

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ АЛЬФВЕНОВСКОГО РЕЗОНАНСА НА ОСНОВНУЮ МОДУ, ГЕНЕРИРУЕМУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ НА МАГНИТОПАУЗЕ

Д.А. Чуйко

### INVESTIGATION INTO THE ALFVÉN RESONANCE EFFECT ON THE FUNDAMENTAL MODE GENERATED BY INSTABILITY AT THE MAGNETOPAUSE

D.A. Chuiko

Решена задача о структуре поверхностной волны, которая генерируется сдвиговым течением на магнитопаузе и частично поглощается в области альфвеновского резонанса. Определена пространственная структура волны при наличии альфвеновского резонанса вблизи переходного слоя магнитопаузы. Получены аналитические выражения, описывающие частоту и инкремент поверхностной волны, а также ее пространственную структуру в одномерно-неоднородных моделях среды. Обсуждена возможность нагрева плазмы переходного слоя магнитопаузы посредством альфвеновского резонанса.

We have resolved the problem of the structure of the surface wave which is generated by the shear flow on the magnetopause and is partially absorbed in the Alfvén resonance region. The spatial structure of the wave at the presence of the Alfvén resonance near the transition layer of the magnetopause is defined. Analytical expressions describing the frequency and increment of the surface wave, as well as its spatial structure, are obtained for one-dimensionally inhomogeneous medium models. The possibility of the transition layer plasma heating due to the Alfvén resonance is discussed.

#### Введение

В системе солнечный ветер – магнитосфера существует набор мод собственных колебаний [Mills, Wright, 1999]. При этом нулевая мода системы (в работе [Targoyan, Erdelyi, 2002] авторами вводится специальное название для этой моды «primary mode» – основная мода) является поверхностной волной на границе раздела солнечный ветер – магнитосфера.

Неустойчивость Кельвина–Гельмгольца на магнитопаузе является одним из основных источников энергии крупномасштабных колебаний магнитосферы Земли. Порог по скорости солнечного ветра ( $V_{SW}$ ) этой неустойчивости для нулевой, или основной, моды из указанного выше набора собственных мод представляет особый интерес ввиду того, что он достигается при наименьшей скорости солнечного ветра. Это означает, что такая мода МГД-колебаний может присутствовать в магнитосфере регулярно, для этого не требуется особых условий (большой скорости солнечного ветра). Еще раз отметим, что нулевая, или основная, мода системы является поверхностной волной на границе раздела солнечный ветер – магнитосфера.

Благодаря космическому проекту THEMIS, стартовавшему в 2007 г., стало возможным одновременное измерение параметров плазмы сразу во многих точках различных магнитосферных оболочек и в области солнечного ветра. Пять спутников, следующие друг за другом, позволяют одновременно измерять амплитуды ULF-волн на некотором отрезке поперек магнитопаузы во время ее пересечения, что является необходимым для наблюдения пространственной структуры данных волн, поскольку область их локализации может простираться достаточно далеко в солнечный ветер.

Рассматриваемая нами основная мода может возбуждать альфвеновскую волну на резонансной магнитной оболочке, локализованной вблизи магнитопаузы. Более высокие гармоники (с номерами  $n > 0$ ) имеют резонансные оболочки только в глубине магнитосферы [Мазур, Чуйко, 2012]. Для них область магнитосферы, прилегающая к магнитопаузе,

является областью прозрачности, а резонансные оболочки расположены в области непрозрачности внутри магнитосферы.

Напомним, что альфвеновский резонанс является диссипативным механизмом для БМЗ-волны. Энергия БМЗ-волны просачивается в область непрозрачности и диссирирует в узкой окрестности резонансной оболочки.

Анализ экспериментальных данных [Roux, Robert, 2011] показал, что имеется корреляция между нагревом электронов и ULF-волнами. В качестве механизмов этого нагрева рассматриваются затухание Ландау [Roux, Robert, 2011], турбулентность [Chaston, Bonnell, 2008], стохастическое нагревание кинетическими альфвеновскими волнами [Jay, 2001].

Опираясь на результаты предыдущих работ [Мазур, Чуйко, 2011, 2012], в настоящей работе мы исследуем возможность нагрева плазмы магнитопаузы. Механизм нагрева состоит в следующем. Кинетическая энергия солнечного ветра переходит в энергию колебаний основной моды посредством неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. Энергия основной моды может диссирировать в магнитосферной части переходного слоя, близкой к магнитопаузе, – в области альфвеновского резонанса.

#### Модель среды

Схематическое изображение фланговой области магнитосферы и прилегающей к ней части солнечного ветра, а также используемая нами одномерная модель этих областей представлены на рис. 1. Из этого рисунка видно соответствие между различными элементами модели и реальной системы. Будем полагать, что в полупространстве, отвечающем магнитосфере, плазма холодная, так что скорость звука  $c_s$  можно пренебречь по сравнению со скоростью Альфвена  $c_A$  (характерное значение  $\beta_M=0.5$ ), и наоборот, плазму в полупространстве солнечного ветра будем считать горячей и пренебречь скоростью Альфвена по сравнению со скоростью звука (плазменное  $\beta$  солнечного ветра зависит от солнечной активности, но остается большим единицы,

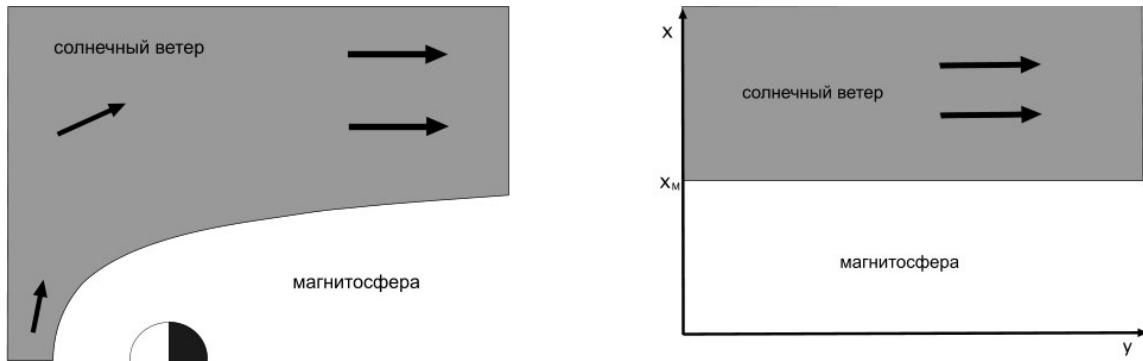
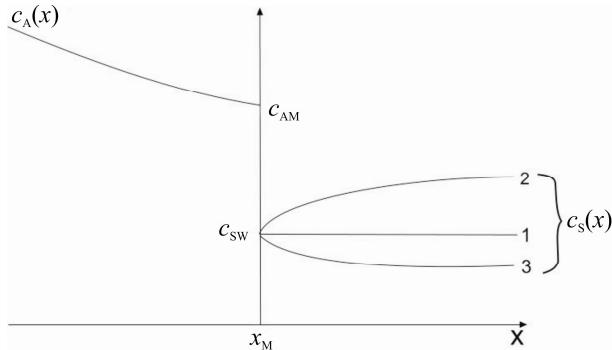


Рис. 1. Соответствие элементов реальной среды и используемой одномерно-неоднородной модели.

Рис. 2. Зависимость от координаты  $x$  скорости Альфвена  $c_A(x)$  в магнитосфере. Точка  $x=x_M$  – координата магнитопаузы.

хотя при некоторых условиях ненамного). Последнее предположение означает, что наличием магнитного поля в солнечном ветре можно пренебречь.

На рис. 2 представлен схематический график зависимости от  $x$  скорости Альфвена в магнитосфере и скорости звука в солнечном ветре. Монотонная зависимость  $c_A(x)$  означает, что мы игнорируем наличие мелких структурных элементов магнитосферы. На интересующие нас колебания глобального масштаба такие структурные элементы не оказывают существенного влияния. Мы также игнорируем существование плазмосферы, поскольку плазмосфера находится глубоко в области непрозрачности рассматриваемого набора собственных мод. Будем считать, что магнитосферное магнитное поле  $B_M$  направлено по оси  $Z$ . Условие равновесия плазмы, следующее из уравнений идеальной МГД, имеет вид

$$\rho \vec{U} \cdot \vec{\nabla} \vec{U} = \frac{1}{c} \vec{J} \times \vec{B}_M - \vec{\nabla} \frac{\vec{B}_M^2}{8\pi},$$

где  $\rho$  – плотность плазмы,  $\vec{U}$  – средняя скорость ее глобального движения,  $\vec{J}$  – ток, протекающий в плазме,  $c$  – скорость света в вакууме. Пренебрегая наличием глобальных токов ( $\vec{J}$ ) и глобального движения плазмы ( $\vec{U}$ ), получаем

$$\vec{\nabla} \frac{\vec{B}_M^2}{8\pi} = 0,$$

откуда следует  $B_M = \text{const}$ .

В работе [Jay, 2001] показано, что в неустойчивом режиме набор собственных мод системы солнеч-

ческий ветер–магнитосфера не зависит от выбора модели солнечного ветра (см. рис. 2), поскольку характерный масштаб колебаний в солнечном ветре много меньше масштаба неоднородности плазмы. Следовательно, результаты настоящей работы применимы для всех трех моделей среды, показанных на рис. 2.

#### Нулевая (основная) мода

В описанной выше модели существует набор собственных мод резонатора [Мазур, Чуйко, 2011]. При различных профилях скорости солнечного ветра в переходном слое гармоническая структура собственных мод может частично распространяться в область солнечного ветра. При этом нулевая, или основная, мода системы является поверхностной волной на границе раздела солнечный ветер – магнитосфера. Для существования основной моды рассматриваемого резонатора необходимо наличие сдвигового течения солнечного ветра (см. работу [Мазур, Чуйко, 2012]). В рассматриваемой нами задаче собственные моды черпают энергию из сдвигового течения на магнитопаузе из-за развивающейся в нем неустойчивости Кельвина–Гельмольца. При этом только нулевая мода является поверхностной волной на границе раздела солнечный ветер – магнитосфера. Это значит, что и магнитосфера, и солнечный ветер являются областями непрозрачности для нулевой моды и при определенных условиях на магнитопаузе появляется интересующий нас альфвеновский резонанс. В рассматриваемой одномерно-неоднородной модели среды с прямыми силовыми линиями геомагнитного поля эти условия выполняются. Альфвеновский резонанс локализован в точке  $x_A$ , определяемой из условия

$$c_A(x_A) = \frac{\omega}{k_z}.$$

В работе [Мазур, Чуйко, 2012] нами исследовалось влияние альфвеновского резонанса на моды с номером выше нулевой, для которых резонанс находился в глубине магнитосферы. Здесь же мы исследуем случай, когда и альфвеновский резонанс, и скачок параметров плазмы расположены вблизи магнитопаузы.

#### Влияние альфвеновского резонанса на нулевую моду

Зависимость проекции  $\xi_x$  вектора смещения плазмы от координат ( $x, y, z$ ) и времени ( $t$ ) выберем в виде

$$\xi_x(x, y, z, t) = \xi_x(x) \exp(ik_y y + ik_z z - i\omega t),$$

где  $\omega$  – частота волн. Другие возмущенные величины имеют аналогичную зависимость.

Уравнение, описывающее структуру колебания по координате  $x$ , в приближении идеальной МГД имеет вид [Duhamel, Gratton, 1975]

$$\frac{d}{dx} \frac{\rho_0 \Omega_A^2}{K^2} \frac{d\xi_x}{dx} + \rho_0 \Omega_A^2 \xi_x = 0.$$

Здесь  $\rho_0 = \rho_0(x)$  – плотность плазмы,

$$\Omega_A^2 = \bar{\omega}^2 - k_z^2 c_A^2, \quad \bar{\omega} = \omega - \vec{k}_t \vec{V}_{SW}, \quad \vec{k}_t = (0, k_y, k_z),$$

$$K^2 = \frac{\bar{\omega}^4}{\bar{\omega}^2(c_A^2 + c_S^2) - k_z^2 c_A^2 c_S^2} - k_t^2, \quad k_t^2 = k_y^2 + k_z^2.$$

В дальнейшем мы будем вместо смещения  $\xi_x$  использовать функцию

$$\zeta(x) = -\frac{\rho_0 \Omega_A^2}{K^2} \frac{d\xi_x}{dx}.$$

Ее уравнение имеет вид

$$\frac{d^2 \zeta}{dx^2} - \frac{d \ln \rho_0 \Omega_A^2}{dx} \frac{d\zeta}{dx} + K^2 \zeta = 0. \quad (1)$$

Через функцию  $\zeta(x)$  можно выразить все возмущенные величины. В частности, для смещения плазмы и полного возмущенного давления (суммы газокинетического ( $p$ ) и магнитного) имеем

$$\xi_x = \frac{1}{\rho_0 \Omega_A^2} \frac{d\zeta}{dx},$$

$$P = p + \frac{B_0 B_z}{4\pi} = \zeta(x).$$

Границные условия для уравнения (1) при  $x \rightarrow \pm\infty$  в области непрозрачности сводятся к требованию ограниченности решения. На магнитопаузе,  $x=x_M$ , коэффициенты уравнения (1) изменяются скачком. Из этого уравнения следуют условия сшивки

$$\left. \zeta \right|_{x_M} = 0,$$

$$\left. \left\{ \frac{1}{\rho_0 \Omega_A^2} \frac{d\zeta}{dx} \right\} \right|_{x_M} = 0,$$

где символ  $\{f\}_{x_M}$  означает скачок величины  $f$  в точке  $x_M$ .

Дисперсионное соотношение получается из условий сшивки. Пользуясь результатами работ [Мазур, Чуйко, 2011; Мазур, 2010], определяем левую  $f_M(u)$  (магнитосферную) и правую  $f_W(w)$  (солнечно-ветровую) части дисперсионного соотношения вблизи прежнего (без учета альфвеновского резонанса) порогового значения приведенной частоты  $u$ .

Если  $|u^2 - u_A^2| \ll 1$ , то

$$f_M(u) = \frac{2}{\gamma} \frac{u^2 - u_A^2}{\sqrt{1-u_A^2}} \frac{K_1(\frac{u_A^2 - u^2}{\sigma})}{K_0(\frac{u_A^2 - u^2}{\sigma})}$$

при  $u^2 < u_A^2$ ,

$$f_M(u) = \frac{2}{\gamma} \frac{u^2 - u_A^2}{\sqrt{1-u_A^2}} \frac{I_1(\frac{u^2 - u_A^2}{\sigma}) + \frac{i}{\pi} K_1(\frac{u^2 - u_A^2}{\sigma})}{I_0(\frac{u^2 - u_A^2}{\sigma}) - \frac{i}{\pi} K_0(\frac{u^2 - u_A^2}{\sigma})}$$

при  $u^2 > u_A^2$ , где  $\sigma = \frac{u_A^2}{\sqrt{1-u_A^2}} (k_t l_M)^{-1}$ ,  $u_A = \frac{k_z}{k_t}$ .

Для функции  $f_W(w)$  используем выражение

$$f_W(w) = -\frac{w^2}{\sqrt{1-w^2}},$$

которое получается в модели однородного солнечного ветра. Для моделей с неоднородным солнечным ветром оно применимо во всей комплексной плоскости  $w$  за исключением узких полос, которые были рассмотрены в работе [Мазур, Чуйко, 2011] и находятся вдали от значений  $w$ , характерных для полученного нами решения.

Введем обозначения

$$\xi = \frac{u^2 - u_A^2}{2\sigma}, \quad v = \frac{u_A}{\sigma} \left( \frac{\vec{V}_{SW} \cdot \vec{k}_t}{k_t c_{AM}} - u_A \right),$$

$$\varepsilon^2 = \frac{2}{\gamma} \frac{\alpha^2 u_A^2}{\sigma \sqrt{1-u_A^2}} = 1, \quad \eta = \frac{\xi - v}{\varepsilon},$$

$$\phi(\xi) = \begin{cases} \frac{2\xi}{K_0(-2\xi)} \frac{K_1(-2\xi)}{K_0(-2\xi)}, & \text{если } \xi < 0, \\ \frac{2\xi}{I_0(2\xi)} \frac{I_1(2\xi) + \frac{i}{\pi} K_1(2\xi)}{I_0(2\xi) - \frac{i}{\pi} K_0(2\xi)}, & \text{если } \xi > 0, \end{cases} \quad (2)$$

после чего дисперсионное уравнение  $f_M(u) = f_W(w)$  принимает вид

$$\phi(v + \varepsilon\eta(\xi)) = -\eta^2(\xi). \quad (3)$$

Уравнение (3) можно рассматривать как неявно заданную функцию  $\xi(v)$  или, исходя из определений (2), как зависимость приведенной частоты колебаний от скорости сдвигового течения  $v$ .

При  $v=0$  имеются два решения. Первое решение –  $\xi=0$  ( $\phi(0)=0$ ). Второе решение является корнем трансцендентного уравнения, которое решалось методом последовательных приближений. Не приводя громоздких вычислений, с точностью до первого порядка по  $\xi(\varepsilon)$  получаем

$$\xi = -\frac{\varepsilon}{\left( \ln \frac{1}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Отталкиваясь от полученного решения, можно построить решение в некой окрестности точки  $v=0$ . Как видно из рис. 3, вблизи точки  $\xi=0$  выполняется соотношение  $\xi=v$  (вершина параболы близка к началу отсчета), тогда уравнение (3) имеет решение

$$\xi = -\exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{v^2} - \gamma\right), \quad (4)$$

которое очевидно совпадает с первым решением в точке  $v=0$ . Поправка ко второму решению находитсѧ методом последовательных приближений из соотношения  $\xi=v+\varepsilon\eta$ . В результате имеем

$$\xi = v - \frac{\varepsilon}{(\ln \frac{1}{\varepsilon})^{\frac{1}{2}}}. \quad (5)$$

Решения (4) и (5) применимы в малой окрестности вблизи  $\xi=0$  при условии

$$v \ll \frac{\varepsilon}{(\ln \frac{1}{\varepsilon})^{\frac{1}{2}}}.$$

Из рис. 3 также видно, что при дальнейшем увеличении  $v$  график правой части (4) находится в такой области, где он не имеет пересечений с графиком левой части дисперсионного соотношения, и решение дисперсионного соотношения не имеет вещественных корней, а имеет лишь мнимые корни. В этой области  $v$  корни дисперсионного уравнения комплексные. При  $v \geq \bar{v}$ , где  $\bar{v}$  – некоторое критическое значение, возникает неустойчивость рассматриваемой основной моды колебаний. Это значит, что существует пороговое значение скорости сдвигового течения ( $v \sim V_{sw}$  см. (2)), ниже которого система устойчива. Возникает вопрос: происходит ли отрыв ветвей параболы  $-\eta^2$  от кривой  $\square$  поочереди или одновременно. Подробный анализ показывает, что отрыв происходит одновременно, и дает следующие значения для точки отрыва и пороговой частоты:

$$\bar{v} = \frac{\varepsilon}{\left(\ln \frac{1}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}},$$

$$\bar{\xi} = \frac{\varepsilon}{2\left(\ln \frac{1}{\varepsilon}\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

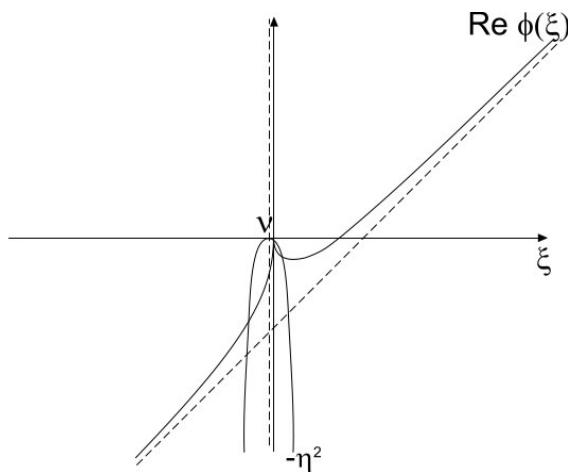


Рис. 3. Правая и левая части дисперсионного соотношения. Пересечение графиков дает вещественное решение.

Найдем теперь продолжения первого и второго решений и получим решение дисперсионного уравнения вблизи порога ( $v > \bar{v}$ ). Для этого разложим правую и левую части (3) в ряд Тейлора и сократим слагаемые главного порядка теории возмущений. В результате получаем

$$\frac{1}{2}(-2 - \varepsilon^2 \phi''(\bar{\xi}))(\xi - \bar{\xi})^2 = 2\bar{v}(v - \bar{v}), \quad (6)$$

откуда

$$\xi = \bar{\xi} \pm i \frac{\varepsilon^{\frac{1}{2}}}{(\ln \frac{1}{\varepsilon})^{\frac{3}{4}}} (v - \bar{v})^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

Решение (7) применимо в малой окрестности точки отрыва, такой что

$$|v - \bar{v}| \ll \frac{\varepsilon}{(\ln \frac{1}{\varepsilon})^{\frac{3}{2}}}. \quad (8)$$

Отметим, что решения (5), (6) и (8) определены в неперекрывающихся областях изменения  $v$ . Их, однако, можно соединить плавной переходной функцией и таким образом получить информацию о поведении функции на всем интервале  $v \in [0, \bar{v}]$ .

Для больших значений параметра  $v \gg \varepsilon |\eta|$  можно пренебречь вторым слагаемым в аргументе функции  $\phi$ , и тогда дисперсионное уравнение легко разрешается относительно  $\xi$ :

$$\xi = v \pm \varepsilon[-\phi(v)]^{\frac{1}{2}}.$$

В зависимости от величины аргумента функции  $\phi(v)$  для нее можно использовать различные асимптотические представления:

$$\xi = v \pm \frac{\varepsilon}{\left(\ln \frac{1}{v}\right)^{\frac{1}{2}}} \mp i\pi \frac{\varepsilon}{\left(\ln \frac{1}{v}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (9)$$

для  $\bar{v} \ll v \ll 1$ ,

$$\xi = v \pm \varepsilon(2v)^{\frac{1}{2}} e^{-4v} \mp i\varepsilon(2v)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

для  $1 \ll v \ll \frac{1}{\sigma}$ .

Таким образом, получено аналитическое решение для случая, когда значение приведенной частоты для нулевой моды близко к пороговому значению, или, другими словами, исследована нулевая мода с учетом альфвеновского резонанса. Решения (5), (7), (9), (10) описывают поведение частоты и инкремента нулевой моды для всех возможных значений скорости сдвигового течения. При наличии альфвеновского резонанса изменяется порог неустойчивости, а также зависимость инкремента от скорости солнечного ветра (ср. с работой [Мазур, Чуйко, 2011]), однако качественных различий нет. Поэтому наличие альфвеновского резонанса на магнитопаузе не изменяет характера неустойчивости нулевой моды в зависимости от скорости сдвигового течения.

### **Положение альфвеновского резонанса**

В зависимости от профиля скорости Альфвена в магнитосфере  $c_A(x)$  положение точки альфвеновского резонанса для нашей модели с прямыми силовыми линиями магнитного поля определяется из соотношения

$$\frac{c_A(x_A)}{c_A(x_M)} = \frac{v}{u_A}.$$

Так, если альфвеновский резонанс находится на магнитопаузе, то  $v=u_A$ . Из (2) видно, что  $v=0$  при  $v=u_A$ . Решения (4) и (5) вблизи точки  $v=0$  имеют нулевой инкремент.

### **Заключение**

Аналитическое исследование показало, что при определенных условиях кинетическая энергия солнечного ветра трансформируется в энергию неустойчивой поверхностной волны, возбуждаемой на магнитопаузе неустойчивостью Кельвина–Гельмольца. При наличии вблизи магнитопаузы области альфвеновского резонанса энергия неустойчивых колебаний поверхностной волны переходит в альфвеновскую волну, раскачиваемую на резонансной магнитной оболочке. В области альфвеновского резонанса волновая энергия полностью поглощается, нагревая окружающую плазму. Поэтому происходит нагрев магнитосферной плазмы вблизи магнитопаузы, но не на ней самой. В этом случае инкремент неустойчивости поверхностной волны равен декременту диссирипации энергии в области альфвеновского резонанса. В результате создаются условия для появления нейтральной (не растущей и не затухающей со временем) поверхностной моды, распространяющейся по магнитопаузе. Положение резонансной магнитной оболочки для альфвеновской волны и инкремент

неустойчивости поверхности волны определяются скоростью солнечного ветра. Поскольку при наличии альфвеновского резонанса  $v=u_A$ , основная мода имеет порог неустойчивости при скорости солнечного ветра  $V \approx c_A \sim 500$  км/с, что близко к типичному значению данной величины.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

Мазур В.А. Резонансное возбуждение магнитосферы гидромагнитными волнами, падающими из солнечного ветра // Физика плазмы. 2010. Т. 36, № 11. С. 1013.

Мазур В.А., Чуйко Д.А. Возбуждение магнитосферного МГД-резонатора неустойчивостью Кельвина–Гельмольца на магнитопаузе // Там же. 2011. Т. 37. С. 979–1000.

Мазур В.А., Чуйко Д.А. Неустойчивость Кельвина–Гельмольца на магнитопаузе, МГД-резонатор во внешней магнитосфере и альфвеновский резонанс в глубине магнитосферы // Там же. 2012. (в печати).

Chaston C., Bonnell J. Turbulent heating and cross-field transport near the magnetopause from THEMIS // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. P. L17S08.

Duhau S., Gratton J. Kelvin–Helmholtz instability of anisotropic plasma in a magnetic field // J. Plasma Phys. 1975. V. 13. P. 451.

Jay R.J. Stochastic ion heating at the magnetopause due to kinetic Alfvén waves // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. P. 4421.

Mills K.J., Wright A.N. Kelvin–Helmholtz driven modes of the magnetosphere // Phys. Plasmas. 1999. V. 6. P. 4070.

Roux A., Robert P. A mechanism for heating electrons in the magnetopause current layer and adjacent regions // Ann. Geophys. 2011. V. 29. P. 2305–2316.

Taroyan Y., Erdelyi R. Resonant and Kelvin–Helmholtz instabilities on the magnetopause // Phys. Plasm. 2002. V. 9. P. 3121–3129.

*Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия*