150км экваториальным эхо – ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ВЫСОТЫ

J. L. Chau and E. Kudeki: Statistics of 150-km echoes over Jicamarca

1307



# Сравнение со 150км экваториальным эхо – зависимость от времени

Chau and E. Kudeki: Statistics of 150-km echoes over Jicamarca

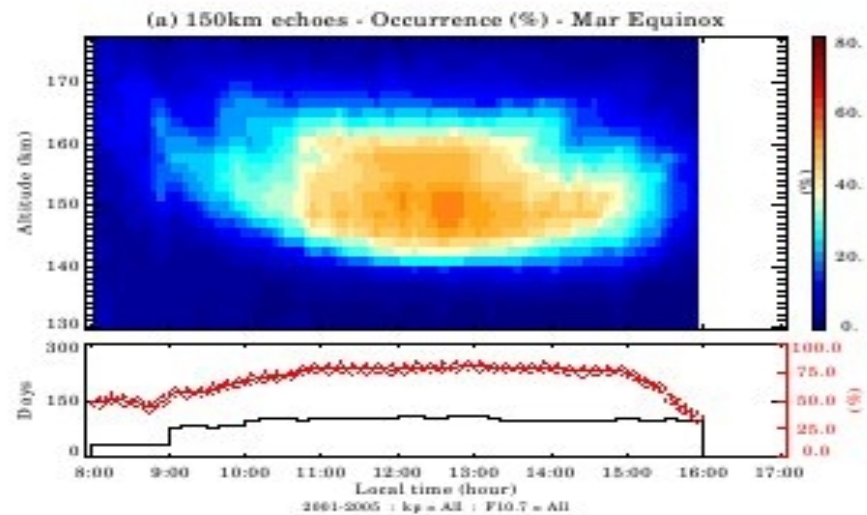
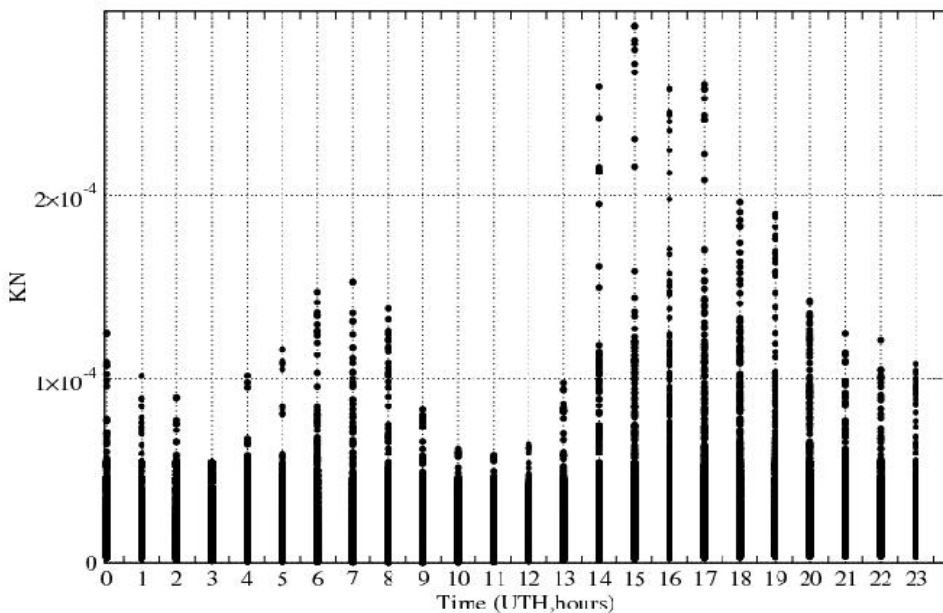


Fig. 4. Diurnal occurrence of 150-km echoes for March equinox.

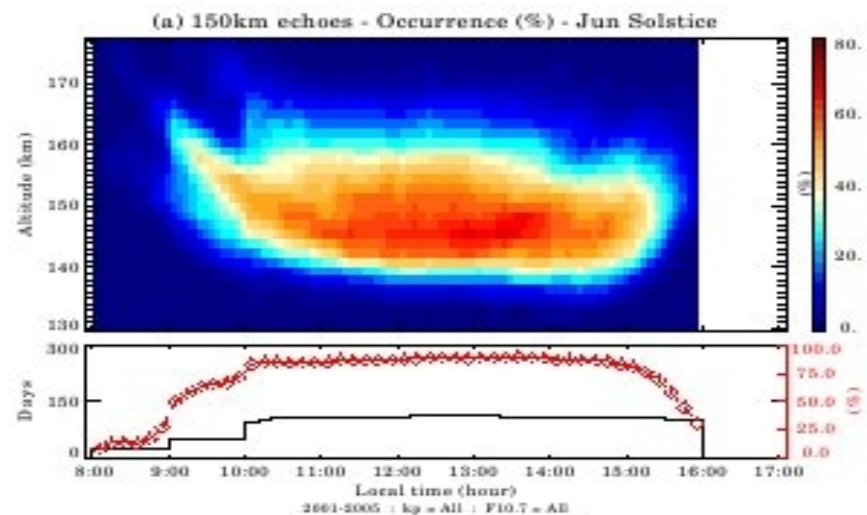
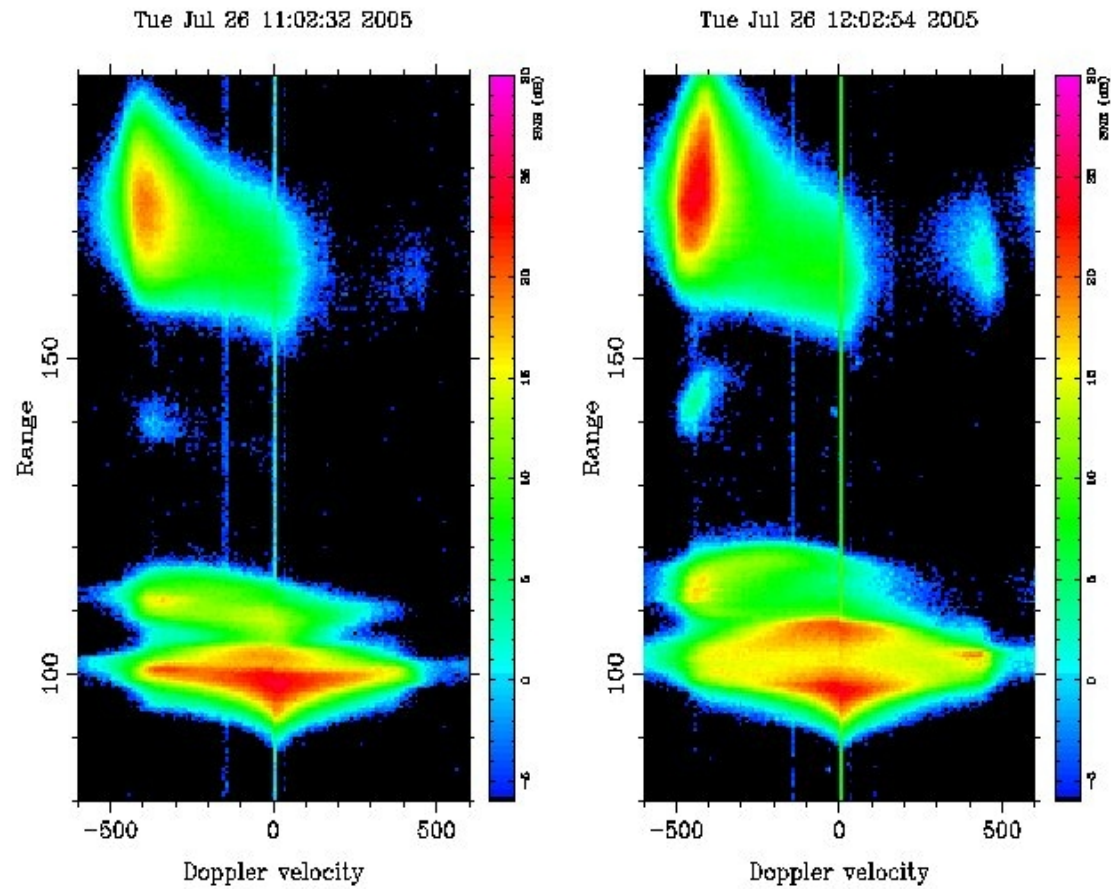


Fig. 5. Diurnal occurrence of 150-km echoes for June solstice period.

# Сравнение со 150км экваториальным эхо – смещение частоты

D. L. Hysell et al.: Equatorial electrojet irregularities





## Заключение

- 1) В рамках двухжидкостной магнитогидродинамики и приближения геометрической оптики получено дисперсионное уравнение ионнозвуковых неустойчивостей для трехмерной слабонеоднородной ионосферы в диапазоне высот 80-200км с учетом произвольной замагниченности электронов и ионов и не учитываемого ранее члена уравнений МГД.
- 2) Показано, что дисперсионное уравнение имеет вид полинома  $6^{\text{й}}$  степени по частоте и имеет не более 6 решений,
- 3) Предложен метод нахождения ближайшего к нулю решения дисперсионного уравнения – метод линеаризации Ньютона
- 4) Получено растущее решение для диапазона высот 140-200км, дающее возможное объяснение 150км экваториального эхо.